UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
ESCUELA SUPERIOR DE CIUDAD SAHAGÚN

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN (Administración del tamaño de un lote de producción).

**Área Académica: Cálculo diferencial e Integral.**

**Profesor(a): Dra. C. Esmeralda Ivonne Espinoza Martínez**

**Periodo: Julio - diciembre 2017**

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN. (Administración del tamaño de un lote de producción).

**Resumen:**

**Se aborda la manera en que puede ser resuelto un problema de optimización mediante el uso de el cálculo diferencial con el fin de administrar óptimamente el tamaño de un lote de producción.**

# RESOLUTION OF AN OPTIMIZATION PROBLEM. (Managing the Size of a Production Lot).

**Abstract:** It addresses how an optimization problem can be solved by using differential calculus in order to optimally manage the size of a production lot.

**Keywords:** Optimization problem, differential calculation, minimize costs.

# Objetivo.

- Mostrar al estudiante la aplicación del cálculo diferencial (concepto de límite, obtención de la derivada y análisis gráfico) en la resolución de un problema aplicado a su área de estudio.

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN
# (Administración del tamaño de un lote de producción).

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA: Una empresa espera vender 100 000 libros al mes durante el siguiente año. Le han asignado la tarea de programar tirajes (conjunto de ejemplares que se imprimen) que cumplan con la demanda prevista y minimicen los costos totales para la editorial.

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

**Costos:**

- 1 Tiraje tiene un costo de preparación de = 5000 dólares

- Producir cada libro = 1 dólar

- Costo mensual de almacenamiento por libro = 0.01 centavo de dólar

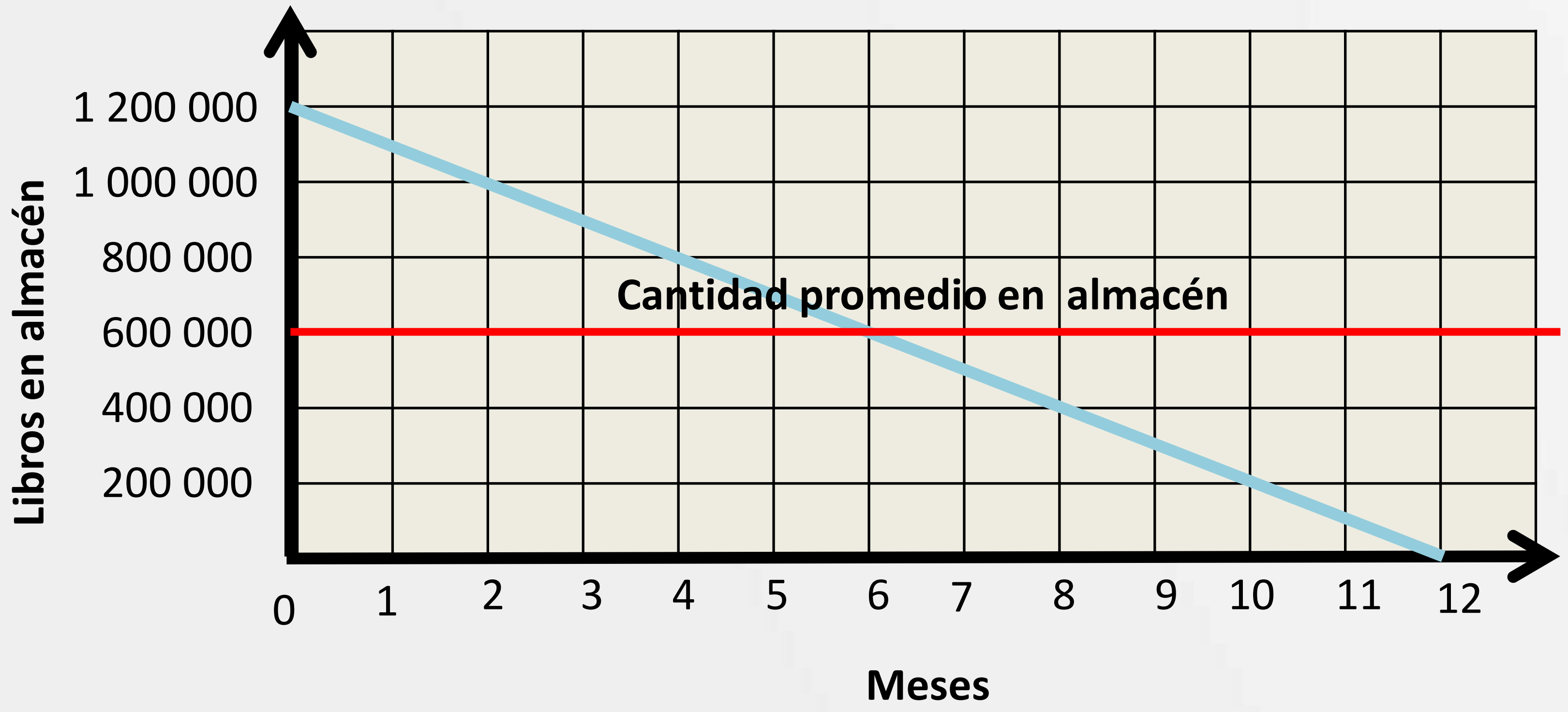
# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

