

# REDES SEMÁNTICAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS SEMANTIC NETWORKS IN TEACHING MATHEMATICS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO  
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

**Dr. Manuel González Hernández**

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo ICBI Área Académica de Ingeniería  
Modelación matemática en Sistemas de Ingeniería

[mghdez@uaeh.edu.mx](mailto:mghdez@uaeh.edu.mx)

**Dra. Anna Tarasenko**

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo ICBI Área Académica de Ingeniería  
Análisis Funcional

[anataras@uaeh.edu.mx](mailto:anataras@uaeh.edu.mx)

**Dr. Oleksandr Karelin**

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo ICBI Área Académica de Ingeniería  
Modelación matemática en Sistemas de Ingeniería

[karelin@uaeh.edu.mx](mailto:karelin@uaeh.edu.mx) ,

Palabras clave: Redes semánticas / Modelación Matemática / Inteligencia Artificial / Sistemas Dinámicos

## INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente la enseñanza de las matemáticas ha sido un desafío con todos los que de una u otra forma quieren aprender a resolver problemas, particularmente cuando se tiene que formar un modelo que represente en forma abstracta la solución del problema. Como es conocido se tiene dos partes del problema, formar el modelo y posteriormente encontrar la solución usando ese modelo.

El propósito de este artículo es mostrar una alternativa en la modelación matemática utilizando redes semánticas, para obtener una visualización gráfica de las relaciones entre los componentes del problema que se quiere modelar y así facilitar al lector una ayuda en la comprensión de cómo formar el modelo matemático.

La idea principal es usar las redes semánticas para interpretar cada uno de los componentes que intervienen en la modelación del problema que se intenta resolver y obtener de una forma ilustrativa cómo conseguir el modelo matemático del fenómeno físico de ingeniería o de otra índole cuando estos se describen en lenguaje natural [Bobrow, 1968]. Modelación matemática usando redes semánticas es más clara, en el sentido de que se tiene la relación entre los diferentes componentes del sistema o problema y los conceptos, leyes y principios que intervienen en la descripción del fenómeno, viajando sobre los grafos de la red semántica. También se puede distinguir cómo se eslabonan los componentes del modelo y más aún cómo está constituido. Es claro que las redes semánticas pueden ayudar a entender mejor la modelación de un fenómeno físico de ingeniería u de otro género debido a que se describen claramente las relaciones de objetos o conceptos del fenómeno o problema en cuestión que intervienen en la modelación. El artículo se compone de Redes semánticas, Modelación matemática, Ejemplos, Conclusiones y Referencias.

## REDES SEMÁNTICAS

Redes Semánticas fueron tratadas en la época filosófica Aristotélica como una forma de ilustrar los métodos de Aristóteles para definir categorías.

Los primeros esquemas de representación formalizados fueron dados por Quillian, R. [Quillian, 1968], Raphael, B. [Raphael, 1968] y Shapiro & Woddmansee [Shapiro, Woddmansee 1971]. Los esquemas de redes semánticas tienen una fundamentación psicológica muy sólida.

Las redes semánticas han sido muy utilizadas en Inteligencia Artificial [Minsky, 1974], [Genesereth, 1987] [Winograd, 1972,1975] para representar el conocimiento y por tanto ha existido una gran diversificación de técnicas. Los elementos básicos que encontramos en todos los esquemas de redes son: Estructuras de datos en *nodos*, que representan conceptos, ligadas por *arcos* que representan las relaciones entre ellos. Un conjunto de procedimientos de inferencia que operan sobre las estructuras de datos. Básicamente, podemos distinguir tres categorías de redes semánticas:

**Redes IS-A**, en las que los enlaces entre nodos están etiquetados.

**Grafos conceptuales**: en los que existen dos tipos de nodos, de conceptos y de relaciones

**Redes de marcos**: en los que los puntos de unión de los enlaces son parte de la etiqueta del nodo.

En general, cuando se habla de redes semánticas [Shastri, 1988] se suele hacer referencia a uno de estos esquemas, normalmente a las redes IS-A o a los esquemas basados en marcos, que comparten ciertas características fundamentales, la herencia por defecto.

De los tres, el esquema basado en marcos es el que permite una mayor flexibilidad, y el que ha recibido mayor atención por parte de los investigadores de ciencia cognitiva y lingüística [Simmons, 1973]. Sin duda el tipo de red semántica por excelencia es el de redes IS-A.

