



# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

---

---

INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA  
ÁREA ACADÉMICA DE INGENIERÍA  
CENTRO DE INVESTIGACIÓN AVANZADA EN INGENIERÍA  
INDUSTRIAL

Modelación de Células de Manufactura Flexible mediante  
Redes de Petri y Autómatas Celulares.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS EN  
INGENIERÍA INDUSTRIAL

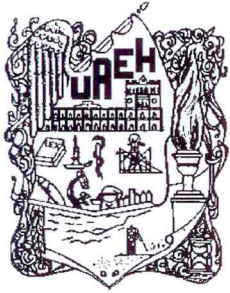
P R E S E N T A :

CARLOS ADRIÁN JARAMILLO HERNÁNDEZ

DIRECTOR DE TESIS: DR. JOSELITO MEDINA MARÍN

CODIRECTOR: DR. JUAN CARLOS SECK TUOH MORA

MINERAL DE LA REFORMA, HGO., NOVIEMBRE DE 2012.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO  
INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA  
ÁREA ACADÉMICA DE INGENIERÍA

**M. en C. JULIO CÉSAR LEINES MEDÉCIGO**  
**DIRECTOR DE CONTROL ESCOLAR**  
**DE LA U.A.E.H.**  
**P R E S E N T E.**

Por este conducto le comunico que la Comisión Revisora asignada al trabajo de tesis del alumno de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Industrial **CARLOS ADRIÁN JARAMILLO HERNÁNDEZ**, con número de cuenta 142840, quien presenta el tema “**Modelación de Células de Manufactura Flexible mediante Redes de Petri y Autómatas Celulares**”, después de revisar la tesis y constituido como Jurado, ha decidido autorizar la impresión de la misma, hechas las correcciones que fueron acordadas.

A continuación se anotan las firmas de conformidad de los integrantes del Jurado:

PRESIDENTE: **DR. MANUEL GONZÁLEZ HERNÁNDEZ**  
VOCAL: **DR. JOSELITO MEDINA MARÍN**  
SECRETARIO: **DR. JUAN CARLOS SECK TUOH MORA**  
SUPLENTE: **DR. NORBERTO HERNÁNDEZ ROMERO**

Sin otro particular, reitero a usted la seguridad de mi atenta consideración.

**ATENTAMENTE**  
**“AMOR, ORDEN Y PROGRESO”**

Mineral de la Reforma, Hgo., a 30 de octubre de 2012.

**DR. JOSÉ RAMÓN CORONA ARMENTA**  
**SUBJEFE ACADÉMICO DEL ÁREA**  
**ACADÉMICA DE INGENIERÍA**

# Índice

<b>Resumen</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1 Herramientas para el modelado de sistemas discretos</b>	<b>5</b>
1.1 Simulación de sistemas de eventos discretos . . . . .	5
1.1.1 Introducción a la simulación . . . . .	5
1.1.2 Ventajas y desventajas de la simulación . . . . .	7
1.1.3 Sistemas discretos y sistemas continuos . . . . .	8
1.1.4 Tipos de modelos . . . . .	9
1.1.5 Casos de estudio de simulación de sistemas de manufactura y manejo de materiales . . . . .	11
1.2 Redes de Petri . . . . .	12
1.2.1 Definición formal . . . . .	13
1.3 Autómatas Celulares . . . . .	14
1.3.1 Definición formal . . . . .	16
1.4 Comentarios del capítulo . . . . .	17
<b>2 Manufactura flexible</b>	<b>18</b>
2.1 Sistemas de Manufactura Flexible . . . . .	18
2.2 Célula de Manufactura Flexible . . . . .	19
2.2.1 Elementos básicos de una CMF . . . . .	20
2.3 Comentarios del capítulo . . . . .	23
<b>3 Modelación de una RdP lineal, mediante un AC</b>	<b>25</b>
3.1 Metodología para la modelación de una RdP mediante un AC . . . . .	27

3.2	Regla de evolución para el AC . . . . .	29
3.3	Ejemplos . . . . .	34
3.4	Programación en software del AC . . . . .	38
3.5	Comentarios del capítulo . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Modelación de una RdP con recurso compartido mediante un AC</b>	<b>43</b>
4.1	Metodología para la modelación de una RdP en paralelo mediante un AC	47
4.2	Regla de evolución . . . . .	50
4.3	Ejemplos . . . . .	55
4.4	Comentarios del capítulo . . . . .	57
	<b>Conclusiones</b>	<b>61</b>
	<b>Bibliografía</b> . . . . .	<b>65</b>

# Lista de figuras

1.1	Sistema discreto. . . . .	9
1.2	Sistema continuo. . . . .	10
1.3	Red de Petri y sus componentes. . . . .	14
1.4	Ejemplo de disparo de una RdP. . . . .	15
1.5	Evolución de un AC con la regla 184. . . . .	16
2.1	Brazo de robot y sus componentes. . . . .	21
2.2	Fresadora CNC. . . . .	22
2.3	Diseño de una pieza en CAD. . . . .	22
2.4	Maquinado en un simulador CAM. . . . .	23
2.5	Torno CNC con cabezal de múltiples herramientas. . . . .	24
3.1	Célula de Manufactura Flexible. . . . .	26
3.2	RdP de la CMF. . . . .	26
3.3	División en subredes o módulos de la RdP. . . . .	27
3.4	Asignación de valores para el primer módulo. . . . .	28
3.5	Asignación de valores para el segundo módulo. . . . .	28
3.6	Asignación de valores para el tercer módulo. . . . .	28
3.7	Asignación de valores para el cuarto módulo. . . . .	29
3.8	Configuración [0 0 0] del AC, representado en la RdP. . . . .	30
3.9	Configuración [0 0 1] del AC, representado en la RdP. . . . .	30
3.10	Configuración [0 1 0] del AC, representado en la RdP. . . . .	31
3.11	Configuración [0 1 1] del AC, representado en la RdP. . . . .	31
3.12	Configuración [1 0 0] del AC, representado en la RdP. . . . .	32
3.13	Configuración [1 0 1] del AC, representado en la RdP. . . . .	32
3.14	Configuración [1 1 0] del AC, representado en la RdP. . . . .	33
3.15	Configuración [1 1 1] del AC, representado en la RdP. . . . .	33
3.16	Regla de evolución para el AC. . . . .	34

3.17 RdP en $\tau_0$ . . . . .	35
3.18 RdP en $\tau_1$ . . . . .	36
3.19 RdP en $\tau_2$ . . . . .	36
3.20 RdP en $\tau_3$ . . . . .	37
3.21 RdP en $\tau_4$ . . . . .	37
3.22 Ciclo del AC. . . . .	39
3.23 AC bloqueado. . . . .	40
3.24 Evolución del AC con 10 células y 10 evoluciones. . . . .	41
4.1 Célula de Manufactura Flexible con recurso compartido. . . . .	44
4.2 RdP con recurso compartido. . . . .	44
4.3 Lugares y actividades de la RdP. . . . .	46
4.4 Conflicto en RdP con recurso compartido. . . . .	46
4.5 Sin conflicto en RdP con recurso compartido. . . . .	47
4.6 División de RdP. . . . .	48
4.7 Asignación de valores para la configuración A. . . . .	48
4.8 Asignación de valores para la configuración B. . . . .	49
4.9 Reglas de evolución para la configuración ABA. . . . .	51
4.10 Reglas de evolución para la configuración BAB. . . . .	52
4.11 Configuración [0 1 0] de la RdP. . . . .	53
4.12 Evolución de la configuración [0 1 0] de la RdP. . . . .	53
4.13 Configuración [2 0 2] de la RdP. . . . .	54
4.14 Evolución de la configuración [2 0 2] de la RdP. . . . .	54
4.15 Configuración [0 1 2] de la RdP. . . . .	55
4.16 Configuración [2 1 0] de la RdP. . . . .	55
4.17 Evolución de la configuración [2 1 0] de la RdP. . . . .	56
4.18 AC con su respectiva RdP. . . . .	57
4.19 Evolución del AC. . . . .	58
4.20 Evolución AC recurso compartido. . . . .	59
4.21 AC bloqueado. . . . .	60

# Modelación de Células de Manufactura Flexible mediante Redes de Petri y Autómatas Celulares.

## Resumen

En el presente proyecto de investigación se llevó a cabo la modelación de una Red de Petri (RdP) mediante un Autómata Celular (AC), así como el análisis de dicha red por medio de la evolución del AC desde una configuración inicial apropiada, así mismo se investigó su dinámica y propiedades más relevantes con el fin de determinar problemas como candados mortales, ciclos, flujo de materiales, entre otros, presentes en las Células de Manufactura Flexible (CMF).

Dado que un AC evoluciona a partir del estado de los vecinos que cada célula tiene y el disparo de una transición en la RdP está condicionado al estado de sus lugares de entrada, es factible considerar segmentos de la RdP como una célula en el AC y llevar a cabo la modelación de la dinámica de la RdP en el AC.

La mayor debilidad que tienen las RdP es el problema de crecimiento del grafo, es decir, los modelos basados en RdP tienden a ser demasiado grandes para analizarlos, aún en sistemas de tamaño moderado.

