Ley de senos

Q.A. Juan Carlos Soto Romero

Área académica de matemáticas

Trigonometría

ESCUELA PREPARATORIA NÚMERO 4

Abstract

- The triangles are geometric figures which are based on the study of trigonometry. They are important as tools in the previous calculation to describe physical phenomena such as vector analysis of forces, velocities, etc. And in posing problems according to the identification of geometric space.

- Key words: triángulo, ley de senos, triangulos oblicuángulos

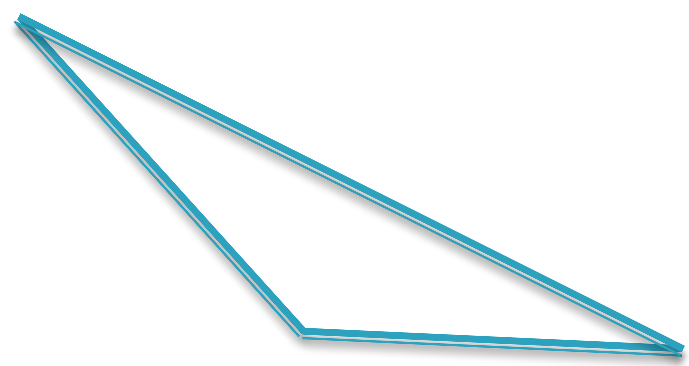
Objetivo

- Que el alumno comprenda la ley de senos en la resolución de triángulos oblicuángulos, a través de diversas aplicaciones practicas.

- Qué el alumno sea capaz de identificar triángulos oblicuángulos en sistemas reales.

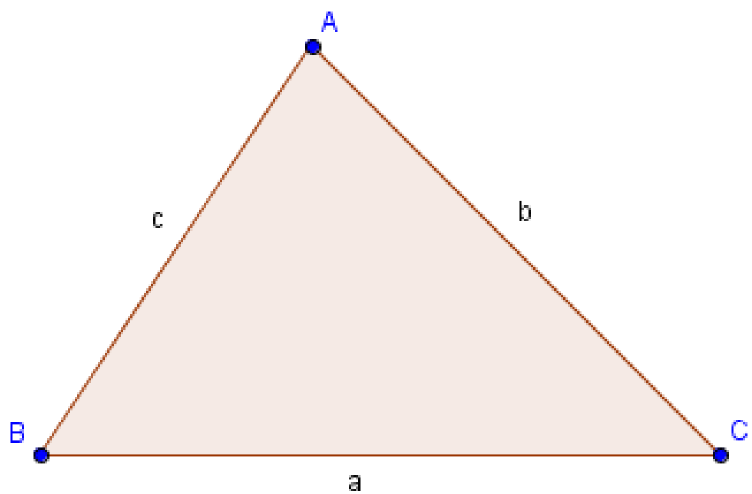
Contenido

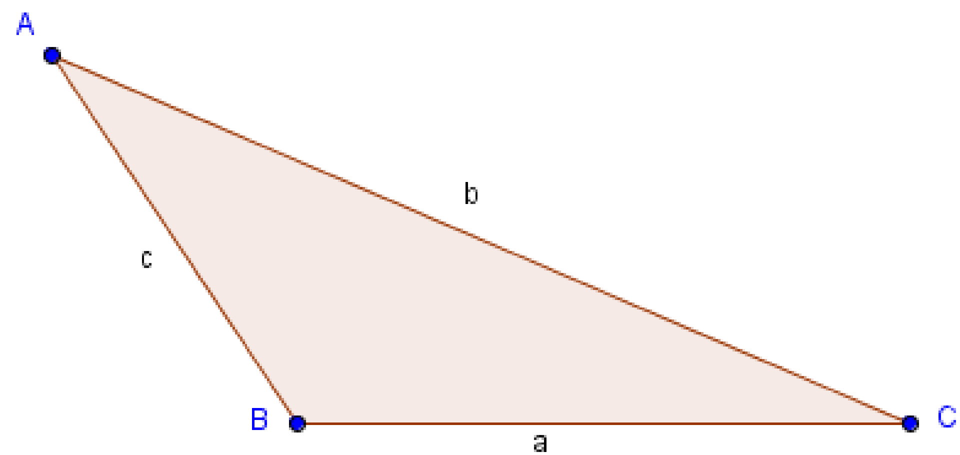
- Ley de senos
  - Demostración
- Aplicaciones
  - Altura de una catedral