Las redes IS-A son el resultado de la observación de que gran parte del conocimiento humano se basa en la adscripción de un subconjunto de elementos como parte de otro más general. Las taxonomías clásicas naturales son un buen ejemplo: Masa\_Resorte (MR) es un Sistema Dinámico (SD), Un Sistema Dinámico es una combinación de componentes (Comb\_Compts), Una combinación de componentes es un Sistema Físico.

Obteniendo un número de proposiciones:

$$(\forall x)(MR(x) \rightarrow SD(x))$$

$$(\forall x)(SD(x) \rightarrow Comb\_Compts(x))$$

$$(\forall x)(Comb\_Compts(x) \rightarrow Sistema\_Físico(x))$$

Las jerarquías IS-A presentan un número impresionante de posibilidades, pero también una desventaja: al aumentar el número de enlaces, aumenta progresivamente la complejidad computacional para seguirlos.

## Grafos Conceptuales

Los grafos conceptuales, propuestos por John Sowa [Sowa 1984], se diferencian de las redes IS-A en que los arcos no están etiquetados, y los nodos son de dos tipos:

1. *Nodos de concepto*, que pueden representar tanto una entidad como un estado o proceso.
2. *Nodos de relación*, que indican cómo se relacionan los nodos de concepto.

Por tanto, son los nodos de relación los que hacen el papel de enlaces entre las entidades.

Existen dos notaciones para los grafos conceptuales, la forma lineal (textual) y los diagramas o *forma desplegada*, que presentan tres tipos de elementos notacionales:

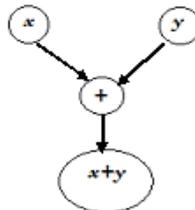
1. Rectángulos, que marcan los nodos de concepto,
2. Círculos, que marcan los nodos de relación,
3. Flechas, que marcan la dirección a los nodos.
4. Círculos, que marcan los nodos de operación con un operador dentro.

Por ejemplo, en las figuras 1 y 2.



**Figura 1** Notaciones de grafos conceptuales

$$[\text{Cantidad}_1] \rightarrow (\text{Operador}) \rightarrow [\text{Cantidad}_2]$$



**Figura 2** Notaciones de grafos operacionales

De este modo se pueden generar grafos bastante complejos para representar conceptos. En una red semántica, la información se manifiesta por un conjunto de nodos conectados unos con otros por un conjunto de arcos etiquetados, que muestran las relaciones entre los nodos. Una oración en lenguaje natural tiene una representación simbólica en cálculo de predicados de primer orden y a su vez tiene un grafo de su descripción. Desde el punto de vista formal, los términos, constantes y variables simbólicas y expresiones funcionales se representan por los nodos de la gráfica y los predicados por los arcos, la cola del arco que deja el nodo representa el primer argumento del predicado y la cabeza del arco que entra al nodo representa el segundo argumento, por ejemplo la oración “Todo resorte tiene energía potencial”, en cálculo de predicados se representa como:

*tiene*(RESORTE, ENERGÍA\_POTENCIAL)

O bien como:

$$(\forall x)(RESORTE(x) \rightarrow ENERGÍA\_POTENCIAL(x))$$

donde los argumentos en este caso son constantes simbólicas, representadas con letras mayúsculas, pero podrían ser variables, su grafo asociado del ejemplo es:



Los nodos y los arcos de tales gráficas son etiquetados por los términos del predicado que ellos denotan.

Las redes semánticas son útiles para describir propósitos que se dan en una gráfica estructural del conjunto de hechos. Los nodos de la red son etiquetados por constantes simbólicas, también se pueden etiquetar por variables las que serán letras minúsculas del alfabeto, por ejemplo,  $x, y, z, \dots$ . Las variables son estandarizadas por separado y se suponen universalmente cuantificadas. El alcance de esa cuantificación es el conjunto de hechos de toda la red semántica.

Con el fin de representar gráficamente las relaciones de los posibles componentes de un sistema, definimos brevemente. Un sistema es una combinación de componentes que actúan juntos para alcanzar un objetivo específico, una componente es una unidad simple funcionando en un sistema.

