El uso de la Tecnología en el Proceso de Formular y Validar Conjeturas

Fernando Barrera Mora
barrera@uaeh.edu.mx

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Seminario, Maestría en Ciencias en Matemáticas y su Didáctica

"La tecnología ha cambiado la forma de hacer y aprender matemáticas"

- **Hacer Matemáticas:**
  - Teoría de Números: Factorizar enteros y encontrar primos: [illegible], septiembre 4, 2006)
  - [illegible]
- **Aprender Matemáticas:**
  - [illegible] pensar matemáticamente? Particularmente, ¿cuál es el rol de la tecnología al formular y demostrar conjeturas?
  - ¿Qué tan confiables son los resultados obtenidos con el uso de un sistema computacional?
  - ¿Qué trayectorias de aprendizaje tomar cuando los resultados de un sistema computacional no son consistentes con los argumentos matemáticos?

“La tecnología ha cambiado la forma de hacer y aprender matemáticas”

Introducción

“La tecnología ha cambiado la forma de hacer y aprender matemáticas”

- **Hacer Matemáticas:**
  - **Teoría de Números: Factorizar enteros y encontrar primos: ($2^{32582657}-1$, septiembre 4, 2006)**
  - **Algoritmos y criptografía: procesamiento de información**
- **Aprender Matemáticas:**
  - **¿Cuál es el papel de la tecnología en los procesos del pensar matemáticamente? Particularmente, ¿cuál es el rol de la tecnología al formular y demostrar conjeturas?**
  - **¿Qué tan confiables son los resultados obtenidos con el uso de un sistema computacional?**
  - **¿Qué trayectorias de aprendizaje tomar cuando los resultados de un sistema computacional no son consistentes con los argumentos matemáticos?**

"La tecnología ha cambiado la forma de hacer y aprender matemáticas"

- **Hacer Matemáticas:**
  - **Teoría de Números: Factorizar enteros y encontrar primos: ($2^{32582657} - 1$, septiembre 4, 2006)**
  - **Algoritmos y criptografía: procesamiento de información**
- **Aprender Matemáticas:**
  - **¿Cuál es el papel de la tecnología en los procesos del pensar matemáticamente? Particularmente, ¿cuál es el rol de la tecnología al formular y demostrar conjeturas?**
  - **¿Qué tan confiables son los resultados obtenidos con el uso de un sistema computacional?**
  - **¿Qué trayectorias de aprendizaje tomar cuando los resultados de un sistema computacional no son consistentes con los argumentos matemáticos?**

"La tecnología ha cambiado la forma de hacer y aprender matemáticas"

- **Hacer Matemáticas:**
  - **Teoría de Números: Factorizar enteros y encontrar primos: ($2^{32582657} - 1$, septiembre 4, 2006)**
  - **Algoritmos y criptografía: procesamiento de información**
- **Aprender Matemáticas:**
  - **¿Cuál es el papel de la tecnología en los procesos del pensar matemáticamente? Particularmente, ¿cuál es el rol de la tecnología al formular y demostrar conjeturas?**
  - **¿Qué tan confiables son los resultados obtenidos con el uso de un sistema computacional?**
  - **¿Qué trayectorias de aprendizaje tomar cuando los resultados de un sistema computacional no son consistentes con los argumentos matemáticos?**

"La tecnología ha cambiado la forma de hacer y aprender matemáticas"

- **Hacer Matemáticas:**
  - **Teoría de Números: Factorizar enteros y encontrar primos: ($2^{32582657} - 1$, septiembre 4, 2006)**
  - **Algoritmos y criptografía: procesamiento de información**
- **Aprender Matemáticas:**
  - **¿Cuál es el papel de la tecnología en los procesos del pensar matemáticamente? Particularmente, ¿cuál es el rol de la tecnología al formular y demostrar conjeturas?**
  - **¿Qué tan confiables son los resultados obtenidos con el uso de un sistema computacional?**
  - **¿Qué trayectorias de aprendizaje tomar cuando los resultados de un sistema computacional no son consistentes con los argumentos matemáticos?**