Por lo anterior, en este trabajo, se propone llevar a cabo la modelación de RdP mediante un AC, ya que el tamaño que presenta un AC es menor al que tendría el modelo de RdP para el mismo sistema. Además si se desea agregar más elementos, en el AC solamente se añaden más células, mientras que en la RdP se agregarían los lugares, transiciones y arcos correspondientes a los elementos nuevos.

Existe poco trabajo de investigación relacionado a la interacción de una RdP y un AC. La teoría de RdP se ha aplicado, entre otros, en el análisis de sistemas y CMF, sin embargo, dadas las capacidades de los AC para la representación de sistemas de eventos discretos, se podrían aprovechar éstas para la misma tarea.

Con base en lo anterior, el presente trabajo se centra en la combinación de estas herramientas, utilizadas en la modelación y análisis de sistemas de eventos discretos para modelar CMF y conocer sus propiedades dinámicas, restricciones y capacidades del sistema.

# Flexible Manufacturing Cells Modeling through Petri Nets and Cellular Automaton

## Abstract

This thesis presents the modeling of a Petri net (RdP) by a cellular automaton (AC), as well as the analysis of the net through the evolution of the AC from an appropriate initial configuration. The aim is to know the relevant properties of the net to identify problems as deadlocks, cycles, materials flow among others; which are commonly studied in Flexible Manufacturing Cells (CMF).

An AC evolves from the state of the neighbors of each cell, and the firing of a transition in the RdP is conditioned to the state of their input places. Hence, it is feasible to consider segments of the RdP as a cell in the AC, and perform the modeling of the dynamics of the RdP in the AC. The biggest weakness in RdP is the growing problem of the graph; that is, the RdP based models tend to be too large for analysis, even for systems of moderate size. Therefore, in this manuscript, it is proposed to carry out the modeling of a RdP using a AC, because the size of the AC would be smaller than the RdP model for the same system. Besides, if you want to add more elements, more cells are only added in the AC; meanwhile the RdP would need the addition of places, transitions and arcs for the new items.

There are few works analyzing the interaction of a RdP and an AC. The RdP theory has been applied, among others issues, in the system analysis and modelling of CMF. However, given the capabilities of an AC for the representation on discrete event systems, it could be used for the same task. Based on the previous comments, this thesis is focused in the combination of these tools for the modelling and analysis of CMF in order to know their dynamic properties, constraints and capabilities of the system. There is little research work related to the interaction of a RdP and an AC. The RdP theory has been applied, among others, in the systems analysis and cell flexible manufacturing, however, given the capabilities of the AC for the representation on discrete event systems, could exploit these to the same task.

Based on the above, this paper focuses on the combination of these tools used in the modeling and analysis of discrete event systems for modeling CMF and meets their dynamic properties, constraints and capabilities system.



## AGRADECIMIENTOS

Primeramente agradezco a Dios por darme la vida, ser un guía en mi formación y estar siempre conmigo.

Un agradecimiento especial a mis padres Carlos y Doris por su apoyo, sus consejos, su lucha por darnos lo mejor, por creer en mí, por tantas alegrías, su aliento en situaciones difíciles y por mantener una familia sólida. De igual manera a mi hermana Ivon, a los tres los amo.

A mi novia Michelle Cerón por darme ese empuje extra para hacer las cosas y salir adelante, por ser una excelente novia y por acompañarme en este camino.

Agradezco a mis asesores Dr. Juan Carlos Seck y Dr. Joselito Medina por creer en mí para entrar a la maestría y junto con ellos terminar este proyecto, además de su apoyo incondicional, sus consejos, asesorías y un buen ambiente de trabajo.

Así mismo, al Dr. Oscar Montaña, Dr. José Ramón Corona y Dra. Eva Hernández, por ser parte importante en mi formación.

Le dedico este logro, de manera especial a mi hermano César Jaramillo, por haber formado parte importante de mi vida y compartido tantas alegrías juntos. A la señora Catalina López por haber sido una gran mujer y ejemplo de vida. Por último a mi sobrina Ximena Jaramillo por ser ese angelito que amo tanto.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT por el apoyo financiero recibido, con número de becario 14143, mediante el cual pude realizar mis estudios de maestría.

El trabajo presentado en esta tesis así como el apoyo económico se derivaron del proyecto CONACyT titulado “Autómatas Celulares Reversibles: Problemas Teóricos y Aplicaciones en Ingeniería” (Ref. CB-2007/83554), cuyo responsable es el Dr. Juan Carlos Seck Tuoh Mora.

# Introducción

## Antecedentes

Este trabajo de investigación se fundamenta en los trabajos de [28][26] donde se desarrollan ideas en la aplicación de los AC modelando Células de Manufactura Flexible (CMF), que son un conjunto de máquinas que realizan un proceso de manufactura en particular o una parte del mismo. Estos trabajos son buenos ejemplos de sistemas de eventos discretos que han sido modelados por RdP y otras herramientas de simulación. Las ideas propuestas en estos se basan en el uso de redes para representar la dinámica de los sistemas planteados, por lo que se pueden modelar por medio de una RdP, utilizada como una herramienta intermedia entre la célula de manufactura y el AC. Como un trabajo antecedente, se han combinado las teorías de RdP y AC en el estudio de sistemas particulares, en este caso se usan RdP estocásticas y AC de dos dimensiones aplicados a la modelación de sistemas ecológicos [23].

Existen diferentes herramientas que a lo largo del tiempo han estudiado y analizado la modelación y optimización de las CMF con buenos resultados, como son los Autómatas Finitos, Cadenas de Markov, Redes de Petri Estocásticas y Algoritmos Genéticos [4][13][8][22][27]. Así mismo, los AC se han utilizado en los campos de la física, biología y computación, las ciencias sociales para estudiar el comportamiento humano, la propagación de incendios, planeación urbana y tránsito vehicular [11][34][1], entre otras. Como se ha mencionado anteriormente, los AC y RdP se han utilizado en diferentes campos de la ciencia con buenos resultados, sin embargo, hay muchas más aplicaciones por explorar, ya que es un campo fértil para nuevas investigaciones, como es el caso de este trabajo.

## Justificación

Desde el surgimiento de las herramientas de análisis, diseño y modelación de sistemas de eventos discretos, éstas se han enfrentado a sistemas cada vez más complejos en su dinámica debido a un entorno cambiante. La aplicación de nuevas teorías, así como la combinación de algunas de ellas, se ha hecho una tarea constante para mejorar su desempeño y aplicabilidad. En este caso, se plantea la modelación de unas CMFs usando la combinación de las teorías de RdP y AC a través de un marcado inicial y posterior evolución del AC.

## Objetivos

### Objetivo general

Modelar Células de Manufactura Flexible mediante la aplicación de la teoría de Redes de Petri y de Autómatas Celulares, con la finalidad de estudiar su comportamiento y encontrar propiedades como el flujo de materiales, capacidades, restricciones del sistema y evolución a partir de un marcado inicial.

### Objetivos específicos

Los objetivos específicos planteados son los siguientes:

1. Investigar la aplicación de modelos clásicos y emergentes para la modelación, simulación y análisis de Células de Manufactura Flexible.
2. Conocer las propiedades derivadas de la aplicación del AC en la RdP.
3. Analizar ventajas y limitantes de ocupar dichas herramientas.
4. Aplicar el modelo en la simulación de un sistema real.

## Planteamiento del problema

Para llevar a cabo la modelación y análisis de sistemas de eventos discretos, como las CMF, se han aplicado diferentes técnicas y herramientas que permiten estudiarlos y conocer el comportamiento que presentan ante ciertos estados iniciales. Un analista parte de la identificación de las propiedades y características que tienen estos sistemas,

para que su representación sea lo más cercano a la realidad. Sin embargo, a mayor detalle en la modelación de los sistemas, el modelo se vuelve más inmanejable; y por otro lado, si sacrificamos la precisión en el modelado, se puede llegar a un modelo con el que no se pueden obtener resultados satisfactorios con respecto a su comportamiento en la realidad. La representación de sistemas de eventos discretos con un nivel de detalle adecuado para su análisis, provoca una generación de modelos de gran magnitud, debido a la cantidad de elementos que se tienen que agregar al modelo. Esto se observa al hacer la modelación de una CMF donde se tiene la dificultad de no poder realizar una modelación exacta de la realidad, dada la cantidad de elementos que lo integran y la combinaciones posibles entre ellos, siendo compleja su dinámica. Por lo anterior se requieren de herramientas de modelado que puedan representar sistemas con una gran cantidad de elementos y un nivel de detalle adecuado para realizar su análisis.

## Hipótesis a demostrar

El comportamiento de las CMF pueden ser modelados mediante RdPs, y a su vez, representadas con la evolución del AC.

## Método

1. Se estudiaron los fundamentos teóricos de RdP y AC, además de las aplicaciones que éstas herramientas tienen en áreas diferentes del conocimiento.
2. Se analizaron alternativas de modelación de SMF y se optó por la modelación de una CMF, dadas las características dinámicas de estos sistemas de eventos discretos.
3. Se desarrolló el modelo de RdP que representa el comportamiento de la CMF trabajando de forma lineal.
4. Se aplicó la teoría de AC para reproducir la dinámica de la RdP obtenida en el punto 3, y se estudió la CMF a partir de las evoluciones del AC.