Para nuestros propósitos definimos dos tipos de componentes: materiales y conceptuales como se mencionó, las primeras son objetos cuyos nombres, en alguna ocasión tienden a compartir o implícitamente asocian componentes conceptuales. Las segundas son conceptos, principios o leyes de la física o de otra índole, que a pesar de no verse materialmente son parte del sistema. En el caso de un sistema dinámico, se tiene dos estados, es dinámico o es estático. Decimos que un sistema es dinámico, si su salida presente depende sobre la entrada en el pasado; si su salida actual depende solamente de la entrada actual, el sistema se conoce como estático. La salida de un sistema estático permanece constante si la entrada no cambia, caso contrario, solamente cuando la entrada cambia. En un sistema dinámico la salida se modifica con el tiempo y si no, se encuentra en estado de equilibrio.

No limitado a sistemas físicos, el concepto de un sistema puede ser extendido a fenómenos dinámicos abstractos, tal como aquellos que se encuentran en economía, transporte, crecimiento poblacional, y biológico.

## MODELACIÓN MATEMÁTICA

Cualquier intento en diseñar un sistema se debe iniciar con una predicción de su ejecución antes que el sistema mismo pueda ser diseñado en detalle o realmente construido. Tal predicción está basada sobre la descripción matemática de las características dinámicas del sistema. Esta descripción matemática se llama modelo matemático [Joseph, 1998], [Kapur, 1988]. Para sistemas físicos la mayoría de los modelos matemáticos se describen en términos de ecuaciones diferenciales.

La modelación del sistema mediante una red semántica, es hacer más explícita la relación de cada componente y de cómo intervienen los conceptos y contenidos. La idea central es lograr establecer una forma de elucidar el modelo matemático e interpretar las interacciones de los componentes del sistema, principalmente identificando las entradas y salidas de los mismos, un sistema masa-resorte sería un ejemplo. Para encontrar el modelo matemático [Clive, 1980 ], [Frank, 2003], no solamente de este fenómeno, sino de cualquier otro se tiene que tomar en cuenta la aplicación de leyes físicas a sistemas específicos, o incluir parámetros desconocidos, que deben ser evaluados por medio de pruebas. Algunas veces sin embargo, las leyes físicas que gobiernan el comportamiento de un sistema no son completamente definidas y formular un modelo matemático puede ser imposible. Si es así, un modelo experimental del proceso puede ser usado. En este proceso el sistema está sujeto a un conjunto de entradas conocidas y la medida de sus salidas, entonces el modelo matemático se deriva de las relaciones de entrada y salida.

Modelación matemática involucra, la construcción del modelo por medio de la creación de escenarios del mundo real para identificar el problema que se quiere modelar haciendo suposiciones correctas, colectando datos y proponer un modelo tentativo, probar las suposiciones, refinar el modelo si es necesario, ajustar el modelo a los datos si son apropiados y analizar la estructura matemática del modelo a la apropiada sensibilidad de las conclusiones cuando las suposiciones no son precisamente encontradas. Se ilustra el proceso de modelación en figura 3.

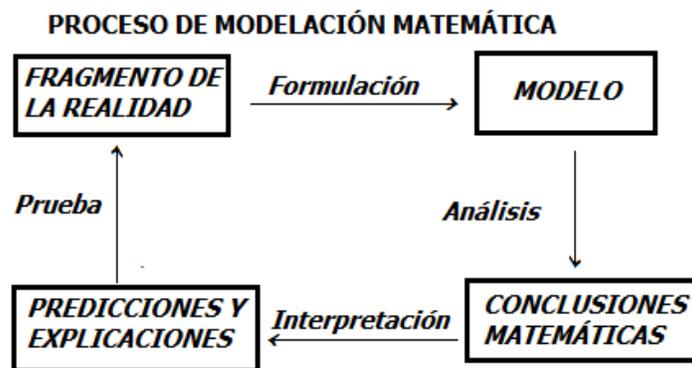


Figura 3. Descripción gráfica del proceso de modelación matemática.

Iniciaremos con un ejemplo sencillo y después con uno más complejo. Se desea encontrar el modelo matemático del siguiente problema:

“Betty y Laurita tienen algunas estampas, entre las dos poseen 80, tres veces el número de estampas que tiene Betty es igual a 5 más que el doble de las estampas que tiene Laurita”.

Tomando cada oración del texto del problema y asociándole su correspondiente red semántica podemos encontrar lo que se muestra en la en la figura 4.