"La tecnología ha cambiado la forma de hacer y aprender matemáticas"

- **Hacer Matemáticas:**
  - **Teoría de Números: Factorizar enteros y encontrar primos: ($2^{32582657}-1$, septiembre 4, 2006)**
  - **Algoritmos y criptografía: procesamiento de información**
- **Aprender Matemáticas:**
  - **¿Cuál es el papel de la tecnología en los procesos del pensar matemáticamente? Particularmente, ¿cuál es el rol de la tecnología al formular y demostrar conjeturas?**
  - **¿Qué tan confiables son los resultados obtenidos con el uso de un sistema computacional?**
  - **¿Qué trayectorias de aprendizaje tomar cuando los resultados de un sistema computacional no son consistentes con los argumentos matemáticos?**

Introducción

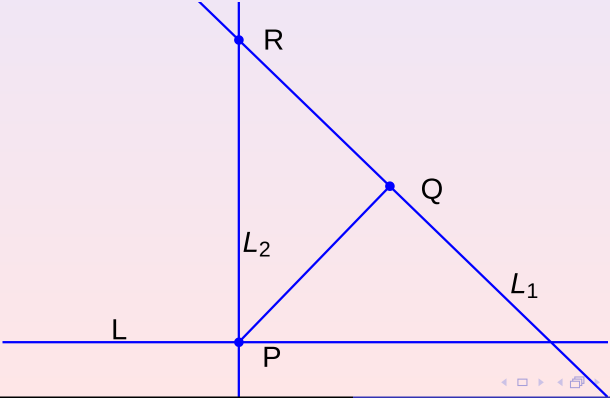
"La tecnología ha cambiado la forma de hacer y aprender matemáticas"

- **Hacer Matemáticas:**
  - **Teoría de Números: Factorizar enteros y encontrar primos: ($2^{32582657}-1$, septiembre 4, 2006)**
  - **Algoritmos y criptografía: procesamiento de información**
- **Aprender Matemáticas:**
  - **¿Cuál es el papel de la tecnología en los procesos del pensar matemáticamente? Particularmente, ¿cuál es el rol de la tecnología al formular y demostrar conjeturas?**
  - **¿Qué tan confiables son los resultados obtenidos con el uso de un sistema computacional?**
  - **¿Qué trayectorias de aprendizaje tomar cuando los resultados de un sistema computacional no son consistentes con los argumentos matemáticos?**

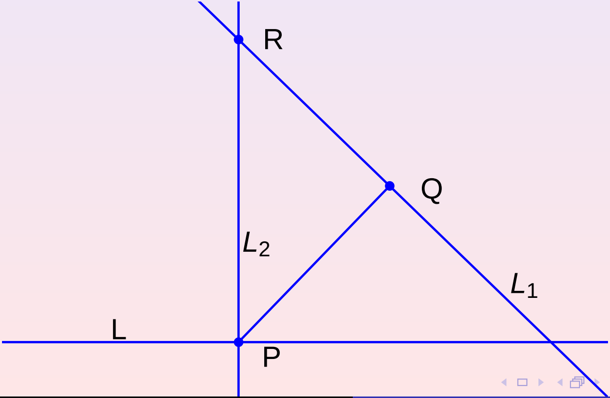
"La tecnología ha cambiado la forma de hacer y aprender matemáticas"

- **Hacer Matemáticas:**
  - **Teoría de Números: Factorizar enteros y encontrar primos: ($2^{32582657} - 1$, septiembre 4, 2006)**
  - **Algoritmos y criptografía: procesamiento de información**
- **Aprender Matemáticas:**
  - **¿Cuál es el papel de la tecnología en los procesos del pensar matemáticamente? Particularmente, ¿cuál es el rol de la tecnología al formular y demostrar conjeturas?**
  - **¿Qué tan confiables son los resultados obtenidos con el uso de un sistema computacional?**
  - **¿Qué trayectorias de aprendizaje tomar cuando los resultados de un sistema computacional no son consistentes con los argumentos matemáticos?**

