Materia: Estática
Programa educativo: Licenciatura en Ingeniería Civil
Profesor: Jaime Retama Velasco
Tema: **CONCEPTOS BÁSICOS DE LA MECÁNICA Y ESTÁTICA DE LA PARTÍCULA**

## • Conceptos Fundamentales de la Mecánica

### ¿Qué es la Mecánica?

Puede definirse como la ciencia que describe y predice las condiciones de reposo o movimiento de los cuerpos bajo la acció de fuerzas. Se divide en tres partes: la **mecánica de cuerpos rígidos** , la **mecánica de cuerpos deformables** y **la mecánica de fluidos** .

La mecánica de cuerpos rígidos se divide en estática y dinámica; la estática trata los cuerpos en reposo y la dinámica, los cuerpos en movimiento. En este curso estudiaremos los la estática y supondremos que los cuerpos son perfectamente rígidc Sin embargo las estructuras y las máquinas reales no lo son y se deforman bajo las cargas a las que está sometidos. Sin embargo, éstas deformaciones son siempre pequeñas y no afectan apreciablemente a las condiciones de equilibrio o de movimiento de la estructura en consideración. No obstante, en la ciencia de la mecánica de materiales (que es una parte de mecánica de la de cuerpos deformables, dichas deformaciones son importantes en el estudio de resistencia a la falla.

### Conceptos fundamentales

Los conceptos básicos usados en la mecánica son: espacio, tiempo, masa y fuerza. Estos conceptos no pueden ser definidos con exactitud, por lo tanto deben aceptarse sobre las bases de la intuición y experiencia:

1. Espacio: se asocia a la noción de posición de un punto P. Por ejemplo un punto localizado en plano xy.
2. Masa: se usa para caracterizar y comparar los cuerpos. Por ejemplo, los cuerpos que tengan la misma masa serán atraídc por la tierra de igual forma, también tendrán la misma inercia.
3. Fuerza: representa la acción de un cuerpo sobre otro y puede ejercer contacto real o a distancia, como es el caso de l fuerza gravitacional. Una fuerza se caracteriza por tener un punto de aplicación, una magnitud y sentido y se representa por un vector.

El estudio de la mecánica elemental descansa sobre seis principios fundamentales basados en la evidencia experimenta:
1. La ley de paralelogramo para la adición de fuerzas
2. El principio de transmisibilidad
3. La tres leyes fundamentales de Newton

**Primera ley**: si la fuerza resultante que actúa sobre una partícula es cero, la partícula permanecerá en reposo (si originalmente estaba en reposo) o se moverá con velocidad constante en una línea recta (si originalmente estaba en movimiento)

**Segunda ley**: si la fuerza resultante que actúa sobre una partícula no es cero, la partícula tendrá una aceleración proporcional a la magnitud de la resultante y en la dirección de ésta: $F = m \cdot a$

**Tercera ley**: las fuerzas de acción y reacción de cuerpos en contacto tiene la misma magnitud, la misma línea de acción y sentido s opuestos

La ley de la gravitación de Newton: establece que dos partículas de masa M y m se atraen mutuamente con fuerzas iguales y opuestas F y -F, cuya magnitud está dada por la fórmula: $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$,

donde r = la distancia entre las dos partículas
y G= constante universal de gravitación

Un caso de particular importancia en el de atracción que la Tierra ejerce sobre una partícula: $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$, la magnitud del peso de una partícula puede expresarse como: $W = m \cdot g$

### Sistemas de unidades

Con los cuatro conceptos fundamentales se asocian las llamadas unidades cinéticas: longitud (L), Tiempo (T), masa (M) y fuerza (F). Tres de ellas pueden definirse arbitrariamente como unidades básicas. La cuarta unidad, sin embargo, debe escogerse de acuerdo a $F = m \cdot a$ y se la identifica como unidad derivada.