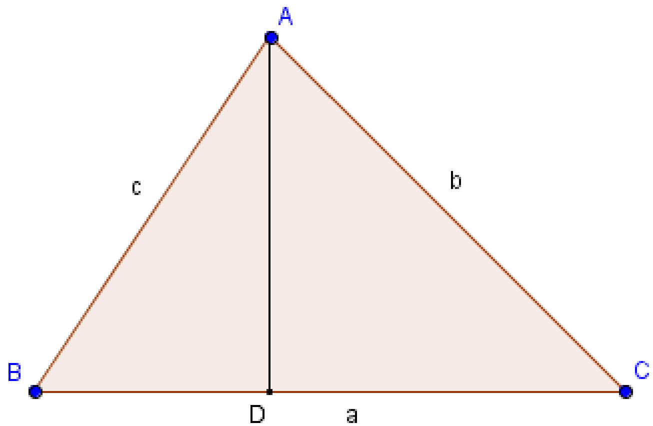
Ley de los senos

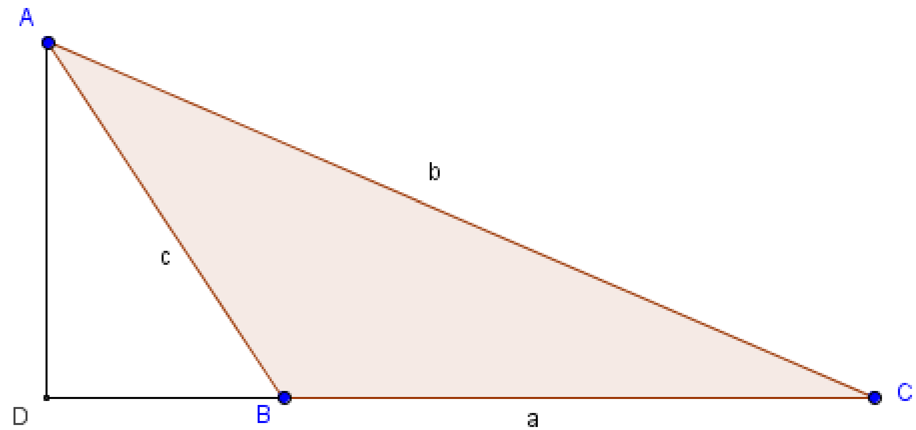
- Dado un triangulo con sus tres ángulos agudos y un triangulo con el ángulo B obtuso:





- Se trazará la altura desde uno de los vértices:

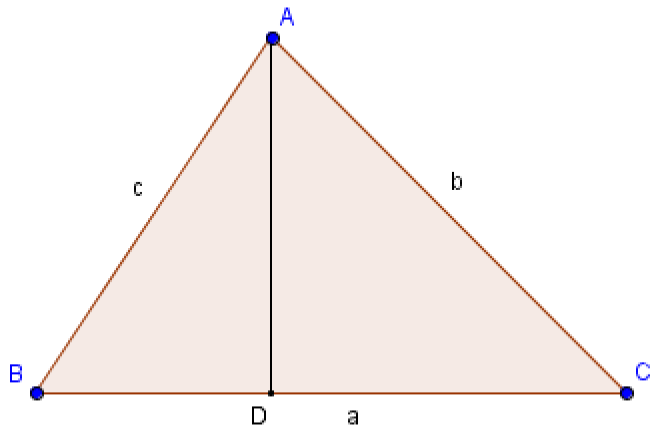




- En ambos casos se cumple:

$$senC = \frac{AD}{b} \longrightarrow \boxed{AD = bsenC} \quad 1$$

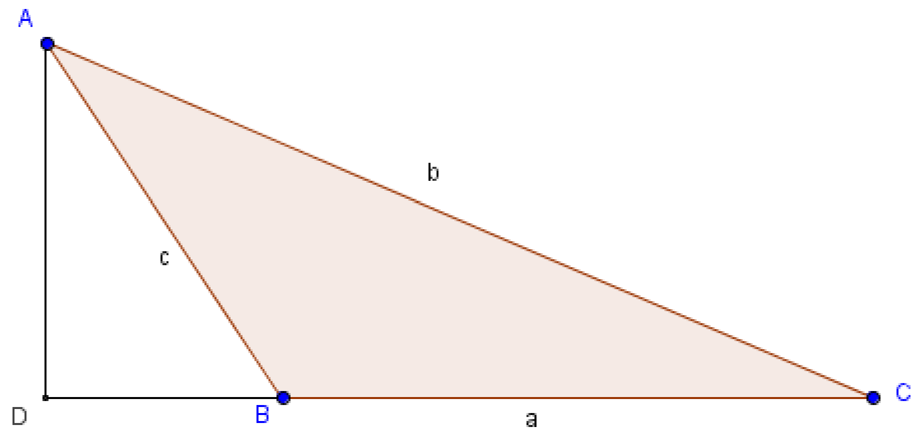
- De la siguiente figura, se obtiene que:



$$senB = \frac{AD}{c}$$

$$AD = csenB$$

- De esta otra figura, se obtiene que:



$$\angle ABD = 180° - B \quad y \quad sen ABD = \frac{AD}{c}$$

Ley de los senos

- Si sabemos que:

$$sen(180° - B) = senB$$

- Entonces:

$$senB = \frac{AD}{c} \longrightarrow \boxed{AD = csenB} \quad 2$$

- Igualando 1 y 2:

$$bsenC = csenB$$

Ley de los senos

- De esta última, se tiene que:

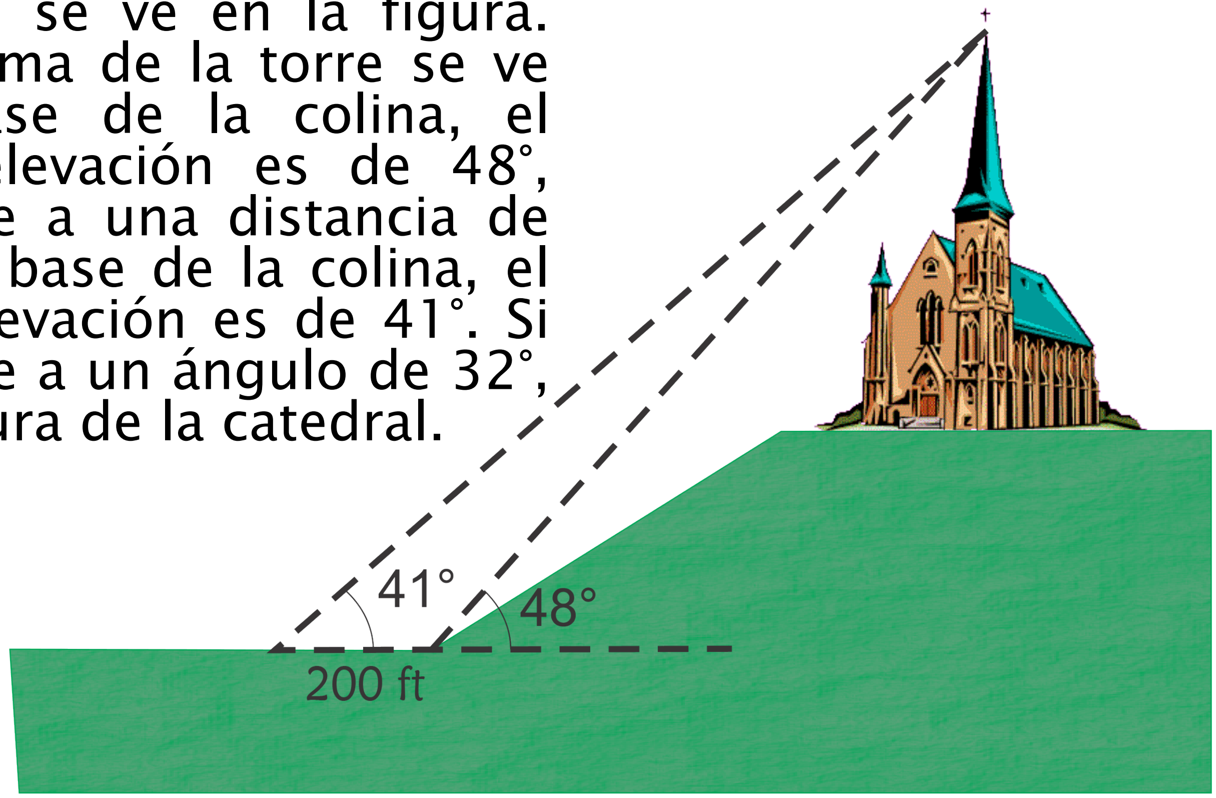
$$\frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}$$