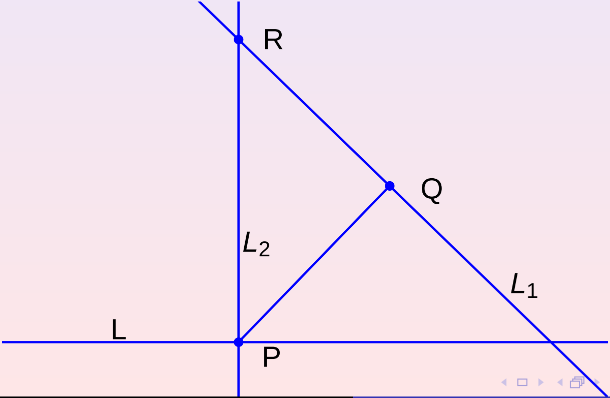
- Dada una recta L, $P \in L$ y $Q \notin L$, se traza el segmento PQ, la recta L_1 perpendicular a PQ en Q y la recta L_2 perpendicular a L en P. Sea $R \in L_1 \cap L_2$. ¿Qué lugar geométrico describe R al moverse P en L?
-



- Dada una recta L, $P \in L$ y $Q \notin L$, se traza el segmento PQ, la recta L_1 perpendicular a PQ en Q y la recta L_2 perpendicular a L en P. Sea $R \in L_1 \cap L_2$. ¿Qué lugar geométrico describe R al moverse P en L?



- Dada una recta L, $P \in L$ y $Q \notin L$, se traza el segmento PQ, la recta L_1 perpendicular a PQ en Q y la recta L_2 perpendicular a L en P. Sea $R \in L_1 \cap L_2$. ¿Qué lugar geométrico describe R al moverse P en L?
-



1. Ecuación de la recta que pasa por $P=(t,0)$ y $Q=(a,b)$:
   $y=\frac{b}{a-t}(x-t)$.
2. Ecuación de la recta perpendicular a PQ, en Q:
   $y=\frac{t-a}{b}(x-a)+b$.
3. Ecuación de la recta vertical que pasa por P: $x=t$.
4. Coordenadas de R: $\left(t, \frac{(t-a)^2}{b}+b\right)$.
5. Lugar geométrico: Parábola con foco en $\left(a, b+\frac{b}{4}\right)$ y directriz: $y=b-\frac{b}{4}$.

1. Ecuación de la recta que pasa por $P = (t, 0)$ y $Q = (a, b)$: $y = \frac{b}{a-t}(x-t)$.
2. Ecuación de la recta perpendicular a PQ, en Q: $y = \frac{t-a}{b}(x-a)+b$.
3. Ecuación de la recta vertical que pasa por P: $x = t$.
4. Coordenadas de R: $\left(t, \frac{(t-a)^2}{b}+b\right)$.
5. Lugar geométrico: Parábola con foco en $\left(a, b+\frac{b}{4}\right)$ y directriz: $y = b - \frac{b}{4}$.

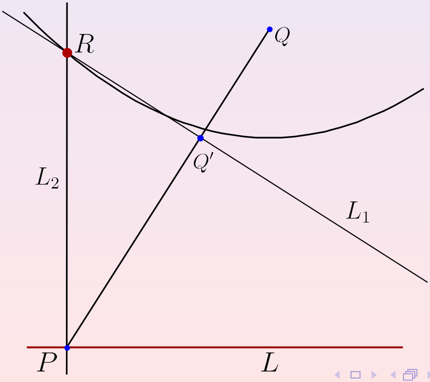
1. Ecuación de la recta que pasa por $P = (t, 0)$ y $Q = (a, b)$:
   $y = \dfrac{b}{a-t}(x-t)$.
2. Ecuación de la recta perpendicular a PQ, en Q:
   $y = \dfrac{t-a}{b}(x-a) + b$.
3. Ecuación de la recta vertical que pasa por P: $x = t$.
4. Coordenadas de R: $\left(t, \dfrac{(t-a)^2}{b} + b\right)$.
5. Lugar geométrico: Parábola con foco en $\left(a, b + \dfrac{b}{4}\right)$ y directriz: $y = b - \dfrac{b}{4}$.