5. Se desarrolló el modelo de RdP para representar a una CMF con recursos compartidos.
6. La RdP obtenida en el punto 4 se modeló con un AC y se revisaron sus propiedades mediante la evolución del autómata.

## Organización de la tesis

La tesis se desarrolla a lo largo de los siguientes capítulos con esta estructura:

- En el capítulo 1 se desarrolla una introducción a la simulación de sistemas de eventos discretos, ventajas y desventajas de la misma, así como casos de éxito en la aplicación de la simulación de sistemas de producción y una descripción de los tipos de modelos de simulación que existen. Se describen los antecedentes, fundamentos teóricos, estructura, propiedades, dinámica y aplicaciones de las RdP y de los AC, herramientas que se utilizaron para la modelación de la CMF.
- El capítulo 2 se describe los conceptos relacionados con los Sistemas y Células de Manufactura Flexible, la partes que lo conforman y las aplicaciones de la manufactura flexible en la actualidad.
- El capítulo 3 expone la descripción de un caso de aplicación para la modelación de CMF de estructura lineal o serial, así como la metodología utilizada en la combinación de la RdP que modela las CMF y que son analizadas desde el AC, por medio de su evolución.
- El capítulo 4 se propone otro ejemplo de modelación y análisis por medio de la evolución del AC de una CMF de estructura paralela con recurso compartido, en la cual se define la metodología de migración de una RdP al AC.
- Finalmente se presentan las conclusiones y los resultados obtenidos durante el desarrollo de esta tesis. De igual manera se mencionan las ventajas, desventajas y trabajo futuro para esta investigación.

# Capítulo 1

## Herramientas para el modelado de sistemas discretos

### 1.1 Simulación de sistemas de eventos discretos

#### 1.1.1 Introducción a la simulación

Una simulación es la imitación de un proceso u operación de un sistema real. Ya sea de forma manual o en una computadora, la simulación involucra el desarrollo de un historial del comportamiento del mismo, y con la observación se pueden hacer conclusiones con respecto a las principales características de funcionamiento del sistema [2]. Para poder hacer una simulación, se necesita el desarrollo de un modelo, el cual es una representación abstracta de la realidad, formado con los principales elementos y variables del sistema en cuestión. Estas variables son expresadas en forma de matemática, lógica y de relaciones simbólicas entre las entidades u objetos de interés del sistema. Una vez desarrollado y validado un modelo puede ser usado para investigar una gran variedad de incógnitas y responder a preguntas como "que pasaría si" acerca del modelo real. De igual manera se puede analizar y predecir los efectos, impactos y rendimiento del sistema en la fase de diseño antes de su construcción y así validarlo con la realidad a la cual se enfrentará. En algunos casos los modelos desarrollados pueden resolverse por métodos matemáticos, como cálculo diferencial, teoría de la probabilidad, métodos algebraicos u otra técnica matemática. La solución normalmente consiste en uno o más parámetros numéricos los cuales son llamados medidas de rendimiento del sistema. Sin embargo, muchos sistemas reales, tienen modelos complejos que lo representan y que son virtualmente imposibles de resolver matemáticamente. Para estos casos, la simulación puede usarse para imitar el comportamiento del sistema. De esta simulación

se pueden obtener datos como si se estuviera observando el sistema real y pueden ser usados para conocer su rendimiento.

La disponibilidad de lenguajes de simulación, incremento en las capacidades de la computación y el avance en las metodologías ha hecho de la simulación una herramienta extensamente utilizada y aceptada en la investigación de operaciones y análisis de sistemas. Circunstancias bajo las cuales, la simulación es una herramienta apropiada y es discutida por algunos autores como Naylor [17] y Banks [3]. La simulación puede usarse para los siguientes fines:

- 1.- Permitir el estudio y la experimentación de las interacciones internas de un sistema complejo, o de un subsistema dentro de un sistema complejo.
2. La información, organización y ambiente puede cambiar en la simulación y los efectos de estos cambios puede observarse en el comportamiento del sistema.
3. El conocimiento adquirido en el diseño del modelo de simulación es de gran valor hacia la mejora del sistema bajo investigación.
4. Variando los datos de entrada en la simulación y observando los datos de salida, se puede obtener qué variables son más importantes y cómo interactúan entre ellas.
5. Puede ser un dispositivo pedagógico que ayude a reforzar las metodologías de solución analíticas.
6. Puede usarse para experimentar con nuevos diseños o políticas antes de su implementación, así como prepararse para lo que sucederá.
7. Puede usarse para verificar soluciones analíticas.
8. Determinar diferentes capacidades y determinar requerimientos de una máquina.
9. Los modelos diseñados pueden usarse para entrenamiento sin el costo de aprenderlo en el trabajo.
10. El sistema simulado puede mostrar una animación de las operaciones realizadas.
11. Sistemas modernos (empresas, plantas de fabricación, organización de servicios,

etc.) son complejos y las interacciones solo pueden ser tratados a través de la simulación.

La simulación juega un papel muy importante como herramienta para analizar sistemas que no se pueden representar con otras herramientas y gracias a las nuevas metodologías, computadoras y software, la simulación es una herramienta poderosa para la solución de problemas reales.

### 1.1.2 Ventajas y desventajas de la simulación

La simulación es atractiva para las empresas u organizaciones diversas que tienen sistemas complejos, porque imita lo que sucede en el sistema real o el comportamiento del mismo en la fase de diseño. Al validarlo, los datos de salida del sistema simulado pueden corresponder directamente al sistema real. Dado una un conjunto particular de entradas con ciertas características al modelo, este se ejecuta y su comportamiento es observado. Este proceso de cambiar entradas y características al modelo resulta en un conjunto de escenarios para ser evaluados. Una buena solución, ya sea en el análisis de un sistema existente o en el diseño de un nuevo sistema, es recomendable una evaluación exhaustiva antes y después de su implementación.

La simulación tiene muchas ventajas y algunas desventajas. Algunas de estas ventajas y desventajas son enlistadas por Pegden, Shannon y Sadowski [18]. Las ventajas, entre otras, son:

1. Nuevas políticas, operaciones en los procesos, reglas de decisión, flujos de información, organización de procesos se pueden explorar sin necesidad interrumpir la marcha del sistema real.
2. Diseño de nuevo hardware, distribución física, sistemas de transporte pueden ser evaluados sin necesidad de adquirir estos recursos.
3. Se pueden probar diferentes hipótesis acerca de cómo y por qué ocurre cierto fenómeno.
4. El tiempo puede acelerarse o disminuirse para analizar con mayor detalle ciertos comportamientos del fenómeno en observación.
5. Puede obtenerse información acerca de la relación entre las variables más importantes del sistema.



6. Preguntas como "que pasa si" pueden ser contestadas. Este es un uso particular en el diseño o mejora de sistemas.

Las desventajas según estos autores, son las siguientes:

1. La construcción del modelo necesario para la simulación, requiere de entrenamiento especial, ya que es un arte que se aprende con la experiencia.
2. Los resultados de la simulación son difíciles de interpretar, por lo que se necesita de expertos para entenderla.
3. La simulación requiere de mucho tiempo y recursos.
4. Se requiere de equipos de cómputo eficientes para modelar rápidamente los escenarios.

Respecto a las ventajas y desventajas antes mencionadas, se debe de realizar un estudio adecuado para no gastar tiempo y recursos innecesariamente y tener un objetivo claro de qué se requiere obtener. Aunque existen muchas ventajas de la simulación, se debe de tener presente que muchos de los problemas a los cuales nos enfrentamos no requieren de una simulación, porque pueden ser resueltos con otras herramientas sencillas, disminuyendo los costos de investigación y análisis.

Las áreas de aplicación de la simulación es basta y reconocida por muchas empresas y organizaciones que la utilizan actualmente para mejorar su competitividad en la mejora, diseño, desarrollo y evaluación de nuevos sistemas. Entre las áreas donde se utilizado, se pueden mencionar: aplicaciones de manufactura, manufactura de semiconductores, ingeniería de construcción, aplicaciones militares, procesos de negocios, logística, transporte y distribución, así como sistemas humanos.

### **1.1.3 Sistemas discretos y sistemas continuos**

Los sistemas se pueden clasificar como discretos o continuos."Pocos sistemas en la práctica son totalmente discretos o continuos, pero un tipo de estos predomina para la mayoría de los sistemas, por lo general, será posible clasificar un sistema como discreto o continuo", Law y Kelton [12]. Un sistema discreto es aquel que sus variables de estado cambian solamente en un conjunto discreto de puntos en el tiempo. Un banco es un

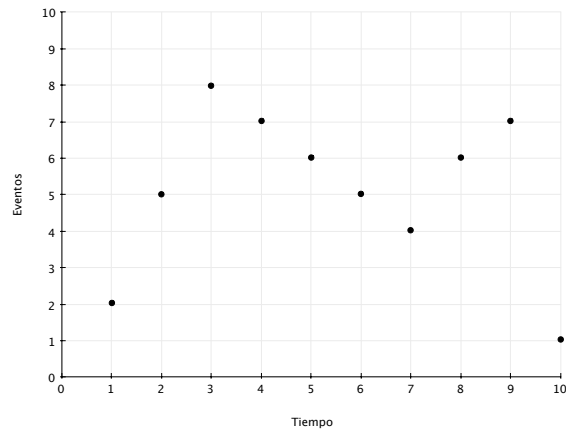


Figura 1.1: Sistema discreto.

ejemplo de sistema discreto, su variable de estado es el número de clientes en el banco y cambia solo cuando un cliente llega o cuando el servicio prestado está completo. Figura 1.1.