## Sistema Internacional de Unidades (SI)

La unidades básicas son

1. Longitud (m): metro
2. Masa (kg): kilogramo
3. Tiempo (seg ó s): segundo

=> la aceleración $a = \frac{m}{s^2}$ y la unidad derivada según $F = m \cdot a = kg \cdot \frac{m}{s^2} = Newton$ que la unidad de fuerza

Tenemos entonces que el peso de una cuerpo es: $W = (masa) \cdot (g)$ => $g = 9.80665 \frac{m}{s^2}$ $g = 32.174 \frac{ft}{s^2}$

y para un cuerpo que tiene 1 kg de masa: $masa := 1 kg$ $W := (masa) \cdot (g)$ $W = 9.807 N$

las unidades de presión o esfuerzo son Pascales: $1 Pa = 1 \frac{N}{m^2}$

Los múltiplos y submúltiplos de la unidades fundamentales de SI pueden obtenerse mediante el uso de los prefijos

$1 km = 1000 m$ $1 mm = 0.001 m$ $1 kN = 1000 N$

$1 Mg = 1000 kg$ $1 grs = 0.001 kg$ $tonne = 1000 kg$ tonelada métrica

## Sistema Técnico de Unidades

Es un sistema de unidades normalmente utilizado en nuestro país para dimensionar la fuerza y tiene la siguiente equivalencias con el sistema internacional (SI)

Fuerza: $1 kgf = 9.807 N$ $100 kgf = 980.665 N$ $1 Ton = 1000 kgf$ $1 Ton = 9806.65 N$

## Sistema Inglés de uso común en Estados Unidos (USCS)

La ingeniería estadounidense continúa usando un sistema en el que las unidades básicas con las unidades de longitud (pie -> ft), fuerza (libra fuerza -> lbf) y tiempo (segundo -> s). Esta unidades no forman un sistema de unidades absoluto, estos es porque la unidad fuerza depende de la atracción terrestre, porque que constituye un sistema de unidades gravitacional.

Las equivalencia de unidades es:

Fuerza: $1 lbf = 4.448 N$ $1 kip = 1000 lbf$ $1 lbf = 0.454 kgf$ $1 kip = 453.592 kgf$ $1 kip = 0.454 Ton$

Masa: $1 \cdot lb = 0.454 kg$ $1 ton = 2000 lb$ (tonelada inglesa) $slug = 14.594 kg$

Longitud: $1 ft = 0.3048 m$ $1 ft = 12 in$ $1 in = 2.54 cm$ $1 yd = 3 ft$ $1 yd = 36 in$ $1 yd = 0.914 m$

$1 \cdot mi = 1609.344 m$ $1 \cdot mi = 1760 yd$ $1 mi = 5280 ft$ $1 \cdot nmi = 1852 m$ $1 \cdot nmi = 2025.372 yd$ $1 \cdot nmi = 6076.115 ft$

Presión o esfuerzo: $1 \cdot ksi = 1000 \frac{lbf}{in^2}$ $1 \cdot ksi = 6894757.293 Pa$ $1 \cdot ksi = 6894757.293 \frac{N}{m^2}$ $1 \cdot ksi = 70.307 \frac{kgf}{cm^2}$

$1 psi = 1 \frac{lbf}{in^2}$ $1 psi = 6894.757 Pa$ $1 psi = 70.307 \times 10^{-3} \frac{kgf}{cm^2}$

Ejemplos: convertir las unidades en las que se indican:

1. $1 \frac{lbf}{in^2}$ -> $\frac{kgf}{cm^2}$ => $1 \frac{lbf}{in^2} \cdot \left(\frac{0.454\ kgf}{1 lbf}\right) \cdot \left(\frac{1 in}{2.54\ cm}\right)^2 = 0.07037 \frac{kgf}{cm^2}$

2. $50.23 Ton \cdot m$ -> $kip \cdot ft$ => $50.23 \cdot Ton \cdot m \cdot \left(\frac{1\, kip}{0.454\ Ton}\right) \cdot \left(\frac{1\, ft}{0.3048\ m}\right) = 110.639\, kip \cdot m$

3. $125 \times 10^{6}\, Pa$ -> $ksi$ => $125 \times 10^{6}\, Pa \cdot \left(\frac{1 \cdot ksi}{6894757.293\ Pa}\right) = 18.13\, ksi$

4. $45 \times 10^{4}\, lbf$ -> $kgf$ $45 \times 10^{4}\, lbf \cdot \left(\frac{0.454\ kgf}{1\, lbf}\right) = 204.3 \times 10^{3}\, kgf$