1. Ecuación de la recta que pasa por $P = (t, 0)$ y $Q = (a, b)$: $y = \dfrac{b}{a-t}(x-t)$.
2. Ecuación de la recta perpendicular a PQ, en Q: $y = \dfrac{t-a}{b}(x-a) + b$.
3. Ecuación de la recta vertical que pasa por P: $x = t$.
4. Coordenadas de R: $\left(t, \dfrac{(t-a)^2}{b} + b\right)$.
5. Lugar geométrico: Parábola con foco en $\left(a, b + \dfrac{b}{4}\right)$ y directriz: $y = b - \dfrac{b}{4}$.

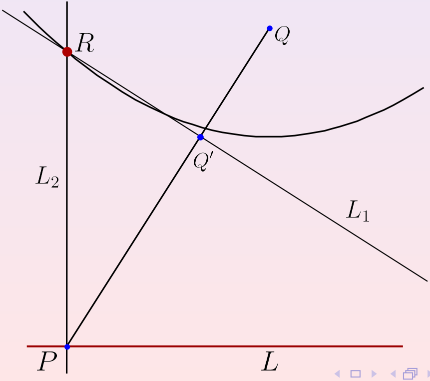
1. Ecuación de la recta que pasa por $P=(t,0)$ y $Q=(a,b)$: $y=\dfrac{b}{a-t}(x-t)$.
2. Ecuación de la recta perpendicular a PQ, en Q: $y=\dfrac{t-a}{b}(x-a)+b$.
3. Ecuación de la recta vertical que pasa por P: $x=t$.
4. Coordenadas de R: $\left(t,\dfrac{(t-a)^2}{b}+b\right)$.
5. Lugar geométrico: Parábola con foco en $\left(a,b+\dfrac{b}{4}\right)$ y directriz: $y=b-\dfrac{b}{4}$.

1. Ecuación de la recta que pasa por $P = (t, 0)$ y $Q = (a, b)$: $y = \dfrac{b}{a-t}(x - t)$.
2. Ecuación de la recta perpendicular a PQ, en Q: $y = \dfrac{t-a}{b}(x - a) + b$.
3. Ecuación de la recta vertical que pasa por P: $x = t$.
4. Coordenadas de R: $\left(t, \dfrac{(t-a)^2}{b} + b\right)$.
5. Lugar geométrico: Parábola con foco en $\left(a, b + \dfrac{b}{4}\right)$ y directriz: $y = b - \dfrac{b}{4}$.

- Dada una recta L, un punto $P \in L$, un punto $Q \notin L$, y un punto Q' en el segmento PQ, se traza la recta L_1 perpendicular a PQ en Q' y la recta L_2 perpendicular L en P. Sea $R \in L_1 \cap L_2$. ¿Qué lugar geométrico describe R al moverse P en L? ¿Qué ocurre con el lugar geométrico al mover Q' en el segmento PQ?

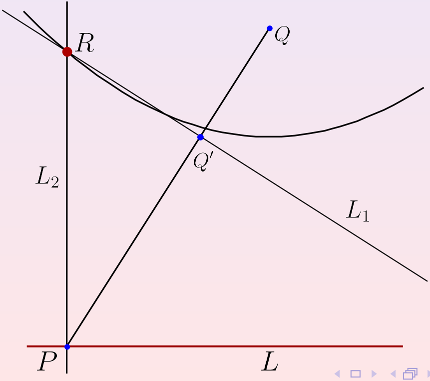


- Dada una recta L, un punto $P \in L$, un punto $Q \notin L$, y un punto Q' en el segmento PQ, se traza la recta L_1 perpendicular a PQ en Q' y la recta L_2 perpendicular L en P. Sea $R \in L_1 \cap L_2$. ¿Qué lugar geométrico describe R al moverse P en L? ¿Qué ocurre con el lugar geométrico al mover Q' en el segmento PQ?