Un sistema continuo, es aquel que sus variables de estado, cambian continuamente a través del tiempo. Un ejemplo de estos sistemas es el flujo de agua en una presa. Durante y después de una lluvia, el agua fluye hacia el lago de la presa, donde el agua se extrae para controlar las inundaciones y generar electricidad. La evaporación disminuye el nivel de agua, por lo cual, con las lluvias, la evaporación y la extracción de agua, el nivel de la presa cambia continuamente a través del tiempo. Figura 1.2.

#### 1.1.4 Tipos de modelos

Los modelos se pueden clasificar como matemáticos o físicos. Un modelo matemático utiliza notación simbólica y ecuaciones matemáticas para representar un sistema. Un modelo de simulación es un tipo particular de modelo de un sistema. El modelo físico, es una representación a escala o simplificada de un sistema tangible para estudiar su comportamiento y mejorar su diseño, por ejemplo, los modelos a escala de aviones, autos y barcos probados antes de su construcción. Los modelos de simulación además pueden clasificarse como estáticos o dinámicos, determinísticos o estocásticos y discretos o continuos. Un modelo estático de simulación, algunas veces llamado simulación Monte Carlo [15], representa un sistema en un punto particular de tiempo. Un modelo

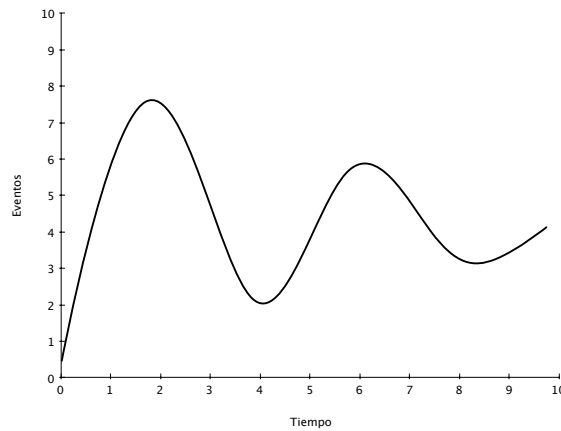


Figura 1.2: Sistema continuo.

dinámico de simulación representa sistemas que cambian en el tiempo. La simulación de un banco de las 9:00 a.m. a las 4:00 p.m. es un ejemplo de simulación dinámica.

Los modelos de simulación que no tienen variables aleatorias son clasificados como determinísticos. En estos modelos se conocen el conjunto de entradas las cuales resultan en un conjunto único de salidas. Las llegadas determinísticas pueden ocurrir en el consultorio de un dentista, si todos los clientes llegaran a la cita programada. Un modelo estocástico de simulación, tiene una o más variables aleatorias como entradas que como consecuencia tendrá salidas igualmente aleatorias. Las salidas aleatorias pueden considerarse solo como estimaciones de las características reales de un modelo. La simulación de un banco usualmente implica llegadas aleatorias con servicios aleatorios. Así en la simulación estocástica, las medidas de salida (el número de clientes esperando, el tiempo de espera) deben de ser manejados como estimaciones estadísticas de las verdaderas características del sistema.

Los sistemas continuos y discretos fueron definidos anteriormente, sin embargo, un modelo de simulación discreta no siempre se utiliza para modelar un sistema discreto, ni un modelo de simulación continuo tampoco se utiliza para modelar un sistema continuo. Tanques y tuberías se modelan discretamente por proveedores de software a pesar de que se sabe que el flujo de fluido es continuo. Además, los modelos de simulación pueden combinarse entre continuos y discretos. La elección entre el uso de un modelo u otro depende de las características del sistema y el objetivo del estudio.

### 1.1.5 Casos de estudio de simulación de sistemas de manufactura y manejo de materiales

The Winter Simulation Conference Proceedings, IIE Magazine, Modern Material Handling, y otras revistas especializadas son una excelente fuente de información de pequeños casos en simulación de sistemas de manufactura y manejo de materiales. Un resumen de algunos documentos de 1994 Winter Simulation Conference Proceedings, proporciona una visión acerca de los tipos de problemas que se pueden abordar por medio de la simulación. Los siguientes documentos presentan casos de aplicación en sistemas reales a través de la simulación:

1. Modeling and Simulation of Material Handling for Semiconductor Wafer Manufacturing de Neal G. Pierce and Richard Stafford [21]. Este documento presenta los resultados de un estudio de diseño y análisis de sistemas para el manejo de materiales en la manufactura. Los autores desarrollaron modelos de simulación de eventos discretos del desempeño del manejo convencional de materiales de limpieza incluyendo sistemas manuales y automatizados. Analizando los requerimientos de vehículos de transporte necesarios para el manejo de estos materiales.

2. Modeling Aircraft Assembly Operations de Harold A. Scott [24]. Un modelo de simulación fué usado para ayudar a entender la complejidad de las interacciones en las operaciones de ensamble de una aeronave. El modelo ayudó a identificar los efectos de la limitación de recursos en la capacidad de proceso dinámico y ciclo de tiempo.

3. Discrete Event Simulation for Shop Floor Control de J. S. Smith [30]. Este documento describe una aplicación de simulación para el control de planta de un sistema de manufactura flexible. Se describe la implementación en dos laboratorios de manufactura flexible.

4. Developing and Analyzing Flexible Cell Systems Using Simulation de Edward F. Watson y Randall P. Sadowski [32]. En este documento los autores desarrollan y evalúan de células flexibles para apoyar un entorno de producción ágil, que pueda anticipar condiciones futuras que incluyen cambios en la demanda del producto, mezcla de productos y tecnología de procesos.

5. Inventory Cost Model for Just in Time Production de Mahesh Mathur [14]. Se presenta el diseño y operación de un modelo de simulación para comparar la configuración y manejo en los costos de inventario con diferentes tamaños de lote. La selección

del tamaño de lote óptimo puede basarse en los costos de inventario reales.

6. Modeling Strain of Manual Work in Manufacturing Systems de I. Ehrhardt, H. Herper y H. Gebhardt [5]. La simulación permite ver los problemas de complejidad en la logística de materiales. Describe un modelo de simulación que considera operaciones manuales para incrementar la efectividad en los sistemas logísticos de planeación.

En los documentos anteriores se muestran algunas aplicaciones en sistemas de manufactura flexible y su control mediante el desarrollo de modelos de simulación para entender el comportamiento, relación de las variables, eficiencia, capacidad y restricciones del sistema de producción. Los modelos de simulación que se ocupan en la manufactura flexible, ya sea de sistemas o células de manufactura flexible, pueden modelar diferentes características como: distribución de planta, uso de recursos, programación de tareas, mantenimiento, vida útil del sistema, flujo de materiales, plan y control de producción, suministro de recursos, manejo de inventarios, sistema de manejo de materiales, fallas en el sistema, expansión de la planta, etc. Por lo cual se han desarrollado diferentes metodologías para abordar cada tipo de problemas para hacer más rápido, eficiente y menos costoso el análisis del sistema a fin de tomar mejores decisiones.

En este trabajo de investigación, se presentan dos herramientas de simulación que se han aplicado en una gran diversidad de sistemas de eventos discretos y que se utilizan en la simulación de una Célula de Manufactura Flexible, estas herramientas son las Redes de Petri y los Autómatas Celulares que a continuación se describen con detalle.

## **1.2 Redes de Petri**

Las RdP son una herramienta gráfica y matemática que se han aplicado en el estudio de sistemas que se caracterizan por ser concurrentes, asíncronos, distribuidos, paralelos, no-deterministas, y/o estocásticos [16]. Se han aplicado ampliamente en la modelación y análisis de sistemas de eventos discretos, Sistemas de Manufactura Flexible, protocolos de comunicación, sistemas de base de datos distribuidos, programación paralela y concurrente, sistemas operativos y compiladores, lenguajes formales, entre algunas otras aplicaciones [16][19][29].

Con una RdP se puede estudiar la dinámica de operación del sistema que está siendo modelado, mediante el uso de herramientas de análisis, tales como el árbol de alcan-

zabilidad y la ecuación de estado [16][35].

Las RdPs fueron introducidas por medio de la tesis doctoral de Carl Adam Petri [20]. El uso de las RdP para la modelación de sistemas discretos tiene la ventaja de poder visualizar su comportamiento y de ésta manera determinar propiedades importantes en su evolución, así como el análisis formal mediante el uso de diversos métodos y herramientas.

### 1.2.1 Definición formal

Las RdP se describen como una herramienta de naturaleza gráfica para el diseño y análisis de sistemas dinámicos de eventos discretos [16].

Una RdP se representa gráficamente por un grafo dirigido bipartito. Los dos tipos de nodos, lugares y transiciones, representan las variables que definen el estado del sistema.

Los lugares se representan por círculos, las transiciones por barras y el marcado  $M$  se representa por una distribución en los lugares denominados marcas, las cuales se visualizan gráficamente por un punto en el interior del círculo que define el lugar que lo contiene, como se muestra en la figura 1.3.