- De forma análoga, se prueba la igualdad restante y se obtiene:

$$\boxed{\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}}$$

Aplicaciones

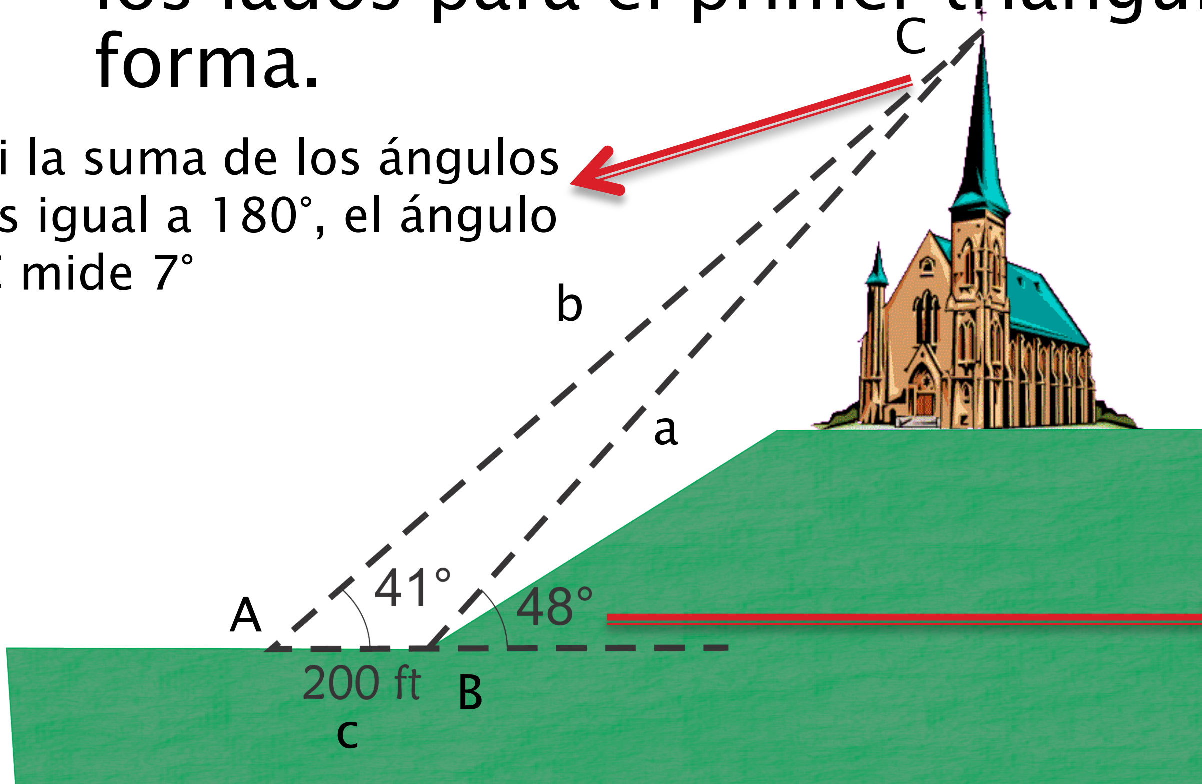
- Altura de una catedral.
  - Una catedral está situada en una colina, como se ve en la figura. Cuando la cima de la torre se ve desde la base de la colina, el ángulo de elevación es de 48°, cuando se ve a una distancia de 200 ft de la base de la colina, el ángulo de elevación es de 41°. Si la colina sube a un ángulo de 32°, calcule la altura de la catedral.



Altura de una catedral

- Como primer paso, marcaremos los vértices y los lados para el primer triangulo que se forma.