GENERALIZANDO

- Dada una recta L, un punto $P \in L$, un punto $Q \notin L$, y un punto Q' en el segmento PQ, se traza la recta L_1 perpendicular a PQ en Q' y la recta L_2 perpendicular L en P. Sea $R \in L_1 \cap L_2$. ¿Qué lugar geométrico describe R al moverse P en L? ¿Qué ocurre con el lugar geométrico al mover Q' en el segmento PQ?



¿Cómo efectúa Cabri Geometry ciertas transformaciones geométricas?

1. Suponemos $Q = (a, b)$ fijo, $Q' = (c, d)$ y $P = (t, 0)$.
2. La ecuación de la recta que pasa por P y Q es $y - b = \dfrac{b}{a - t}(x - a)$.
3. La ecuación de L_1 es:

$$
\begin{aligned}
y - d &= \frac{t - a}{b}(x - c) && (1)\\
&= \frac{t - a}{b}(x - a - c + a) && (2)\\
&= \frac{(t - a)(x - a)}{b} + \frac{t - a}{b}(a - c). && (3)
\end{aligned}
$$

.

- $Q' \in (PQ) \Rightarrow d - b = \dfrac{b}{a - t}(c - a)$.
- Despejando $a - c$, sustituyendo en (3), haciendo $x = t$ y simplificando obtenemos $y - d = \dfrac{d}{b^2}(x - a)^2$.

¿Cómo efectúa Cabri Geometry ciertas transformaciones geométricas?

1. Suponemos $Q = (a, b)$ fijo, $Q' = (c, d)$ y $P = (t, 0)$.
2. La ecuación de la recta que pasa por P y Q es $y - b = \dfrac{b}{a-t}(x-a)$.
3. La ecuación de L_1 es:

$$
\begin{aligned}
y - d &= \frac{t-a}{b}(x-c) && (1)\\
&= \frac{t-a}{b}(x-a-c+a) && (2)\\
&= \frac{(t-a)(x-a)}{b} + \frac{t-a}{b}(a-c). && (3)
\end{aligned}
$$

.

4. $Q' \in (PQ) \Rightarrow d - b = \dfrac{b}{a-t}(c-a)$.
5. Despejando $a - c$, sustituyendo en (3), haciendo $x = t$ y simplificando obtenemos $y - d = \dfrac{d}{b^2}(x-a)^2$.

1. Suponemos $Q=(a,b)$ fijo, $Q'=(c,d)$ y $P=(t,0)$.
2. La ecuación de la recta que pasa por P y Q es $y-b=\dfrac{b}{a-t}(x-a)$.
3. La ecuación de L_1 es:
$$
\begin{aligned}
y-d &= \frac{t-a}{b}(x-c) && (1)\\
&= \frac{t-a}{b}(x-a-c+a) && (2)\\
&= \frac{(t-a)(x-a)}{b}+\frac{t-a}{b}(a-c). && (3)
\end{aligned}
$$
.
4. $Q'\in(PQ)\Rightarrow d-b=\dfrac{b}{a-t}(c-a)$.
5. Despejando $a-c$, sustituyendo en (3), haciendo $x=t$ y simplificando obtenemos $y-d=\dfrac{d}{b^2}(x-a)^2$.

1. Suponemos $Q = (a, b)$ fijo, $Q' = (c, d)$ y $P = (t, 0)$.
2. La ecuación de la recta que pasa por P y Q es $y - b = \dfrac{b}{a - t}(x - a)$.
3. La ecuación de L_1 es:

$$
\begin{aligned}
y - d &= \frac{t - a}{b}(x - c) && (1)\\
&= \frac{t - a}{b}(x - a - c + a) && (2)\\
&= \frac{(t - a)(x - a)}{b} + \frac{t - a}{b}(a - c). && (3)
\end{aligned}
$$

.