Los lugares y transiciones se conectan por arcos dirigidos. Un arco dirigido de un lugar  $P_1$  a una transición  $T_1$  define un lugar de entrada de la transición. Múltiples entradas a una transición son indicadas por múltiples arcos desde el lugar de entrada a la transición. Un lugar de salida es indicado desde la transición al lugar, análogamente, múltiples salidas son representadas por múltiples arcos.

Formalmente, una RdP puede definirse como una tupla de 5 elementos  $PN = \{P, T, F, W, M_0\}$ , donde:

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  es un conjunto finito de lugares,

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$  es un conjunto finito de transiciones.

$F \subseteq \{P \times T\} \cup \{T \times P\}$  es un conjunto de arcos.

$W : F \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$  es una función de asignación de peso a los arcos.

$M_0 : P \rightarrow \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  es la marca inicial.

$P \cap T = \emptyset$  and  $P \cup T \neq \emptyset$

La dinámica del sistema modelado con una RdP se basa en la siguiente regla de disparo:

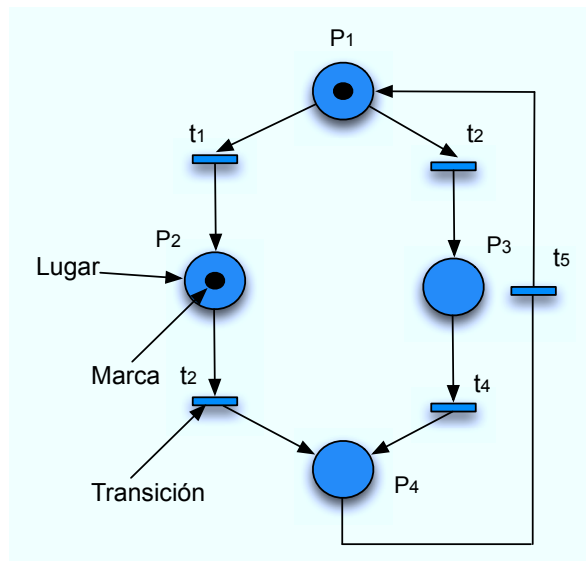


Figura 1.3: Red de Petri y sus componentes.

1. Una transición  $t$  se habilita si cada lugar de entrada tiene al menos  $w(p, t)$  tokens.
2. Una transición habilitada puede disparar o no, dependiendo si el evento ocurre o no.
3. El disparo de una transición  $t$  habilitada elimina  $w(p, t)$  tokens de cada lugar de entrada  $p$  de  $t$ , y agrega  $w(t, p)$  tokens a cada lugar de salida  $p$  de  $t$ , donde  $w(t, p)$  es el peso del arco que va de  $t$  a  $p$ .

En la figura 1.4 se puede observar el cambio de estado en una RdP con arcos de diferentes pesos, para unir dos átomos, de Hidrógeno y de Oxígeno y formar una molécula de agua.

### 1.3 Autómatas Celulares

Los orígenes de los AC se remontan a tres grandes acontecimientos en su historia: primeramente John von Neumann [31] quién pensó en la idea de construir máquinas abstractas que fueran capaces de autoreproducirse, el segundo, Martin Gardner popularizando el juego de la vida de John Conway [7] y finalmente Stephen Wolfram [33] quien los clasificó en cuatro categorías.

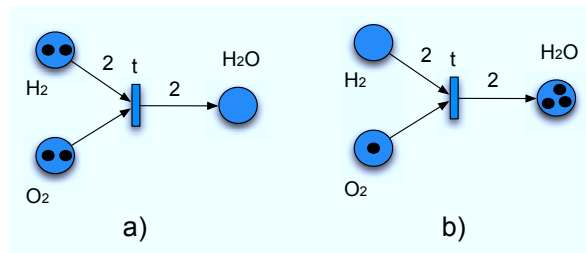


Figura 1.4: Ejemplo de disparo de una RdP.

Los ACs han evolucionado desde los años cincuenta, utilizados en la modelación y análisis de sistemas dinámicos en donde existe una interacción local, una evolución de forma paralela y un conjunto finito de estados. Son una clase de sistemas matemáticos espacial y temporalmente discretos y determinísticos, caracterizados por una interacción local y una forma de evolución paralela [33][10]. Inicialmente se estudiaron los ACs de dos dimensiones, sin embargo, el de una dimensión ha sido el que ha tenido más auge en el análisis de dichos sistemas.

El vecindario de cada célula estará formado por ésta y las  $r$  células situadas tanto a la derecha como a la izquierda de la misma, teniendo un total de  $2r + 1$  células en el vecindario. El cambio de estado de cada célula es dictado por una regla de evolución predeterminada en la cual la evolución de la célula central dependerá del estado en que se encuentren sus vecinas y el de ella misma.

Una de las aportaciones importantes de Stephen Wolfram [33] es la notación  $(k, r)$  para un AC de una dimensión, en la que  $k$  es el número de estados que puede tomar cada una de las células y  $r$  es el radio de vecindad e indica el número de células vecinas a ambos lados de las mismas. En conjunción estos parámetros representan el vecindario de las células del AC, de tal manera que el número de vecindarios diferentes posibles está dado por la expresión  $k^{2r+1}$ , formados por  $2r + 1$  células, como se muestra en la figura 1.5.

Los AC han sido aplicados en teoría de la computación, biología, física y en ciencias sociales, en la modelación de individuos y sociedades. Además, se han utilizado para el estudio de comportamiento de incendios, planeación urbana, tránsito vehicular, entre muchas otras aplicaciones [6][11][1][34].

Los ACs en general tienen las siguientes características:



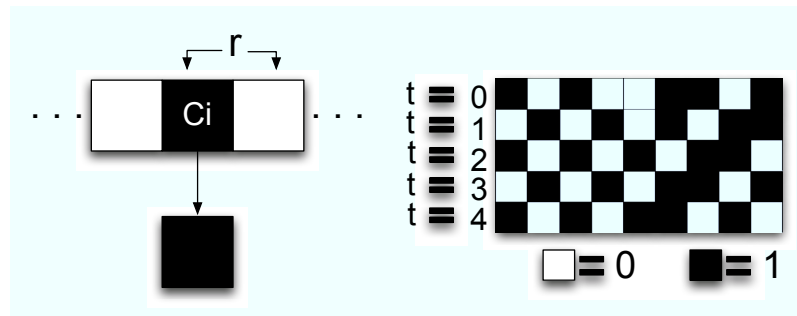


Figura 1.5: Evolución de un AC con la regla 184.

1. Espacio discreto de células. La estructura básica del sistema que se modela consiste en una malla de células generalmente de una, dos o tres dimensiones.
2. Homogeneidad. Todas las células son equivalentes.
3. Estados discretos. Cada célula asume un número finito de estados discretos posibles.
4. Interacciones locales. Cada célula interactúa únicamente con las células de su vecindario.
5. Dinámica discreta. La célula actualiza su estado de acuerdo a una regla de transición, en cada unidad discreta del tiempo, considerando los estados de las células de su vecindario.

### 1.3.1 Definición formal

Un autómata celular unidimensional consiste de un conjunto  $S$  de estados, cuya cardinalidad es  $s$ ; un arreglo finito de células  $c = x_1 \dots x_m$  con  $m \in \mathbb{Z}^+$ , donde cada célula toma un valor del conjunto  $S$ . Cada arreglo con una asignación de estados es una configuración del autómata; por lo tanto, el conjunto de configuraciones se define como  $C = S^m$ .

Para cada configuración  $c$ , cada célula evoluciona a partir de su estado actual y el de sus  $r$  vecinos a cada lado, de esta forma la evolución depende de una vecindad determinada por cada célula y sus  $2r$  vecinos. Así, el mapeo del conjunto  $S^{2r+1}$  al conjunto  $S$  es una regla de evolución  $\varphi : S^{2r+1} \rightarrow S$ .

A cada célula de  $x_i^t$  de una configuración  $c^t$  se le aplica la regla de evolución  $\varphi(x_{i-r}^t \dots x_i^t \dots x_{i+r}^t) = x_i^{t+1}$ , donde el superíndice significa tiempo, y esto se hace para cada  $x_i \in c^t$ .

El resultado es una nueva configuración  $c^{t+1}$  en donde los estados de cada célula son actualizados simultáneamente por la regla de evolución. De esta manera, el mapeo local de la regla de evolución induce un mapeo global  $\phi : C \rightarrow C$  entre configuraciones. Si consideramos una configuración inicial  $c^1$ , aplicando este proceso obtendremos la configuración  $c^2$ , y esto continúa de forma consecutiva para tiempos subsecuentes.

## 1.4 Comentarios del capítulo

La simulación de sistemas de eventos discretos como las CMF, tienen muchas aplicaciones en la manufactura flexible, así como en otros sistemas de producción como se mencionó en los casos de aplicación antes descritos. Se describieron los diferentes tipos de sistemas, las ventajas y desventajas de la simulación, así como la teoría de las herramientas de modelación que se utilizaron en este trabajo, que son las RdP y AC. En el siguiente capítulo, se abordan los conceptos de sistema y Célula de Manufactura Flexible que nos servirán para entender su funcionamiento y aplicación dado que el objetivo de este trabajo es la modelación de una CMF.