Si la suma de los ángulos
Es igual a 180°, el ángulo
C mide 7°



Si este ángulo es
el suplementario, al
interno del triangulo,
el ángulo B mide 132°

Altura de una catedral

- Si conocemos los ángulos y uno de los lados del triangulo, se puede determinar el lado "a" y "b" mediante la ley de los senos. Si se tiene que:

$$A = 41°$$

$$B = 132°$$

$$C = 7°$$

$$c = 200\ ft$$

Se puede determinar el lado b

$$\frac{a}{senA} = \boxed{\frac{b}{senB} = \frac{c}{senC}}$$

$$b = \frac{csenB}{senC} = \frac{(200)(sen132°)}{sen7°} = \boxed{1219.57\ ft}$$

Altura de una catedral

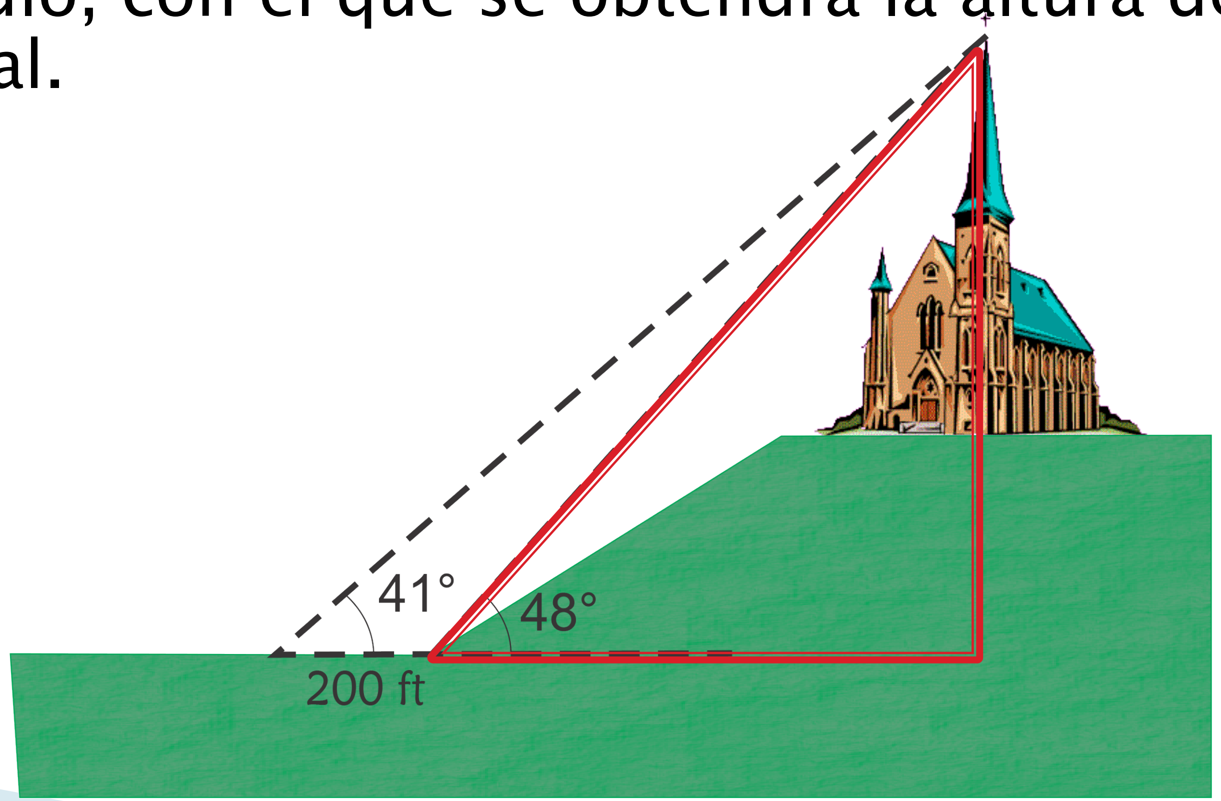
- De igual manera se puede determinar el valor de "a"

$$\boxed{\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}} = \frac{c}{senC}$$

$$a = \frac{bsenA}{senB} = \frac{(1219.57)(sen41°)}{sen132°} = \boxed{1076.66\,ft}$$