4. $Q' \in (PQ) \Rightarrow d - b = \dfrac{b}{a - t}(c - a)$.
5. Despejando $a - c$, sustituyendo en (3), haciendo $x = t$ y simplificando obtenemos $y - d = \dfrac{d}{b^2}(x - a)^2$.

1. Suponemos $Q = (a, b)$ fijo, $Q' = (c, d)$ y $P = (t, 0)$.
2. La ecuación de la recta que pasa por P y Q es $y - b = \dfrac{b}{a - t}(x - a)$.
3. La ecuación de L_1 es:
$$\begin{aligned} y - d &= \frac{t-a}{b}(x - c) && (1)\\ &= \frac{t-a}{b}(x - a - c + a) && (2)\\ &= \frac{(t-a)(x-a)}{b} + \frac{t-a}{b}(a - c). && (3)\end{aligned}$$
.
4. $Q' \in (PQ) \Rightarrow d - b = \dfrac{b}{a - t}(c - a)$.
5. Despejando $a - c$, sustituyendo en (3), haciendo $x = t$ y simplificando obtenemos $y - d = \dfrac{d}{b^2}(x - a)^2$.

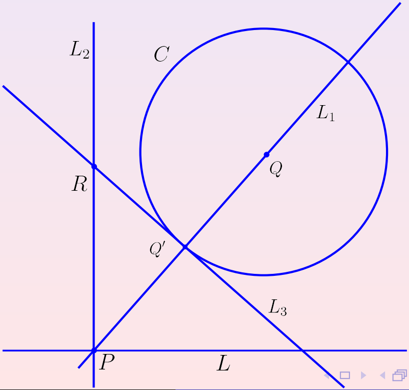
1. Suponemos $Q = (a, b)$ fijo, $Q' = (c, d)$ y $P = (t, 0)$.
2. La ecuación de la recta que pasa por P y Q es $y - b = \frac{b}{a-t}(x - a)$.
3. La ecuación de L_1 es:

$$
\begin{aligned}
y - d &= \frac{t-a}{b}(x - c) && (1)\\
&= \frac{t-a}{b}(x - a - c + a) && (2)\\
&= \frac{(t-a)(x-a)}{b} + \frac{t-a}{b}(a - c). && (3)
\end{aligned}
$$

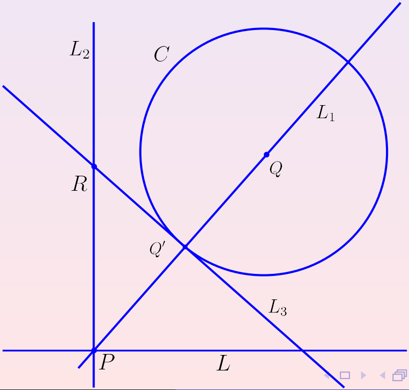
.

4. $Q' \in (PQ) \Rightarrow d - b = \frac{b}{a-t}(c - a)$.
5. Despejando $a - c$, sustituyendo en (3), haciendo $x = t$ y simplificando obtenemos $y - d = \frac{d}{b^2}(x - a)^2$.

- Dada una recta L, un punto $P \in L$, una circunferencia C de centro $Q \notin L$ y radio r, se trazan, la recta L_1 que pasa por P y Q; la recta L_2 que pasa por P y es perpendicular a L. Sean $Q' \in L_1 \cap C$, L_3 la recta tangente a C en Q', R el punto de intersección de L_2 y L_3. ¿Qué lugar geométrico describe R al moverse P en L?



- Dada una recta L, un punto $P \in L$, una circunferencia C de centro $Q \notin L$ y radio r, se trazan, la recta L_1 que pasa por P y Q; la recta L_2 que pasa por P y es perpendicular a L. Sean $Q' \in L_1 \cap C$, L_3 la recta tangente a C en Q', R el punto de intersección de L_2 y L_3. ¿Qué lugar geométrico describe R al moverse P en L?