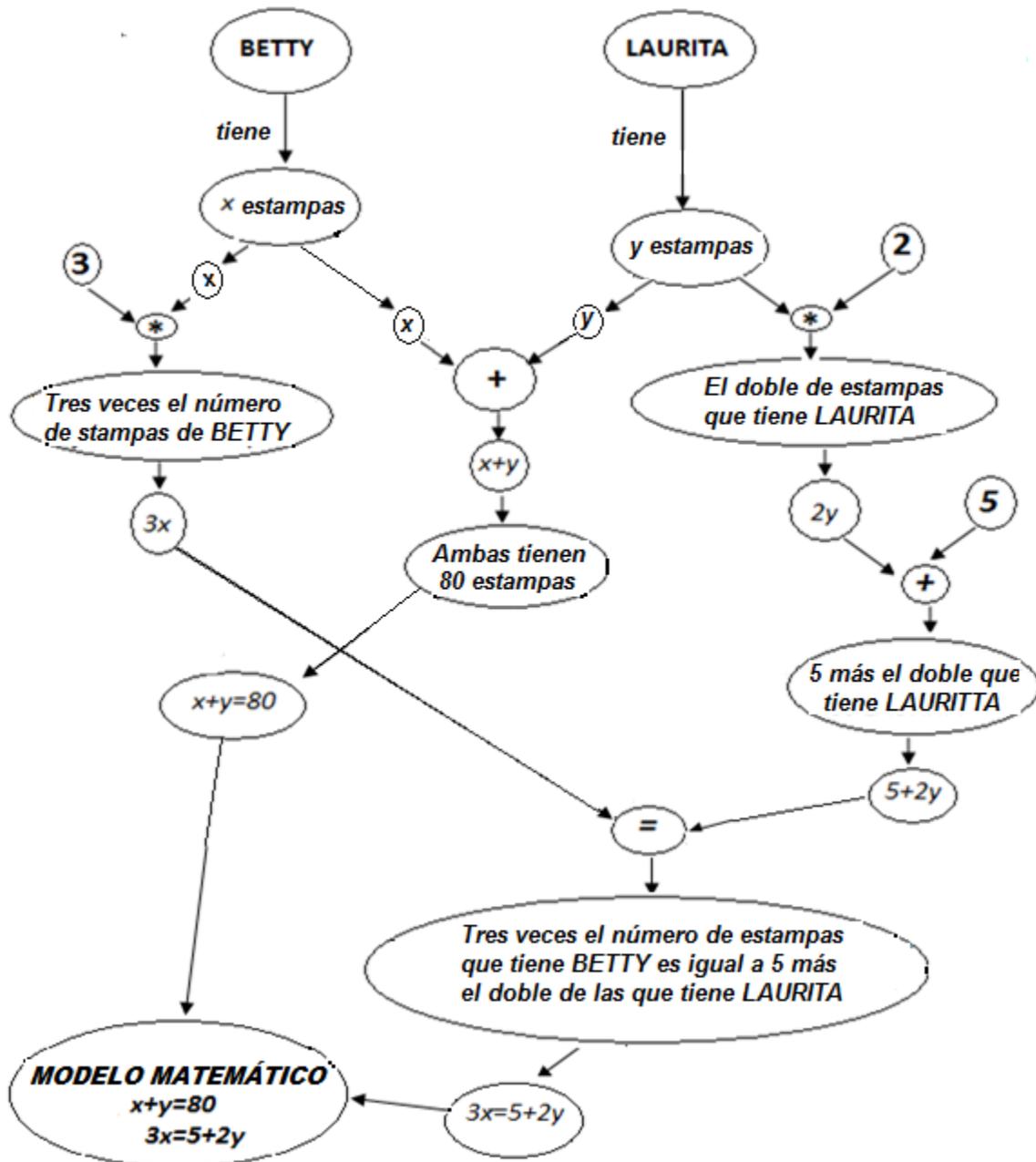


Figura 4. Red semántica de un modelo matemático

### Sistema Dinámico Masa-Resorte

Para ilustrar la modelación de un sistema dinámico, iniciaremos con el diagrama de la figura 5, que consiste de una masa  $m$ , resorte y amortiguador, es un sistema con un grado de libertad, y es un buen ejemplo en donde las oscilaciones se pueden describir con una coordenada  $q(t)$ .