**¿Qué va a hacer la empresa?**

- Decide imprimir número de libros = 1 200 000
  En un solo tiraje al inicio del año.

(100 000 libros = 1 mes) , (1 año = 1 200 000 libros)

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.




La cantidad de libros en el almacén sería, en un inicio, 1 200 000 y disminuiría a cero al final del año, como se muestra en la gráfica.

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

- Costo total de almacenamiento por los 12 meses

600 000 X 12 X $0.01 = $72 000

=( 1 200 000 X $0.12)/2= $72 000

**Cantidad que va a producir**

**Costo de almacenamiento por los 12 meses de 1 libro**

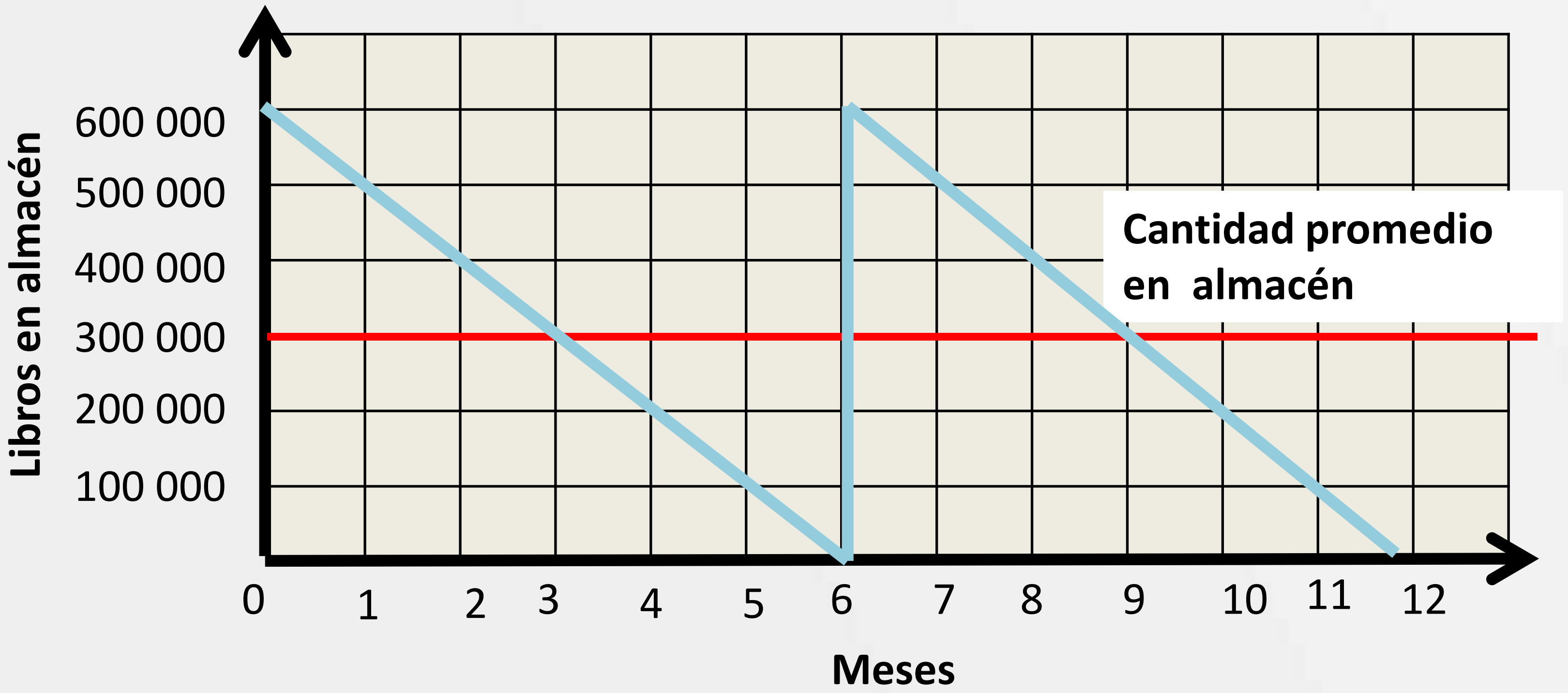
<u>*Costo total de producción*</u>

$5000 tiraje de preparación

$1 200 000 costo total de producción de libros

$72 000 costo del almacén total <u>= $ 1 277 000</u>

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.




**Por otro lado**, si opta por recortar los costos de almacenamiento imprimiendo el libro en dos lotes de 600 000 cada uno: ahora el costo de almacenamiento se recortaría a la mitad, porque en promedio sólo habría 300 000 libros en existencia.

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

*Costo total de producción*

$10 000 tiraje de preparación

$1 200 000 costo total de producir libros

$36 000 costo del almacén

= $ 1 246 000

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

Diferencia

- Primer planteamiento $1 277 000
- Segundo planteamiento $1 246 000

AHORRO = $ 31 000

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

- ¿Por qué no recortar los costos en forma drástica programando una corrida de impresión cada mes?

Los costos de preparación serían:

12X $5000= $ 60 000

La empresa se da cuenta que este monto ya es mayor que los costos de preparación más los de almacenamiento para dos corridas. Conclusión: La corrida al mes costaría demasiado.

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

¿Cuál es el problema?

Determinar el costo mínimo

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