# Capítulo 2

## Manufactura flexible

### 2.1 Sistemas de Manufactura Flexible

La flexibilidad radica en la habilidad de adaptarse ”a la amplia gama de entornos posibles” Sethi y Sethi [25] . En un mundo dinámico, probabilístico y globalizado en el cual se compete, la flexibilidad es un requisito para la sobrevivencia a largo plazo.

El término sistema de manufactura flexible o SMF, se refiere a un conjunto de máquinas-herramientas de control numérico computarizado (CNC) y estaciones de trabajo que están conectados por un sistema automático de manejo de materiales y todo está controlado por una computadora central. La tecnología del SMF representa un paso en la evolución de la manufactura moderna para hacer frente a la creciente demanda de clientes para la entrega rápida de productos personalizados. Para la definición anterior, se incluyen los elementos más importantes en un SMF: máquinas automáticas reprogramables, cambio y entrega automático de herramientas, un sistema automático de manejo de materiales entre las máquinas y para la carga y descarga de materiales, además de un control que coordine todo el sistema. Muchos tipos de piezas pueden ser cargados en el sistema porque las máquinas tienen las herramientas e información para trabajarla en cualquier parte del sistema. Por lo tanto, las partes pueden llegar a las máquinas individuales o en cualquier secuencia. Mediante la lectura de un código que tiene cada pieza, este se traduce en un conjunto de instrucciones que se recuperan de la memoria del CNC y se ejecutan para realizar el proceso de manufactura correspondiente.

Sethi y Sethi [25], categorizan 11 tipos de flexibilidad de fabricación. Flexibilidad básica incluye la máquina (rango de operaciones que puede efectuar, en el menor tiempo,

accesorios genéricos, conjunto grande y automático de herramientas), manejo de materiales (habilidad para mover varias piezas entre máquinas y áreas almacenamiento) y operación (basado en el diseño del producto, se refiere a la habilidad de usar diferentes operaciones de proceso para producir las características del producto). Flexibilidad en el proceso (variedad de partes que puede producir con la misma configuración), ruta de materiales (habilidad para usar diferentes tipos de máquinas u operaciones para producir partes bajo la misma configuración), producto (facilidad de cambiar la producción por un nuevo conjunto de piezas), volumen (facilidad de cambiar el nivel de volumen de producción), expansión (capacidad de agregar capacidad adicional). Finalmente, la flexibilidad del sistema y el sistema de control, se combinan para agregar la flexibilidad del programa de producción (habilidad para ejecutar sin atender el sistema por un largo tiempo), producción (rango de tipos de partes que se pueden producir sin gastos de capital importantes) y mercado (combinación de producto, proceso, volumen y expansión). La tecnología del microprocesador ha sido el primer factor detrás del desarrollo de la tecnología del equipo y la información que permiten la flexibilidad. Aunque la flexibilidad no elimina del todo la variación de el sistema, éste debe de realizarlo de forma efectiva en presencia de los requisitos variables de cada producto a fabricar. Lo más importante a considerar es si el sistema puede ser diseñado para un horizonte de tiempo considerable, con la capacidad de producir grandes, pequeños y medianos lotes de productos, siendo esto difícil por el constante cambio en las tecnologías de manufactura, que exigen flexibilidad cada vez mayor a menor costo.

## 2.2 Célula de Manufactura Flexible

Una Célula de Manufactura Flexible o CMF es un grupo de máquinas que realizan un proceso particular o un paso en un proceso de manufactura más largo. Puede ser, por ejemplo, una parte de un Sistema de Manufactura Flexible. El aspecto flexible de una CMF, indica que ésta no está restringida a un sólo tipo de parte o proceso, sino puede acomodarse fácilmente a distintas partes y productos, usualmente dentro de familias con propiedades y características similares. Una célula de manufactura puede definirse como "un grupo independiente de máquinas funcionalmente diferentes, dedicadas a la fabricación de una familia de partes similares". Además una parte de la familia puede definirse como "un conjunto de partes con características similares de tamaño y forma o porque los pasos requeridos del proceso son similares para fabricarlos" [9].

Una CMF es un centro simple o un pequeño conjunto de máquinas que unidas producen una parte, subensamble o producto. Las máquinas en una célula están usual-

mente ubicadas de manera circular, muchas veces con un robot en el centro, el cual mueve las piezas a fabricar de máquina a máquina. El conjunto de máquinas en una célula se complementa para efectuar una actividad básicamente relacionada, como mecanizado, taladrado, terminación superficial o inspección de una pieza. El primer beneficio de una CMF es el área de control de producción, ya que se reduce el tiempo de proceso y el inventario, mejorando el flujo de materiales. Significando esto una disminución en los costos operativos, de inventario y del tiempo de producción, aumentando la productividad de la empresa.

Las CMF tiene dos cosas en común: las máquinas son operadas por un control y manejo común de los materiales. El control de las operaciones de los centros de mecanizado son manejados por una unidad central de procesamiento (CPU). Los datos programados son ingresados y modificados, la ubicación y estado del material es mostrado en tiempo real.

Funcionalmente, el sistema de control debe de ser capaz de lo siguiente:

- 1.- Monitoreo de equipos: Se extiende así la capacidad del operador.
- 2.- Monitoreo de alarma: Detecta y reporta condiciones de error y responde con acciones alternativas automáticamente.
- 3.- Administración de programas: permite guardado, carga y descarga de programas e instrucciones para equipos programables o manuales.

### **2.2.1 Elementos básicos de una CMF**

Los elementos básicos que conforman una CMF, para ser considerada como tal son:

a) Brazo de robot. Constituye un elemento muy importante en el sistema automatizado de una CMF, ya que es el encargado del transporte del material a cada una de las estaciones de trabajo, donde se tienen las operaciones asignadas. Existen una gran variedad de tipos de brazos robotizados, que depende de su aplicación, programación y tipo de control. Los brazos de robot son básicamente simulaciones de un brazo humano, que no se limitan al plano cartesiano, sino que cuentan con una gran versatilidad de movimientos, debido a que cuentan con actuadores neumáticos, hidráulicos o eléctricos, dependiendo de las tareas que realizan. Como se mencionó anteriormente los brazos

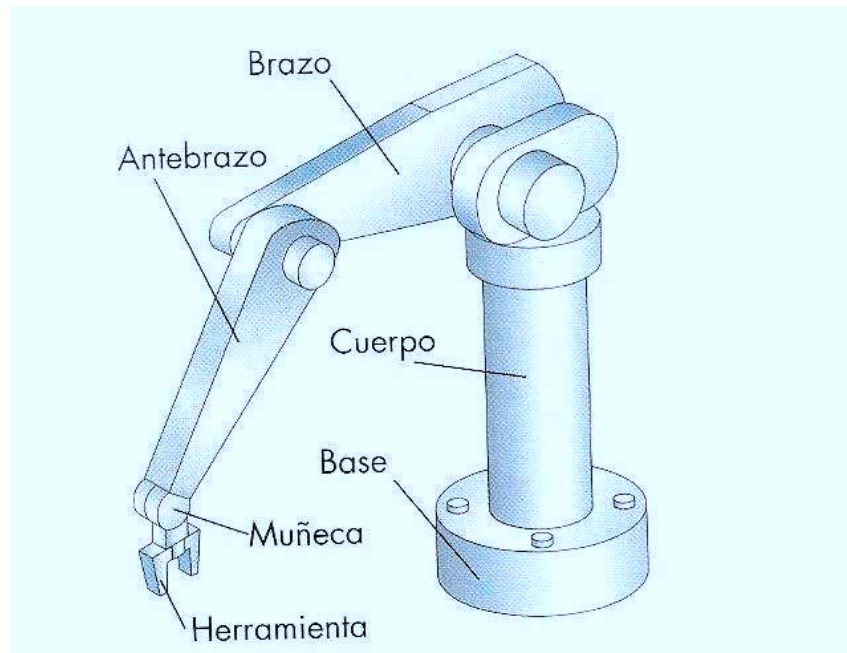


Figura 2.1: Brazo de robot y sus componentes.

pueden realizar diferentes tareas, como pueden ser: pintura, ensamble, transporte, actividades de riesgo, soldadura, maquinado, entre otras. En la figura 2.1 se muestra los principales componentes que lo integran.

b) Máquina de Control Numérico Computarizado (CNC). La máquina CNC ha sido uno de los más grandes desarrollos en la manufactura en los últimos 50 años como método de control para fabricación de piezas, fundamentalmente en la industria metalmeccánica, teniendo una gran evolución con el desarrollo de la informática y los avances en la electrónica industrial. El CNC se basa en la innovación en técnicas de producción, incremento de la calidad de los productos elaborados y la reducción de costos. Estas máquinas permiten una mejor planeación de operaciones, flexibilidad de maquinado, reducción del tiempo de programación, seguridad para el usuario, así como el aumento de la productividad y precisión. En la figura 2.2 se muestra una fresadora CNC, aunque hay una amplia gama de máquinas controladas numéricamente para realizar diferentes tipos de maquinados y procesos a diferentes escalas.



Figura 2.2: Fresadora CNC.