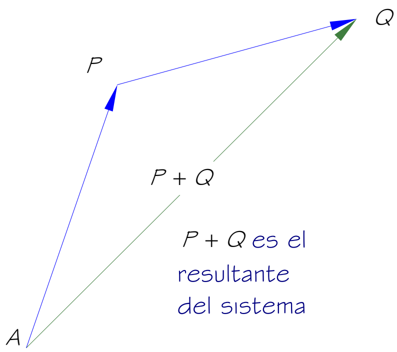
## • Estática de la Partícula

Es uso de la palabra "partícula" no significa que nos vayamos a limitar al estudio de pequeños corpúsculos. Quiere decir que e tamaño y la forma de los cuerpos en consideración no afectará considerablemente a la solución de los problemas tratados en esta parte del curso.

### Fuerza sobre la partícula. Resultante de dos o más fuerzas

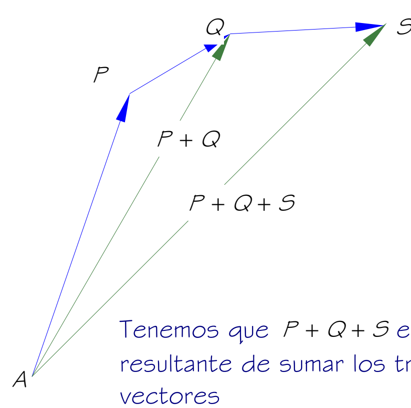
Como ya sabemos la fuerza se puede representar por un vector, es decir, desde un punto de vista geométrico, como un segmento de recta que represente su magnitud, sentido y dirección. Desde el punto de vista algebraico, como un par ordenado de número reales o una suma de dos o tres término en función de los vectores unitarios **i**, **j** y su caso **k**.

### Solución geométrica



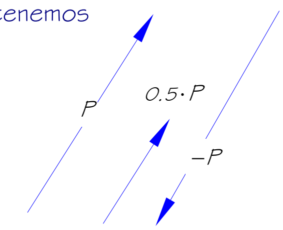

$P + Q$ es el resultante del sistema

si sumamos más de dos vectores, tenemos




Tenemos que $P + Q + S$ es la resultante de sumar los tres vectores

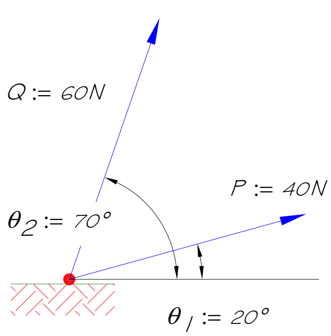
si un vector lo multiplicamos por un escalar α, éstos son los efectos que obtenemos



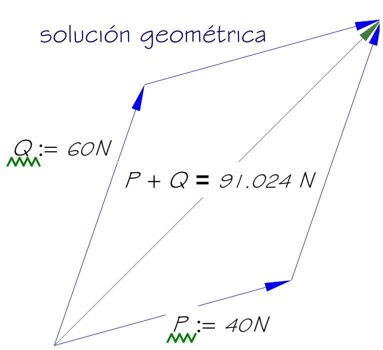

### Solución algebraica

Como se había mencionado, los vectores pueden representarse algebraicamente en términos de los vectores unitarios i y j c un par ordenado. Los datos que regularmente se obtienen en muchos sistemas estructurales son la magnitud de la fuerza y su dirección, por lo que para poder manejar dichos vectores debemos "descomponerlos" para llegar a las expresiones adecuada y así poder simplemente realizar la suma de los vectores.