- Fórmula que puede usar en todos sus planes futuros

N ---- cuantos libros va a producir (1 200 000)

x ----- cuantas corridas o tirajes de imprenta por año

Nota: Como va a producir un total de N libros en x corridas, producirá

N/x libros en cada corrida

**Tamaño de lote**

La cantidad promedio de libros en el almacén será la mitad de esa cantidad, es decir:

N/(2x)

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

P -------- Costo de preparación de una corrida o tiraje

P= $5000

c ----- El costo anual de almacenamiento de 1 libro

c mensual = $ 0.01

c anual = $0.12

b ----------- Costo de producir 1 libro

b = $ 1

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

Los costos se desglosan de la siguiente manera:

- Costos de preparación = **Px**

  (P precio de preparación)(x corridas o tirajes)

- Costos de almacenamiento = **cN/(2x)**

  (N/(2x) libros almacenados)( c costo anual del almacenamiento)

- Costos de producción = **Nb**

  (N de libros)(b costo de producción)

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

Costos de preparación Px

Costos de almacenamiento $cN/(2x)$

Costos de producción Nb

Costo total: $$C(x)=Px+\frac{cN}{2x}+Nb$$

P, N, c y b son constantes

X es la única variable

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

- Función costo:

$$C(x)=Px+\frac{cN}{2x}+Nb$$

Determinar que el valor de x minimice a C(x)

Dominio: para qué valores de x, está función va a existir sin problemas

- El dominio de C(x) es $(0, +\infty)$

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

**Valor que se aproxime a 0- por la izquierda**

**Valor que se aproxime a 0+ por la derecha**

| X | Y =C(x) |
|---|---|
| -0.009 | -6800 045 |
| 0.1 | 1920 500 |

$2x \neq 0$

$x \neq 0/2$

$x \neq 0$

Df= x € R – {0}

$$C(x)=Px+\frac{cN}{2x}+Nb$$

**P= $5000**
**c= 0.12**
**N=1 200 000**
**b= 1**

**Tendencia de la función**

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

En conclusión con respecto a la tabulación y al D(f)