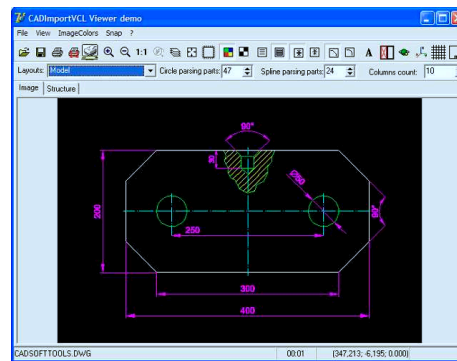


Figura 2.3: Diseño de una pieza en CAD.

c) Diseño Asistido por Computadora (CAD). El CAD es una potente herramienta en el área de ingeniería de diseño, que permite el desarrollo de modelos, fáciles de visualizar, de rehacer y de dimensionar a escala de sistemas reales. Además se pueden realizar diseños sumamente rápidos, de orden estructural y geométrico, los cuales se pueden visualizar aún en forma tridimensional. Fundamentado en una base de datos de orden geométrico, como puntos, líneas, figuras, etc. En conclusión, el CAD sustituye la mesa de diseño y dibujo totalmente. En la figura 2.3 se muestra la pantalla principal de un software CAD.

d) Manufactura Asistida por Computadora (CAM). Ésta herramienta comprende la planeación y programación de métodos de fabricación a través de complejos programas informáticos, que permiten realizar diagramas de flujo de operaciones de manera eficiente, control de tiempos de operaciones, teniendo como resultado productos de alta

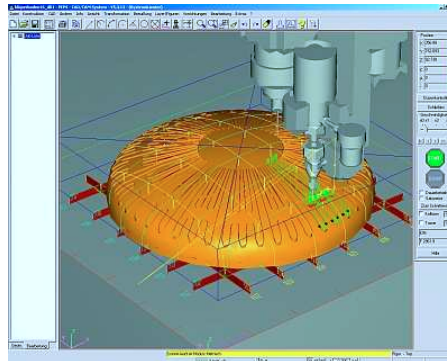


Figura 2.4: Maquinado en un simulador CAM.

calidad. en la figura 2.4, se puede visualizar un programa CAD con una simulación de maquinado.

e) Cambio rápido de herramienta o formato SMED. Anteriormente el cambio y ajuste de herramientas en una máquina utilizaba un tiempo considerable en la fabricación de piezas mecánicas. Esto se solucionó con ésta herramienta que consta de un sistema rotativo de portaherramientas de variadas formas y tamaños que se requieren por el diseño, que permiten un acomodo instantáneo de la herramienta que se necesita para la operación a realizar. Las principales ventajas son la reducción de tiempo en cambio de herramientas, la producción flexible de lotes pequeños, aumento en la productividad y disminución del costo de fabricación. En la figura 2.5, se ilustra un cabezal de torno CNC con múltiples herramientas que le permiten realizar diferentes maquinados con una gran rapidez para cambiar de una herramienta a otra, minimizando el tiempo del proceso.

## 2.3 Comentarios del capítulo

En este capítulo se describieron los conceptos relacionados a la manufactura flexible, pilar de las grandes empresas, donde los clientes y mercados son cada vez más exigentes y selectos, por lo que la manufactura flexible es de vital importancia para la satisfacción de estos. Las CMF se originan de la necesidad de minimizar costos de producción, mejorar la calidad de los productos, disminuir el tiempo de proceso y así hacer frente a la alta competitividad que existe en el mundo globalizado, donde la tecnología de



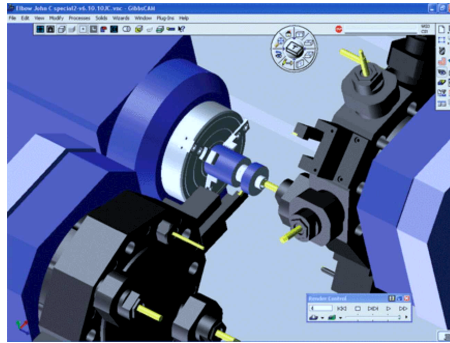


Figura 2.5: Torno CNC con cabezal de múltiples herramientas.

diseño y producción se usa como estrategia en las empresas que desean mantenerse y crecer en los mercados actuales.

## Capítulo 3

# Modelación de una RdP lineal, mediante un AC

Después de la descripción de las herramientas para el modelado de sistemas discretos, donde se abarcaron aspectos teóricos, estructura, principales características y aplicaciones, en este capítulo se describe la metodología utilizada para la adaptación de una RdP ordinaria y un AC de una dimensión, con el objetivo de visualizar el comportamiento dinámico de la RdP mediante la evolución del AC.

Para poder describir de una mejor manera ésta metodología se tomó como caso de aplicación una CMF la cual será modelada como una RdP y posteriormente migrada hacia un AC para su estudio.

Se tiene la CMF encontrada en [35] que es modelada por una RdP, cuenta con una banda transportadora automatizada, que moviliza tanto la materia prima (MP) como el producto terminado (PT), dos máquinas herramientas CNC ( $M_1$  y  $M_2$ ) que ejecutan un proceso de manufactura, un buffer entre ambas estaciones de trabajo que sirve como almacén temporal de material semiprocesado y dos brazos ( $R_1$  y  $R_2$ ) que alimentan de MP a las máquinas y transportan el material en las estaciones de trabajo. Figura 3.1

Para la descripción de la dinámica de la célula de manufactura con su correspondiente RdP se tienen las siguientes consideraciones:

a) Un lugar marcado con un token, para estos lugares, significa que hay disponibilidad del recurso ( $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_4$ ,  $P_5$ ,  $P_7$  y  $P_9$ ) y en caso contrario que está ocupado.

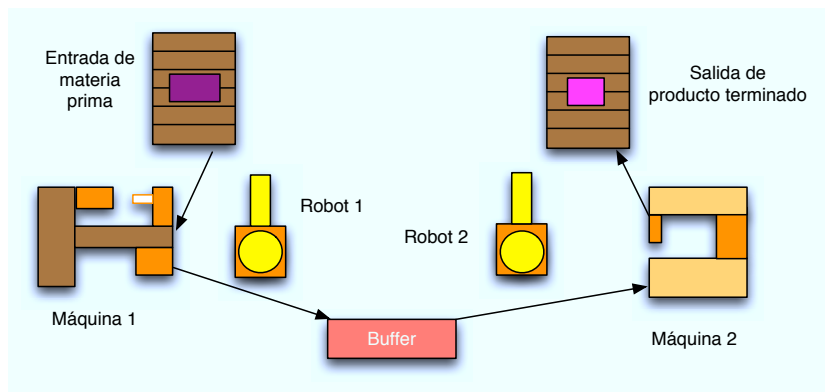


Figura 3.1: Célula de Manufactura Flexible.

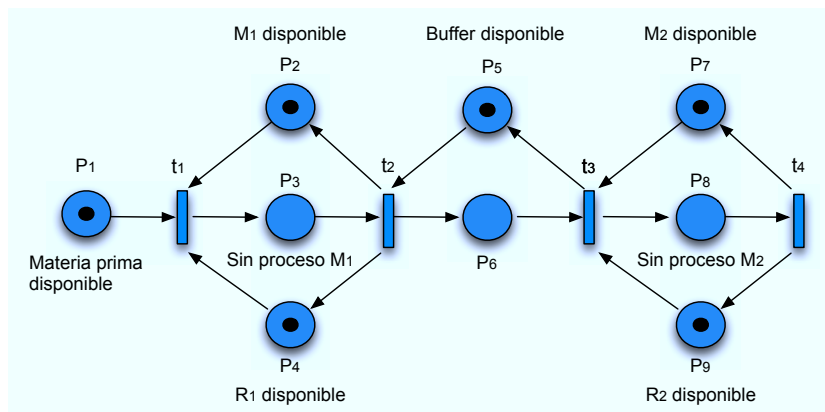


Figura 3.2: RdP de la CMF.

b) Para el caso de los procesos y el buffer ( $P_3$ ,  $P_6$  y  $P_8$ ) cuando están marcados, significa que se está llevando a cabo un proceso en las máquinas o está ocupado el buffer con una pieza semiprocesada, en caso contrario, están disponibles para recibir material.

Figura 3.2

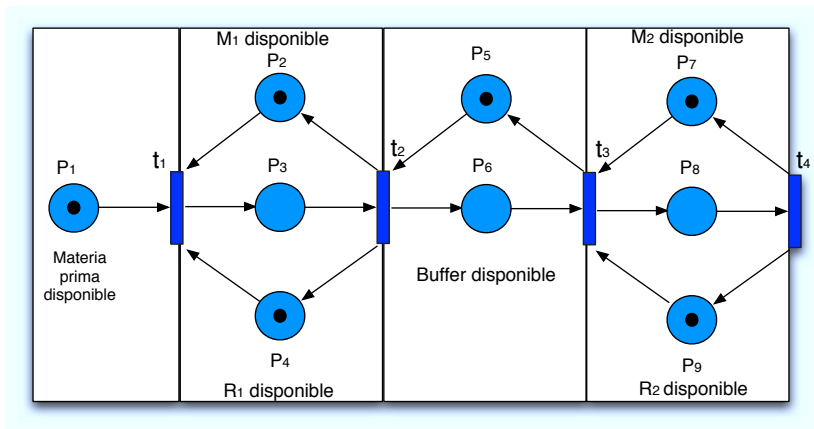


Figura 3.3: División en subredes o módulos de la RdP.