Ejemplo:

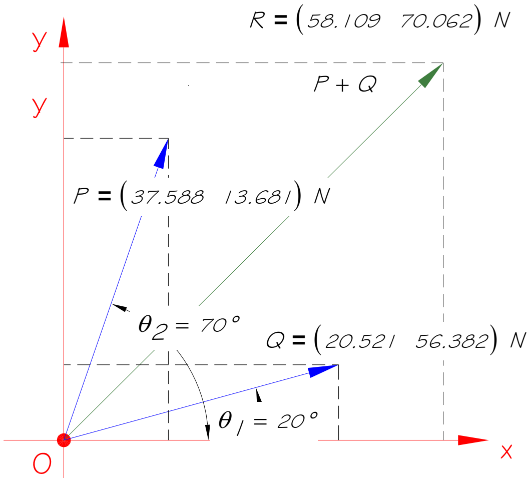



solución geométrica




se dibuja a escala los vectores y el resultante se obtiene midiendo directamente con un escalímetro la magnitud del vector P+Q

Solución algebraica: debemos descomponer los vectores P y Q en sus componentes rectangulares, de este modo podemos expresar los vectores correctamente




=> Las componentes en el eje x de los vectores P y Q son:

$P_x := P \cdot (\cos(\theta_1)) \qquad P_x = 37.588N$

$Q_x := Q \cdot (\cos(\theta_2)) \qquad Q_x = 20.521N$

=> Las componentes en el eje y de los vectores P y Q son:

$P_y := P \cdot (\sin(\theta_1)) \qquad P_y = 13.681N$

$Q_y := Q \cdot (\sin(\theta_2)) \qquad Q_y = 56.382N$

entonces expresando los vectores P y Q en término de ı y ȷ tenemos:

$$P = P_x \cdot \imath + P_y \cdot \jmath = 40N \cdot (\cos(20°)) \cdot \imath + 40N \cdot (\sin(20°)) \cdot \jmath = 37.588\ N \cdot \imath + 13.681\ N \cdot \jmath$$

o bien $P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \end{pmatrix}$ => $P := \begin{bmatrix} P \cdot (\cos(\theta_1)) \\ P \cdot (\sin(\theta_1)) \end{bmatrix}$ $\quad P = \begin{pmatrix} 37.588 \\ 13.681 \end{pmatrix} N$

$$Q = Q_x \cdot \imath + Q_y \cdot \jmath = 60N \cdot (\cos(70°)) \cdot \imath + 60N \cdot (\sin(70°)) \cdot \jmath = 20.521\ N \cdot \imath + 56.382\ N \cdot \jmath$$

o bien $Q = \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \end{pmatrix}$ => $Q := \begin{bmatrix} Q \cdot (\cos(\theta_2)) \\ Q \cdot (\sin(\theta_2)) \end{bmatrix}$ $\quad Q = \begin{pmatrix} 20.521 \\ 56.382 \end{pmatrix} N$

una vez expresados los vectores en términos de sus componentes simplemente podemos hacer la suma vectorial

=> $R := P + Q \quad R = \begin{pmatrix} 58.109 \\ 70.062 \end{pmatrix} N$ y la magnitud del vector resultante $|R| = 91.024N$ y la dirección es: $\theta_R := \operatorname{atan}\left(\frac{R_y}{R_x}\right) \quad \theta_R = 50.328°$

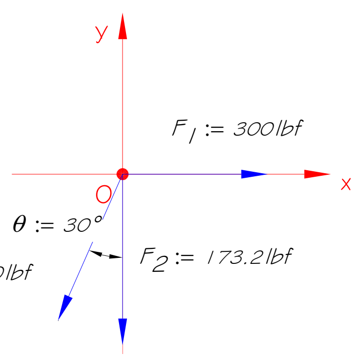
Ejemplo

$F_1 := 300lbf$

$\theta := 30°$

$F_2 := 173.2lbf$

$F_3 := 200lbf$




Obtener la resultante del sistema de fuerzas utilizando la suma sus componentes

Obteniendo las componentes de las fuerzas

$F_{1x} := F_1 \cdot \cos(0°) \qquad F_{1x} = 300\,lbf$ | $F_{2x} := F_2 \cdot \cos(270°) \qquad F_{2x} = -0\,lbf$

$F_{1y} := F_1 \cdot \sin(0°) \qquad F_{1y} = 0\,lbf$ | $F_{2y} := F_2 \cdot \sin(270°) \qquad F_{2y} = -173.2\,lbf$

