UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Instituto de Ciencias Económico Administrativas

Área Académica:

Comercio Exterior

Tema:

Máximos y Mínimos por el Criterio de Segunda Derivada

Profesores:

- Yolanda Sánchez Torres
- Ramiro Cadena Uribe
- Aníbal Terrones Cordero

Periodo:

Enero – Junio 2018

Máximos y Mínimos por segunda derivada

Resumen

Determinar el cambio de la pendiente de una función en sus puntos de inflexión, es de suma importancia, para saber si se tiene un máximo o un mínimo. Para ello, existen diferentes métodos, como el criterio de segunda derivada. Así cuando la función es evaluada en sus valores críticos, si el valor es mayor a cero (positivo), entonces se tiene un mínimo y cuando es menor a cero (negativo) se tendrá un máximo.

Palabras clave: Variables, criterio de segunda derivada, máximo, mínimo.

Maximum and Minimum by second derivative criteria

Abstract:

Determining the change of the slope of a function in its points of inflection performs supreme importance in order to know if a maximum or a minimum is had.

There are different methods to this effect, as the criterion of the second derivative. Thus when the function is evaluated in its critical values, if the value is higher than zero (positive) a minimum is had and when it is less than zero (negative), a maximum will be had.

Keywords: Variables, criterion of the second derivative, maximum, minimum.

Objetivo General

Desarrollar capacidades para el análisis, estudio, interpretación y pronóstico del comportamiento de las variables del mercado internacional, mediante el empleo de las herramientas de matemáticas básicas que permita la toma de decisiones oportunamente de acuerdo a los objetivos preestablecidos.

Objetivo específico

Desarrollar la capacidad de predecir tendencias de variación, máximos y mínimos de las variables del mercado internacional, a través de métodos matemáticos adecuados, que permitan una mejor planeación del mercado.

Máximos y Mínimos de una función

Para una función de costos, ganancias, exportaciones, importaciones, entre otras, es importante determinar aquellos puntos de inflexión en donde la tendencia de una función cambia:

- Cuando esta función pasa de creciente a decreciente se tiene un MÁXIMO.

- Cuando esta función pasa de decreciente a creciente se tiene un MÍNIMO.

Métodos para determinar Máximos y Mínimos

- **Primera derivada**: Se determina por la asignación de un valor inferior y otro superior para cada uno de los valores críticos para ver su sentido de cambio en la primera derivada.

- **Segunda derivada**: Se determina por el valor que asume la sustitución de los valores críticos en la segunda derivada.

Procedimiento para la determinación de Máximos y Mínimos por segunda derivada

- Paso 1: Se obtiene la *primera derivada* de la función [f´(x)].

- Paso 2: Se iguala a cero la primera derivada, obteniendo la solución de la función (*valores críticos*) [f´(x)=0; X_1, X_2, ..., X_n].

- Paso 3: Se obtiene la segunda derivada de la función [f´´(x)].

- Paso 4: Se sustituyen los valores críticos en la segunda derivada para determinar si hay un *máximo* o *mínimo* basado en este **criterio**

- Paso 5: Se Grafica obteniendo los *Puntos críticos* a través de la sustitución de los valores críticos en la función original.

Criterio de Máximos y Mínimos por segunda derivada

Si el valor crítico sustituido en la segunda derivada es ***mayor que cero***:

$f''(x) > 0$ MÁXIMO

Si el valor crítico sustituido en la segunda derivada es **menor que cero**:

$f''(x) < 0$ MÍNIMO

EJEMPLO

Se ha establecido que las utilidades **U** (expresado en billones de dólares) por la venta de un producto en un mercado geográficamente definido, está en función del volumen de las exportaciones[1] "x" hacia este país, de acuerdo a la siguiente función:

$$U(x)= 4 + 9X - 6X^2 + X^3$$ (Granville, 2017: 69)

Ordenado: $U(x)= X^3 - 6X^2 + 9X + 4$

[1] *Cifra dada en miles de millones*

Por el criterio de **segunda derivada**. Determine:

- El volumen máximo y mínimo por concepto de exportaciones, que se puede alcanzar hacia este mercado, de ser posible.

- El nivel de utilidades máximo y mínimo posible.

- Realice el gráfico.

Procedimiento de Solución:

Paso 1: **U´(x)=** $3X^2 - 12X + 9$

Paso 2: $3X^2 - 12X + 9 = \mathbf{0}$

Resolviendo la ecuación cuadrática por el método que prefiera* se obtiene la solución:

$X_1 = 3$ $X_2 = 1$ (**valores críticos**)

Paso 3: **U´´(x)=** $6X - 12$

Paso 4: U´´(**1**)= 6 (1) -12 = 6-12 = **-6** Se tiene un <u>Máximo</u>

U´´(**3**)= 6 (3) -12 = 18-12 = **+6** Se tiene un <u>Mínimo</u>

* Factorización, fórmula general o completando Trinomio Cuadrado Perfecto

Respuestas:

Respuesta 1:

El volumen de exportaciones que *maximiza* el nivel de utilidades es de **1 mil millones de unidades**.

El volumen de exportaciones que *minimiza* el nivel de utilidades es de **3 mil millones de unidades**.