Altura de una catedral

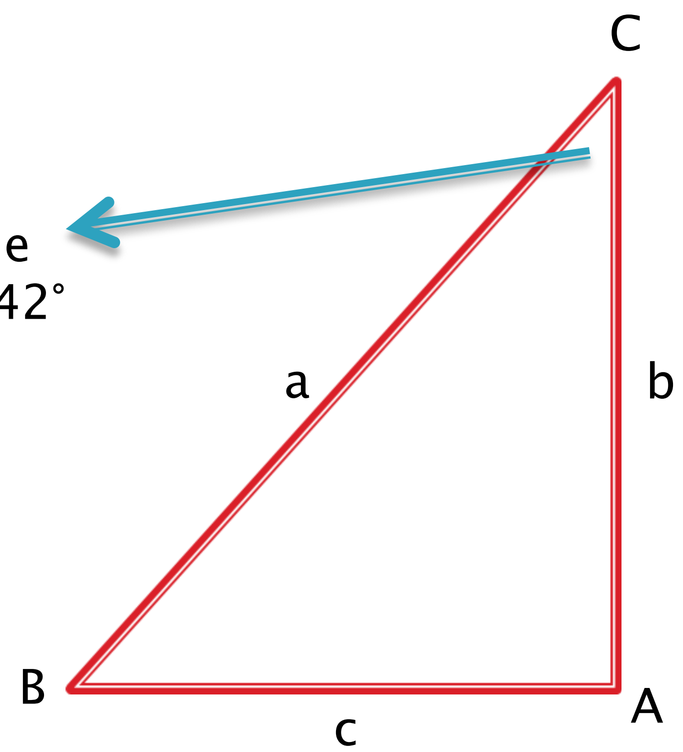
- Con esto se tienen todos los datos del primer triangulo. Si observamos la figura, se forma otro triangulo, con el que se obtendrá la altura de la catedral.



Altura de una catedral

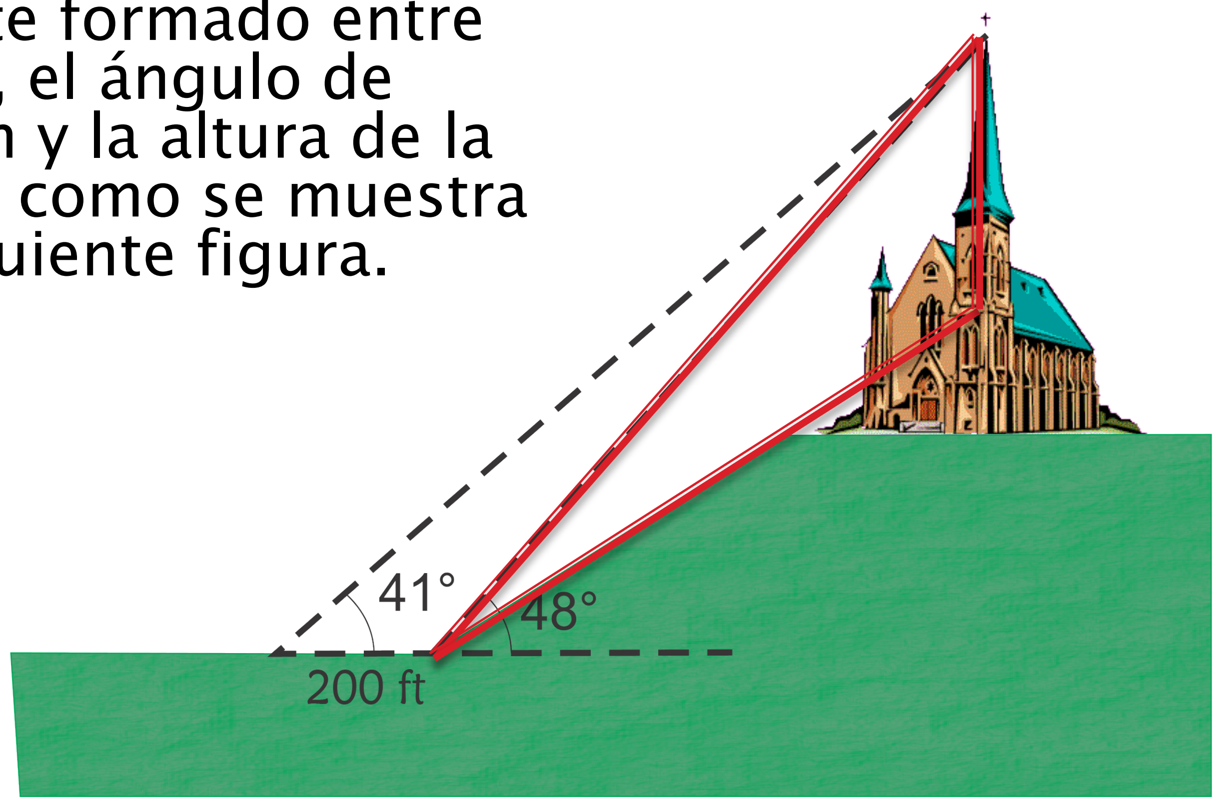
- Con este último triangulo, se determinará el valor de los ángulos internos, de modo que:

Si “B” vale 48° y
“A” 90°, se obtiene que
“C” tiene un valor de 42°



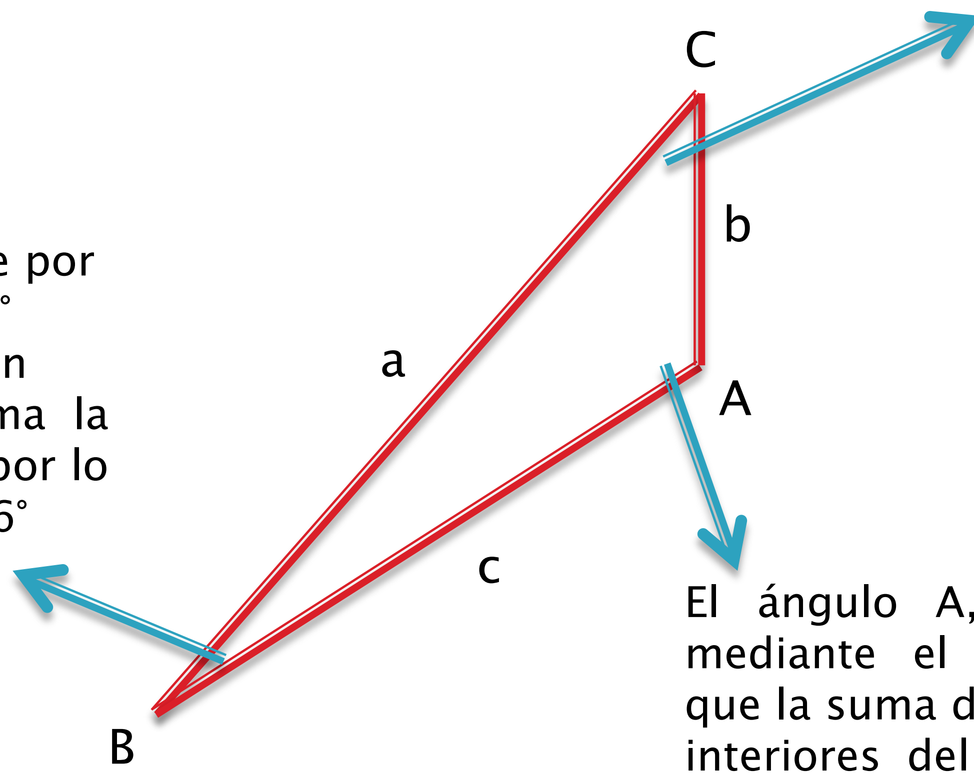
Altura de una catedral

- Conociendo este ángulo, obtendremos el triangulo realmente formado entre la colina, el ángulo de elevación y la altura de la catedral, como se muestra en la siguiente figura.



Altura de una catedral

Recordando que “C” vale 42°



El ángulo B, se obtiene por la diferencia de los 48° del ángulo de elevación y el ángulo que forma la colina que es de 32°, por lo tanto el ángulo vale 16°

El ángulo A, se obtiene mediante el principio de que la suma de los ángulos interiores del triangulo es igual a 180°.
A es igual a 122°

Altura de una catedral

- Teniendo que:

$A = 122°$

$B = 16°$

$C = 42°$

$a = 1076.66\ ft$

$$\boxed{\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}} = \frac{c}{senC}$$

$$b = \frac{asenB}{senA} = \frac{(1076.66)(sen16°)}{sen122°} = \boxed{349.94\ ft}$$

La altura de la catedral es de 349.94 ft

Bibliografía

- DE OTEYZA E. (2007). *Conocimientos fundamentales de matemáticas: trigonometría y geometría analítica.* México: Pearson educación.

- SWOKOWSKY E. W. (1988). *Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. México: Grupo editorial Iberoamérica. Segunda edición.