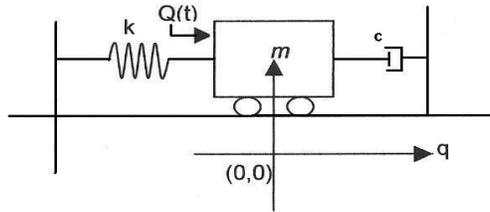


Figura 5. Sistema dinámico masa-resorte con amortiguador

El sistema consiste de una masa  $m$  que puede deslizarse a lo largo de un plano horizontal liso. La masa actúa sobre un resorte de constante  $k$ , un amortiguador con coeficiente  $c$  y una fuerza externa  $Q(t)$ . La posición de la masa en cualquier tiempo durante su movimiento se especifica por la coordenada  $q(t)$  medida desde su posición de equilibrio de la masa.

Empleando redes semánticas podemos elucidar el modelo matemático, con una mejor visión sobre la relación de las componentes del sistema, como se muestra en la figura 6.

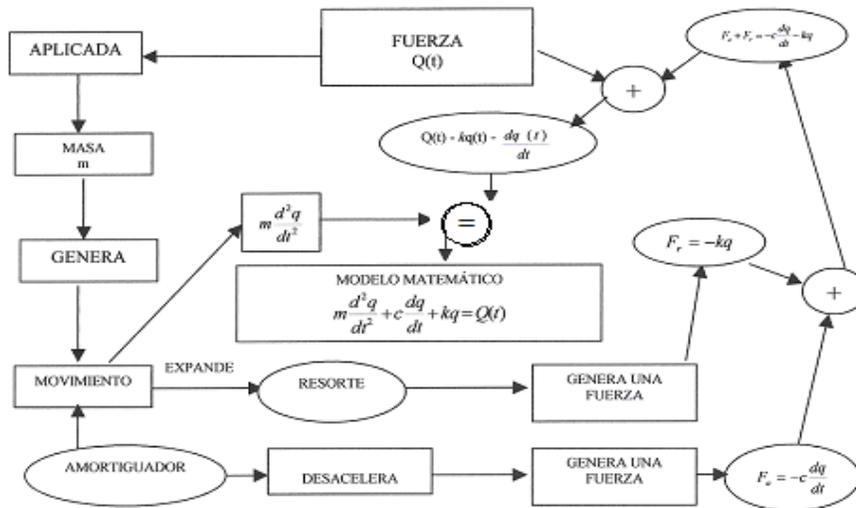


Figura 6. Red semántica del sistema dinámico masa-resorte con amortiguador

Una manera más formal para establecer la red semántica de algún modelo, es formar el conjunto de oraciones en lenguaje natural que describe el fenómeno y por medio del cálculo de primer orden, transformar dichas oraciones en fórmulas bien formadas.

Como cada fórmula bien formada tiene asociada una red semántica, entonces el conjunto de fórmulas bien formadas genera una red semántica del sistema en cuestión, entonces, el conjunto de oraciones en lenguaje natural que describe el sistema dinámico forma una red semántica. Esta proposición puede formalizarse, en la siguiente manera.

**Proposición:** Sea  $S$  un sistema dinámico, tomado de un fragmento de la realidad  $R$ , y  $M$  el conjunto de eventos que se dan en  $S$ , sea  $O$  el conjunto de oraciones en lenguaje natural que describe cada uno de los eventos de  $S$  y sus relaciones, y el conjunto  $P$  de fórmulas bien

formadas correspondientes a  $\mathbf{O}$ . Entonces existe una red semántica inducida por  $\mathbf{P}$  del sistema dinámico  $\mathbf{S}$ .

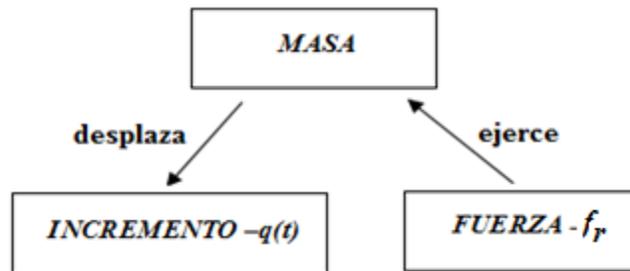
Para ilustrar considere las siguientes oraciones obtenidas de la figura 6. que son los hechos y proposiciones que se elucidan del sistema Masa-Resorte.

“Si la masa se desplaza un incremento  $q(t)$ , entonces el resorte ejerce una fuerza  $f_r$  sobre la masa, que es  $-kq(t)$ ”.