-----------------------------------------

$F_{3x} := F_3 \cdot \cos(270° - \theta) \qquad F_{3x} = -100\,lbf$

$F_{3y} := F_3 \cdot \sin(270° - \theta) \qquad F_{3y} = -173.205\,lbf$

o bien

$F_{3x} := -F_3 \cdot \sin(\theta) \qquad F_{3x} = -100\,lbf$

$F_{3y} := -F_3 \cdot \cos(\theta) \qquad F_{3y} = -173.205\,lbf$

porque hay que tener en cuenta el sentido de los vectores componentes, en este caso los dos vectores tienen sentido contrario al de los ejes cartesianos

Entonces expresando vectorialmente las fuerzas mostradas en la figura:

$F_1 := \begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \end{pmatrix} \qquad F_1 = \begin{pmatrix} 300 \\ 0 \end{pmatrix} lbf$ o bien $F_1 = (300 \cdot lbf) \cdot \imath + 0 \cdot \jmath = (300 \cdot lbf) \cdot \imath$

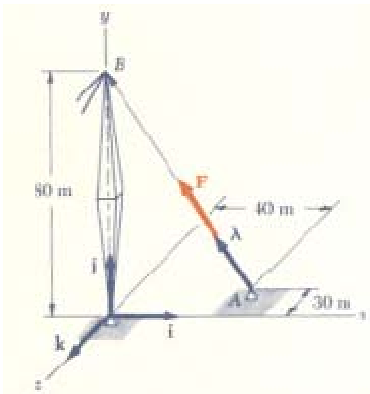
$F_2 := \begin{pmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \end{pmatrix} \qquad F_2 = \begin{pmatrix} -0 \\ -173.2 \end{pmatrix} lbf$ o bien $F_2 = (0) \cdot \imath - (173.2lbf) \cdot \jmath = (-173.2lbf) \cdot \jmath$

$F_3 := \begin{pmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \end{pmatrix}$ $\quad F_3 = \begin{pmatrix} -100 \\ -173.205 \end{pmatrix} lbf$ o bien $F_3 = (-86.6lbf)i - (149.996lbf)\cdot j$

obteniendo la resultante del sistema de fuerzas: $\quad R := F_1 + F_2 + F_3 \quad R = \begin{pmatrix} 200 \\ -346.405 \end{pmatrix} lbf$

y la magnitud es: $|R| = 399.996\,lbf$ y la dirección es: $\theta_R := atan\left(\frac{R_y}{R_x}\right) \quad \theta_R = -60°$

Ejemplo




El alambre de una torre está anclado en A por medio de un perno. La tensión en el alambre es de $|F| := 2500N$. Determine a) la componentes $F_x$, $F_y$ y $F_z$ de la fuerza en actúa sobre el perno y b) los ángulo ćs $\theta_x$, $\theta_y$ y $\theta_z$ que definen la dirección de la fuerza

Primero obtenemos el vector unitario que nos ayudará a obtener las componentes del vector fuerza F.

Dicho vector unitario lo podemos obtener a partir de un vector de distancia

$d := \begin{pmatrix} -40 \\ 80 \\ 30 \end{pmatrix} m$ => el vector unitario λ es: $\lambda := \frac{d}{|d|} \quad |d| = 94.34m$

=> $\lambda = \frac{1}{94.34m}\cdot[(-40m)i + (80m)\cdot j - (30m)\cdot k]$ => $\lambda = \begin{pmatrix} -0.424 \\ 0.848 \\ 0.318 \end{pmatrix}$

Pero la fuerza solo está definida por su magnitud, es decir un escalar α, por lo que si realizamos el producto punto de dich magnitud por el vector unitario obtendremos la definición del mismo vector fuera pero esta vez expresado en t´términos de sus componentes:

=> $F := |F|\cdot\lambda$ explicit, $|F|, \lambda \rightarrow 2500\cdot N\cdot\left(\frac{d}{|d|}\right) \quad F = \begin{pmatrix} -1059.998 \\ 2119.996 \\ 794.998 \end{pmatrix} N$

$F_x = -1059.998N \quad F_y = 2119.996N \quad F_z = 794.998N$

=> Calculando sucesivamente cada arco coseno obtenemos $\theta_x := acos(\lambda_1) \quad \theta_x = 115.087°$

$\theta_y := acos(\lambda_2) \quad \theta_y = 32.005°$

$\theta_z := acos(\lambda_3) \quad \theta_z = 71.458°$