Si x → O- , C(x) →0

Si x → 0+, C(x) → + ∞

Dominio (0,+ ∞)

El único punto singular estaría en x=0, pero 0 no está en el dominio

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

- Para determinar los puntos estacionarios se establece C´(x)=0 y se despeja x:

$$C(x)=Px+\frac{cN}{2x}+Nb$$

$$C'(x)=P-\frac{cN}{2x^2}$$

$$2x^2=\frac{cN}{P}$$

$$X=\sqrt{\frac{cN}{2P}}$$

Solo hay un punto estacionario

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

- Para graficar la función se necesita asignar números a las constantes para obtener:

N= 1 200 000

P= 5000

c = 0.12

b = 1

$$C(x)=Px+\frac{cN}{2x}+Nb$$

$$C(x) = 5000x+\frac{72\ 000}{x}+ 1\ 200\ 000$$

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

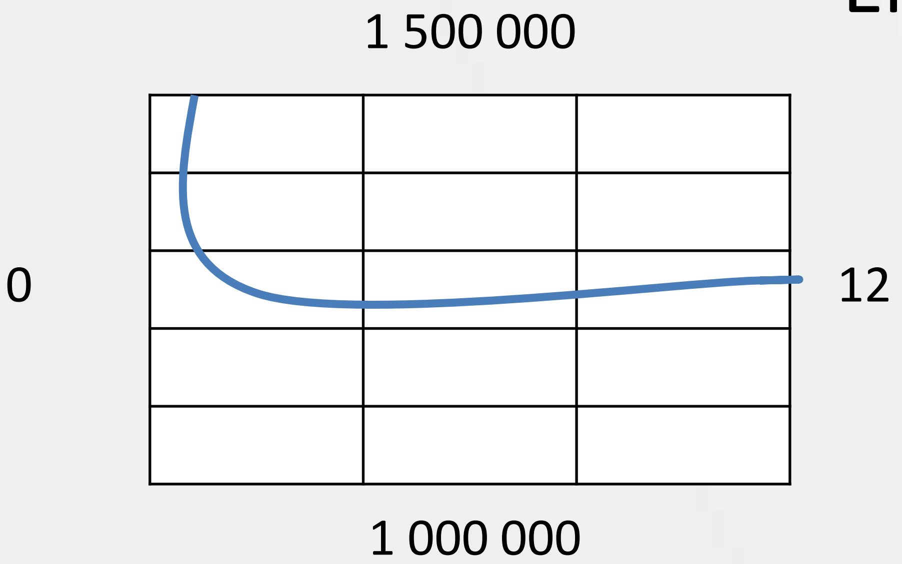
Con el punto estacionario en:

$$X=\sqrt{\frac{cN}{2P}}$$

$$X=\sqrt{\frac{(0.12)(1\ 200\ 000)}{2(5000)}}$$

$$\approx 3.79$$

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.




El costo total en el punto estacionario es

$$C(3.79) \approx 1\ 240\ 000$$

<u>Gráfica de la función C(x)</u>

# RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.

Se sabe que el costo mínimo absoluto se presenta cuando hay:

$x \approx 3.79$ corridas de imprenta por año

Si se toma $x = 3$ se obtiene un costo total de

C(3)=$ 1 239 000

Si se toma $x = 4$ se obtiene un costo total de

C(3)=$ 1 238 000

Solución: Por lo anterior, con 4 corridas (una impresión y tres reimpresiones) se minimizarán los costos totales.

**Referencias.**


- Prado, C., Santiago, R., Gómez, J.L., Quezada, Ma. de L., Zúñiga, L., Pulido, J., et al. (2006) Cálculo Diferencial para Ingeniería. México, Pearson Educación.

- Waner, S. & Costenoble S. (2002). Cálculo aplicado (2° Edición). Hofstra University, Math Learning. (Thomson Learning).