Que se puede escribir en términos los predicados:

$$\begin{aligned} &desplaza(MASA, INCREMENTO - q(t)) \\ &ejerce(FUERZA - f_r, MASA) \end{aligned}$$

Y graficarlos como:



**Figura 7.** Red semántica de una de las oraciones que describen el Sistema dinámico Masa-Resorte.

De esta manera vemos que una oración en lenguaje natural se transforma en una fórmula bien formada en cálculo de predicados y cada una de ellas tiene una representación en redes semánticas como se muestra en la figura 7.

Por lo tanto la proposición es válida, así, siendo  $\mathbf{S}$  un sistema dinámico, y  $\mathbf{O}$  el conjunto de oraciones en lenguaje natural que describe cada uno de los eventos de  $\mathbf{S}$  y sus relaciones, y el conjunto  $\mathbf{P}$  de fórmulas bien formadas correspondientes a  $\mathbf{O}$ , tienen una red semántica inducida por  $\mathbf{P}$  correspondiente al sistema dinámico  $\mathbf{S}$ .

## CONCLUSIONES

Cualquier intento en la enseñanza de las matemáticas, tiene un aliciente, principalmente saber que sirvió el esfuerzo para que alguien pueda mejorar su aprendizaje de matemáticas, al buscar alternativas para tal fin. Modelación matemática es uno de los temas más sobre salientes en matemática aplicada debido a la necesidad de probar y comprobar los resultados de experimentos a través de la simulación y sobre todo de aquellos experimentos que son costosos o bien que no son posibles de repetir debido a la imposibilidad por su magnitud tanto en el fenómeno físico, como en los diferentes parámetros que en él intervienen, por ejemplo eventos en una planta nuclear. Finalmente podemos decir que el estudio de los modelos matemáticos usando redes semánticas tiene un acercamiento más claro en la construcción de ellos sobre todo para aquellos que se inician en la modelación matemática.

## REFERENCIAS

- Bobrow, D. G.** (1968) "Natural Language Input for a Computer Problem-solving System", en M. Minsky B.(ed.) *Semantic Information Processing*. Cambridge, Mass: MIT Press, 146-226.
- Clive L. Dym and Elizabeth S. Ivey.** (1980) *Principles of Mathematical Modeling*. Academic Press.
- Frank R. Giordano, Maurice D. Weir and William P.Fox.** (2003.) *First Course in Mathematical Modelling*. Thomson.
- Genesereth, M. R. & J. Nilsson** (1987) *Logical Foundations of Artificial Intelligence*. San Mateo, California: Morgan Kaufmann.
- Joseph W. Jerome.** (1998) *Modelling and computation for Applications in Mathematics, Science, and Engineering*. Clarendon Press Oxford.
- Kapur, Jagat Narain** *Mathematical modelling* John Wiley, 1988
- Minsky M.** (1974) *A Framework for Representing Knowledge*. MIT-AI Laboratory Memo 306.
- Quillian, R.**, "Semantic memory" in *Semantic Information Processing*, M. Minsky (Ed),MIT Press, Cambridge, Mass.,1968
- Raphael, B.**, "A Computer Pogram for Semantic Information Retrieval" in *Semantic Information Processing*, M. Minsky (Ed),MIT Press, Cambridge, Mass.,1968
- Shapiro, S.C. & G. H. Woddmansee** (1971) "A Net Structured Based Relational Question-Answerer", *Proceedings International Joint Conference on AI*. Washington DC, 325-346.
- Shastri, L.** (1988) *Semantic Networks: An Evidential Formalization and Its Connectionist Realization*. Los Altos, California: Morgan Kaufmann.
- Simmons, R. F.** (1973). "Semantic Networks: Their Computation and Use for Understanding English Sentences." *Computer Models of Thought and Language*. Ed. R. Schank and K. Colby. San Francisco: W. H. Freeman.
- Sowa, J. F.** (1984) *Conceptual Structures: Information Processing in Mind and Machine*. Reading, Mass: Addison-Wesley.
- Winograd, T.** (1972) *Understanding Natural Language*. New York: Academic Press.
- Winograd, T.** (1975) "Frames and the Procedural-Declarative Controversy", en **D. G. Winston, P. H.** (1977) *Artificial Intelligence*. Reading, Mass: Addison Wesley.