UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
ESCUELA SUPERIOR DE CIUDAD SAHAGÚN

Cálculo de Límites

Área Académica: Licenciatura en Ingeniería Industrial

Profesor(a): Ing. Luis Gerardo Fernández Aguilar

Periodo: Julio – diciembre 2017

INTRODUCCIÓN

Resumen

El cálculo de límites es una herramienta matemática útil para analizar funciones en cuanto a su existencia para un número determinado de valores de “x”.

Abstract

The calculation of limits is a useful mathematical tool to analyze functions in terms of their existence for a given number of “x” values.

Keywords: Approximation(Aproximación), function(función), replacement(sustitución).

Tangente a una gráfica

EL PROBLEMA ES: DETERMNAR LA ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE "L" EN EL PUNTO "P".

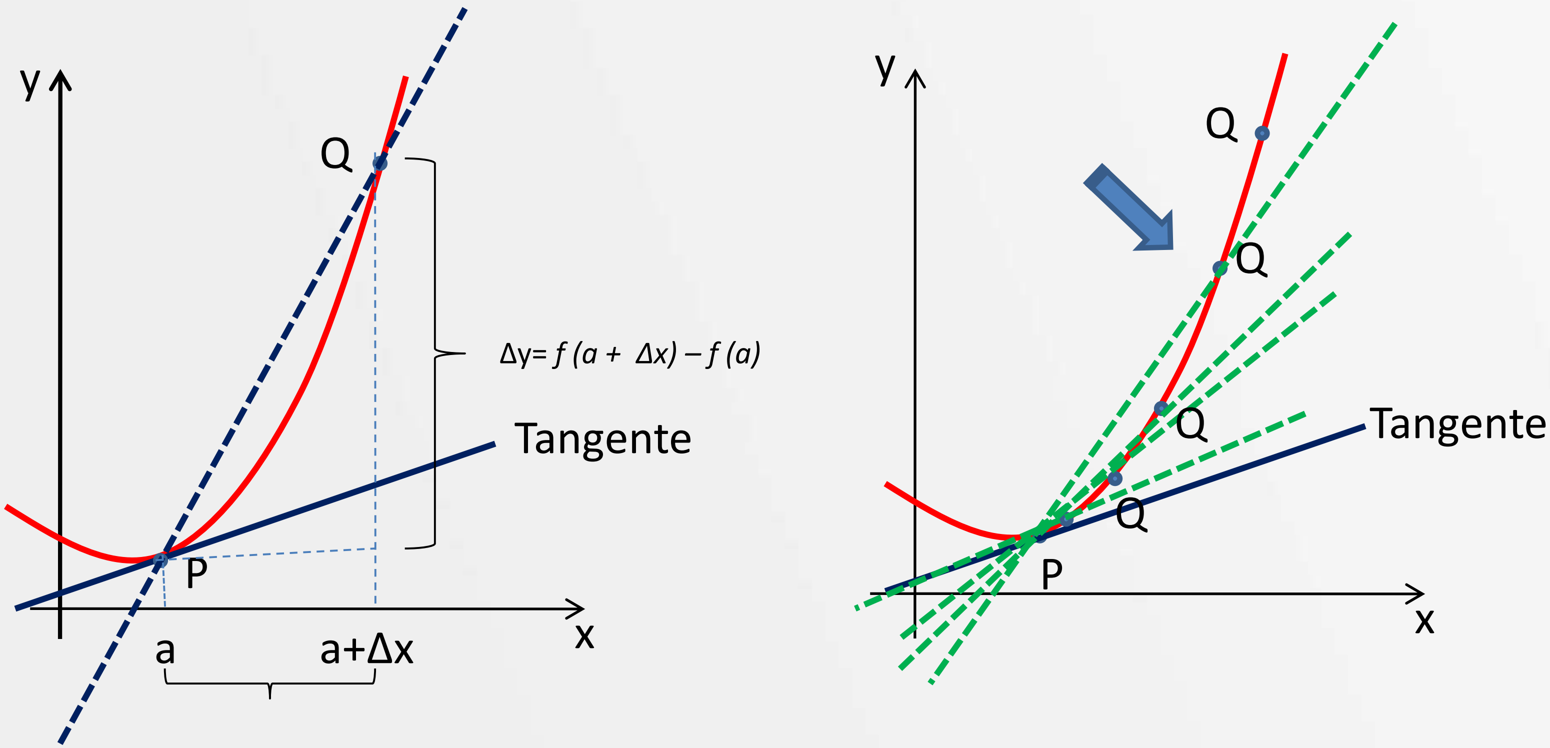
Para poder hacerlo necesitamos: a) las coordenadas del punto P y b) la pendiente (m) de L.

Las coordenadas de P no representan dificultad, puesto que un punto de la gráfica se obtiene especificando el valor de x, por ejemplo x = a en el dominio de *f.* Las coordenadas del punto de tangencia son (a, f(a)).

Para obtener (m) no contamos con los elementos suficientes por lo que haremos una aproximación de (m_{tan}) determinando las pendientes de rectas secantes que pasen por el punto fijo P y cualquier otro punto Q de la gráfica. Sí P tiene coordenadas (a, f(a)) y se hace Q por coordenadas (a+Δx, f(a+Δx)), entonces como se muestra en siguiente diapositiva, la pendiente de la recta secante que pasa por P y Q es:

$$m_{sec} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Tangente a una gráfica



Tangente a una gráfica

$$m_{sec} = \frac{cambio\ en\ la\ coordenada\ y}{cambio\ en\ la\ coordenada\ x}$$

$$m_{sec} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{(a+\Delta x) - a}$$

Sí

$$\Delta y = f(a+\Delta x) - f(a)$$

Entonces:

$$m_{sec} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Definición

Sea y = f(x) una función continua. La recta tangente a la gráfica en el punto (a, f(a)), es la que pasa por tal punto y su pendiente es:

$$m_{tan} = \lim_{\Delta_x \to 0} \frac{f(a+\Delta_x) - f(a)}{\Delta_x} \qquad m_{tan} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Esto implica que una tangente en (a, f(a)) es única, puesto que un punto y una pendiente determinan una sola recta. Podemos sintetizar la aplicación de la definición en 4 pasos. Calcular:

i) f(a) y f(a+Δx)

ii) Δy = f(a+Δx) – f(a)

iii) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{(a+\Delta x) - a}$

iv) $m_{tan} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Ejemplo

Hallar la pendiente de una recta tangente a la gráfica de en (1, f(1))

i) $f(1) = x^2$

para cualquier $\Delta x \neq 0$

$f(1 + \Delta x) = (1 + \Delta x)^2$

$f(1 + \Delta x) = 1 + 2\Delta x + (\Delta x)^2$

ii) $\Delta y = f(1 + \Delta x) - f(1) = 1 + 2\Delta x + (\Delta x)^2 - 1 = 2\Delta x + (\Delta x)^2 = \Delta x(2 + \Delta x)$

iii) $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x(2 + \Delta x)}{\Delta x} = 2 + \Delta x$$

iv) $$m_{tan} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0}(2 + \Delta x) = 2$$

Referencias

- Granville(2009), *Cálculo Diferencial e Integral,* México, Limusa.
- Frank Ayres(1971), *Cálculo Diferencial e Integral*. México, McGraw-Hill.