- Si $Q = (a, b)$ y $P = (t, 0)$, entonces las ecuaciones de L_1 y C son:

$$y - b = \frac{b}{a - t}(x - a) \tag{4}$$

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 \tag{5}$$

- Resolviendo el sistema se tiene:

$$x_0 = a \pm \frac{r(a - t)}{\sqrt{(a - t)^2 + b^2}} \tag{6}$$

$$y_0 = b\left(1 \pm \frac{r}{\sqrt{(a - t)^2 + b^2}}\right) \tag{7}$$

- Si $Q = (a, b)$ y $P = (t, 0)$, entonces las ecuaciones de L_1 y C son:

$$y - b = \frac{b}{a-t}(x-a) \tag{4}$$

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 \tag{5}$$

- Resolviendo el sistema se tiene:

$$x_0 = a \pm \frac{r(a-t)}{\sqrt{(a-t)^2 + b^2}} \tag{6}$$

$$y_0 = b\left(1 \pm \frac{r}{\sqrt{(a-t)^2 + b^2}}\right) \tag{7}$$

- Si $Q = (a, b)$ y $P = (t, 0)$, entonces las ecuaciones de L_1 y C son:

$$y - b = \frac{b}{a-t}(x-a) \quad (4)$$

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 \quad (5)$$

- Resolviendo el sistema se tiene:

$$x_0 = a \pm \frac{r(a-t)}{\sqrt{(a-t)^2+b^2}} \quad (6)$$

$$y_0 = b\left(1 \pm \frac{r}{\sqrt{(a-t)^2+b^2}}\right) \quad (7)$$

- Como $Q' = (x_0, y_0)$ y L_3 es perpendicular a L_1, entonces la ecuación de L_3 es:

$$y - y_0 = \frac{t-a}{b}(x - x_0). \qquad (8)$$

- Sustituyendo los valores de x_0, y_0, $x = t$ y simplificando se tiene que las coordenadas de R son:

$$R = \left(t, \frac{1}{b}\left((t-a)^2 + b^2 \pm r\sqrt{(t-a)^2 + b^2}\right)\right). \qquad (9)$$

- Como $Q' = (x_0, y_0)$ y L_3 es perpendicular a L_1, entonces la ecuación de L_3 es:

$$y - y_0 = \frac{t-a}{b}(x - x_0). \tag{8}$$

- Sustituyendo los valores de x_0, y_0, $x = t$ y simplificando se tiene que las coordenadas de R son:

$$R = \left(t, \frac{1}{b}\left((t-a)^2 + b^2 \pm r\sqrt{(t-a)^2 + b^2}\right)\right). \tag{9}$$

- Como $Q' = (x_0, y_0)$ y L_3 es perpendicular a L_1, entonces la ecuación de L_3 es:

$$y - y_0 = \frac{t-a}{b}(x - x_0). \tag{8}$$

- Sustituyendo los valores de x_0, y_0, $x = t$ y simplificando se tiene que las coordenadas de R son:

$$R = \left(t, \frac{1}{b}\left((t-a)^2 + b^2 \pm r\sqrt{(t-a)^2 + b^2}\right)\right). \tag{9}$$

- En el problema inicial se encontró que la ecuación de la parábola es:

$$y = \frac{(x-a)^2}{b} + b \tag{10}$$

- En la extensión se encuentra una familia de parábolas con ecuación:

$$y - d = \frac{d}{b^2}(x-a)^2 + b \tag{11}$$

- En la discusión previa se estableció que la ecuación del lugar geométrico es:

$$y = \frac{1}{b}\left((x-a)^2 + b^2 \pm r\sqrt{(x-a)^2 + b^2}\right). \tag{12}$$

- Nótese que "tomando límite" en las ecuaciones 11 y 12 se obtiene (10).

- En el problema inicial se encontró que la ecuación de la parábola es:

$$y = \frac{(x-a)^2}{b} + b \tag{10}$$

- En la extensión se encuentra una familia de parábolas con ecuación:

$$y - d = \frac{d}{b^2}(x-a)^2 + b \tag{11}$$

- En la discusión previa se estableció que la ecuación del lugar geométrico es:

$$y = \frac{1}{b}\left((x-a)^2 + b^2 \pm r\sqrt{(x-a)^2 + b^2}\right). \tag{12}$$

- Nótese que “tomando límite” en las ecuaciones 11 y 12 se obtiene (10).