Paso 5: Puntos críticos (Respuesta 2):

Utilidades máximas: U(**1**)= $X^3 - 6X^2 + 9X + 4 = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1) + 4 =$

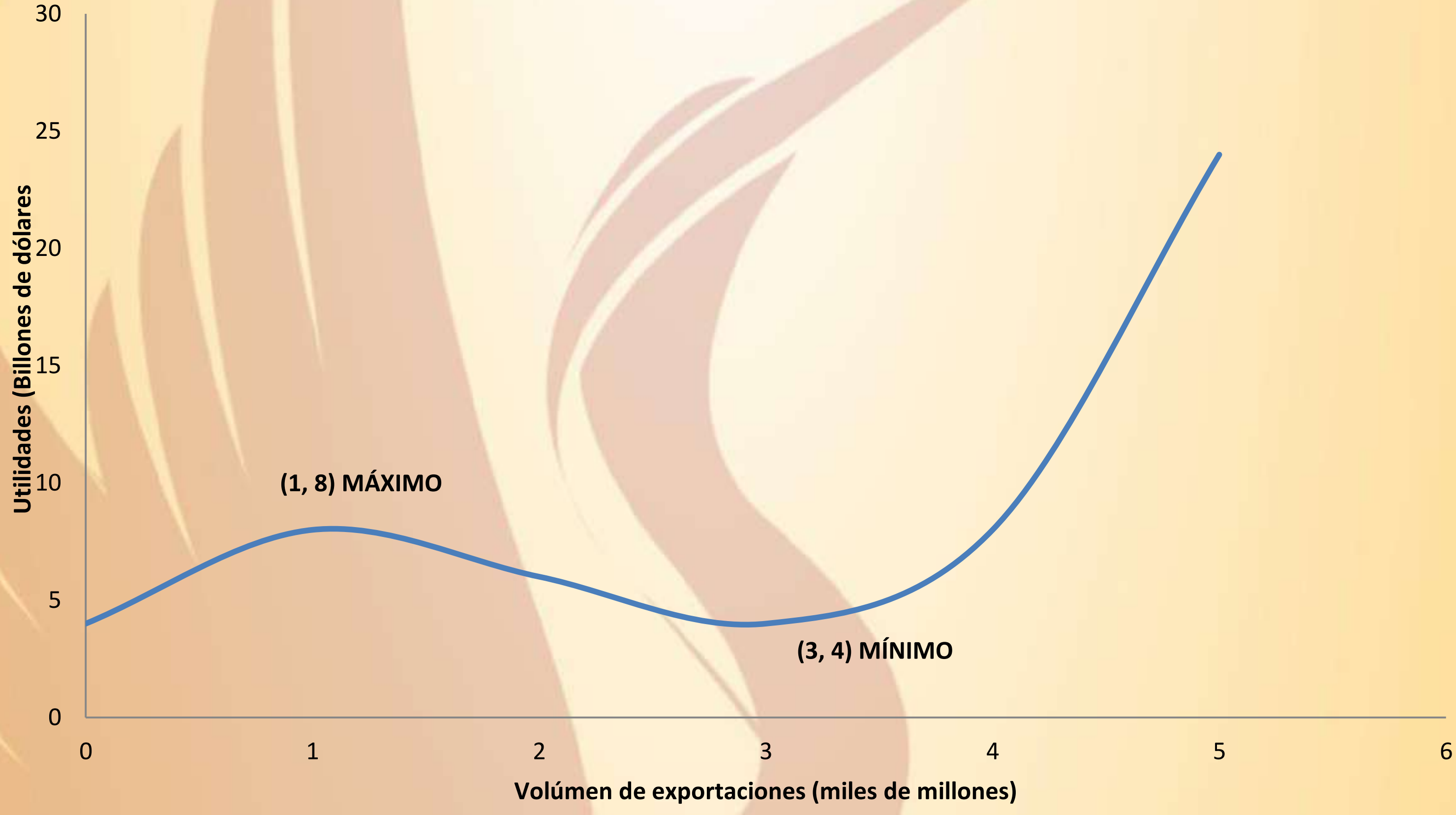
8 billones de dólares *Punto crítico (**1, 8**)*

Utilidades mínimas: U(**3**)= $X^3 - 6X^2 + 9X + 4 = (3)^3 - 6(3)^2 + 9(3) + 4 =$

4 billones de dólares *Punto crítico (**3, 4**)*

Gráfica:

Gráfica 1. Utilidades por concepto de exportaciones



Fuente: Elaboración propia con base a tabulación de datos de la función original.

Referencias Bibliográficas

Budrick, F. (2013). Matemáticas Aplicadas a la Administración Economía y Ciencias sociales (4a. Ed.). Cd. México: McGraw Hill Iberoamericana. 1033 Pág.

Cuellar, J. (2012). Matemáticas V (2a. ed.). Cd. México: McGraw Hill. 292 Pág.

Galván, D., Cienfuegos, D., Romero, J., Fabela, M., Elizondo, I., Rodríguez, A., & Rincón, E. (2015). Matemáticas con aplicaciones: Cálculo integral diferencial. Cd. México: Cengage Learning Editores. 548 Pág.

Granville, W. (2017). Cálculo diferencial e integral. Cd. México: Limusa. 704 Pág.

Ibáñez, P. (2008). Matemáticas V: Cálculo Diferencial. Cd. México: Cengage Learning. 387 Pág.

Leithold, L. (2014). Matemáticas Aplicadas a la Administración Economía y Ciencias sociales (7ª. ed). Cd. México: McGraw Hill. 1245 Pág.

Zill, D. (2015). Cálculo diferencial. Cd. México: MacGraw Hill. 385 Pág.