- En el problema inicial se encontró que la ecuación de la parábola es:

$$y = \frac{(x-a)^2}{b} + b \tag{10}$$

- En la extensión se encuentra una familia de parábolas con ecuación:

$$y - d = \frac{d}{b^2}(x-a)^2 + b \tag{11}$$

- En la discusión previa se estableció que la ecuación del lugar geométrico es:

$$y = \frac{1}{b}\left((x-a)^2 + b^2 \pm r\sqrt{(x-a)^2 + b^2}\right). \tag{12}$$

- Nótese que “tomando límite” en las ecuaciones 11 y 12 se obtiene (10).

- En el problema inicial se encontró que la ecuación de la parábola es:

$$y = \frac{(x-a)^2}{b} + b \tag{10}$$

- En la extensión se encuentra una familia de parábolas con ecuación:

$$y - d = \frac{d}{b^2}(x-a)^2 + b \tag{11}$$

- En la discusión previa se estableció que la ecuación del lugar geométrico es:

$$y = \frac{1}{b}\left((x-a)^2 + b^2 \pm r\sqrt{(x-a)^2 + b^2}\right). \tag{12}$$

- Nótese que "tomando límite" en las ecuaciones 11 y 12 se obtiene (10).

- En el problema inicial se encontró que la ecuación de la parábola es:

$$y = \frac{(x-a)^2}{b} + b \tag{10}$$

- En la extensión se encuentra una familia de parábolas con ecuación:

$$y - d = \frac{d}{b^2}(x-a)^2 + b \tag{11}$$

- En la discusión previa se estableció que la ecuación del lugar geométrico es:

$$y = \frac{1}{b}\left((x-a)^2 + b^2 \pm r\sqrt{(x-a)^2 + b^2}\right). \tag{12}$$

- Nótese que “tomando límite” en las ecuaciones 11 y 12 se obtiene (10).

1. La exploración, a cierta profundidad, de problemas utilizando un sistema computacional aporta elementos para identificar la potencialidad y limitaciones de éste.
2. Utilizar un sistema computacional para resolver problemas permite establecer conexiones relevantes entre diferentes contenidos matemáticos (propiedades de configuraciones geométricas y procesos al límite).
3. Epílogo: "Las computadoras igualarán la inteligencia humana en 20 años", La Jornada, febrero 21 2008.

1. La exploración, a cierta profundidad, de problemas utilizando un sistema computacional aporta elementos para identificar la potencialidad y limitaciones de éste.
2. Utilizar un sistema computacional para resolver problemas permite establecer conexiones relevantes entre diferentes contenidos matemáticos (propiedades de configuraciones geométricas y procesos al límite).
3. Epílogo: “Las computadoras igualarán la inteligencia humana en 20 años”, La Jornada, febrero 21 2008.

1. La exploración, a cierta profundidad, de problemas utilizando un sistema computacional aporta elementos para identificar la potencialidad y limitaciones de éste.
2. Utilizar un sistema computacional para resolver problemas permite establecer conexiones relevantes entre diferentes contenidos matemáticos (propiedades de configuraciones geométricas y procesos al límite).
3. Epílogo: “Las computadoras igualarán la inteligencia humana en 20 años”, La Jornada, febrero 21 2008.

1. La exploración, a cierta profundidad, de problemas utilizando un sistema computacional aporta elementos para identificar la potencialidad y limitaciones de éste.
2. Utilizar un sistema computacional para resolver problemas permite establecer conexiones relevantes entre diferentes contenidos matemáticos (propiedades de configuraciones geométricas y procesos al límite).
3. Epílogo: “Las computadoras igualarán la inteligencia humana en 20 años”, La Jornada, febrero 21 2008.