### 3.1 Metodología para la modelación de una RdP mediante un AC

Con respecto a las consideraciones antes mencionadas y para la modelación de la RdP con un AC, se aplica la siguiente metodología:

1.- La RdP se divide en sub redes o módulos regulares, que emularán cada célula del AC. Se toma como criterio la homogeneidad de los estados posibles de cada célula para hacerla, en éste caso quedan de la siguiente manera: la primera célula se conforma con el lugar  $P_1$ , la segunda, con los lugares  $P_2$ ,  $P_3$  y  $P_4$ , la tercera con  $P_5$  y  $P_6$  y la cuarta con  $P_7$ ,  $P_8$  y  $P_9$ . Como se observa (de izquierda a derecha) la primera célula tiene solo un lugar, la segunda tres lugares, la tercera dos y la cuarta tres, sin embargo, aunque no se tienen la misma cantidad de lugares, todos conservan dos posibles estados, figura 3.3, con lo que se puede formar un AC homogéneo con células de estados binarios. Las transiciones son el punto de unión entre las células y son compartidas entre dos células adyacentes.

2.- Con base a lo descrito en el punto anterior, cada célula formada se le asigna un cero o un uno, dependiendo de la configuración de cada subred o módulo, esta sólo tendrá dos estados posibles, como se observa en las Figuras 3.4, 3.5, 3.6 y 3.7. De esta manera se desarrolla un arreglo de ceros y unos que conforman el AC, el cual puede ser evolucionado desde un estado inicial, hasta  $n$  evoluciones.

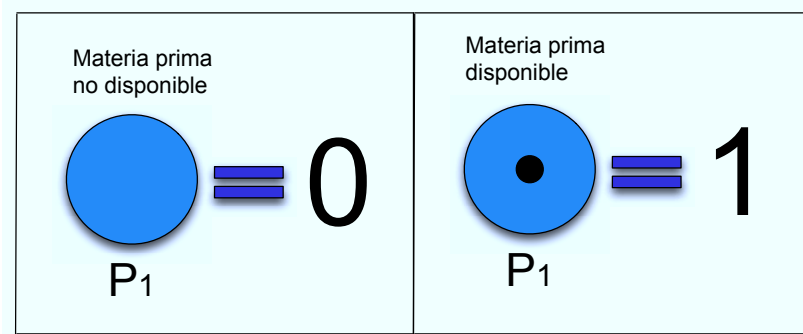


Figura 3.4: Asignación de valores para el primer módulo.

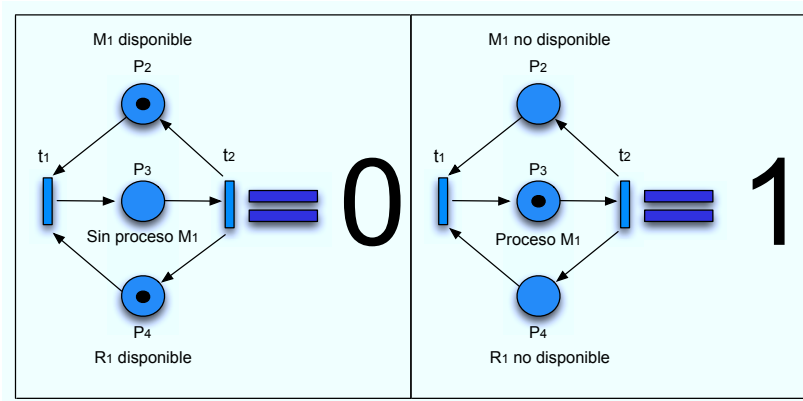


Figura 3.5: Asignación de valores para el segundo módulo.

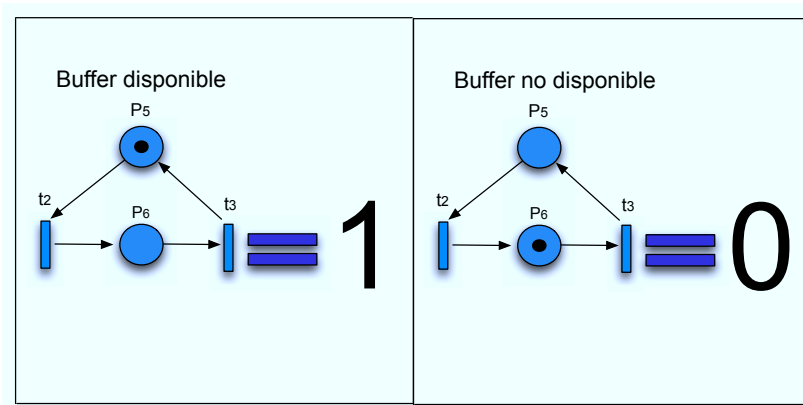


Figura 3.6: Asignación de valores para el tercer módulo.

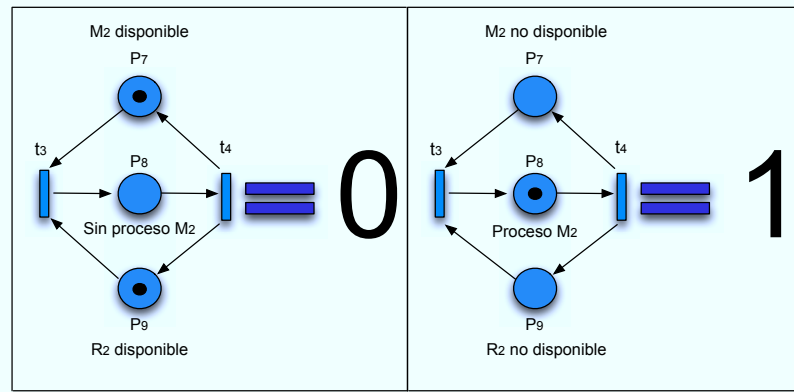


Figura 3.7: Asignación de valores para el cuarto módulo.

### 3.2 Regla de evolución para el AC

Partiendo de la teoría de los AC, donde se indica que para evolucionar un AC es necesario tener una regla de evolución, ahora se describe la manera en que se obtuvo esta regla basada en la dinámica del sistema real, que a su vez, es modelada por la RdP.

Primeramente, se establece que el vecindario para el AC es de tres células, con dos estados posibles cada uno, donde la célula central evolucionará dependiendo del estado de sí misma y de sus dos vecinos. En este caso, el vecindario será de los unos y ceros que dieron como resultado de las diferentes configuraciones de las subredes en la RdP.

Para el caso que se ha estudiado, se determina el número de las diferentes combinaciones de vecindario, con lo cual se aplica  $k^{2r+1}$  donde  $k$  es el número de estados posibles de cada célula, que en este caso es de dos y  $r$  que es el número de células a la izquierda y derecha de la célula central que forman el vecindario, que de igual forma es igual a dos. En total se tienen  $2^3$  que es igual a ocho mapeos de vecindades a estados. A continuación, se hace una descripción de cada una de ellas tomando en cuenta las capacidades y restricciones del sistema real.

Para dicha descripción se ocupará el primer vecindario de izquierda a derecha, es decir, las primeras tres subredes de la RdP, sin embargo, puede ocuparse cualquier subred, con sus vecinos correspondientes.

- 1.- Para la configuración  $[0\ 0\ 0]$ , la evolución de la célula central es 0, esto significa

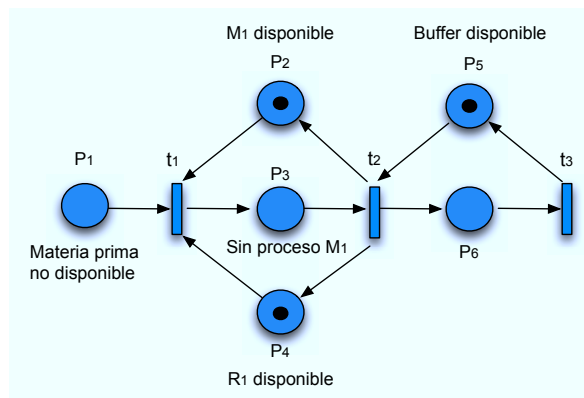


Figura 3.8: Configuración  $[0\ 0\ 0]$  del AC, representado en la RdP.

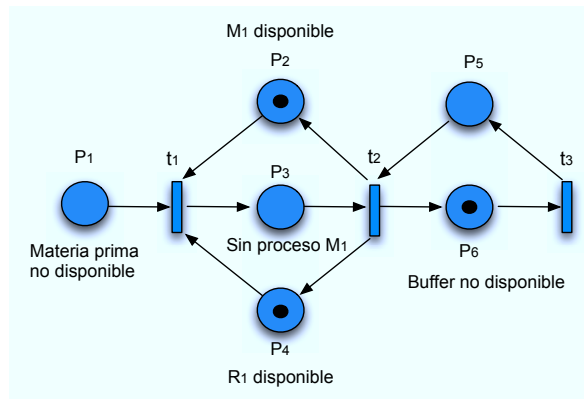


Figura 3.9: Configuración  $[0\ 0\ 1]$  del AC, representado en la RdP.

que, si no existe materia prima, es decir, la primera célula que está en estado cero, no hay proceso en la segunda y en la tercera no hay MP, por lo tanto, no existe cambio alguno. RdP de la figura 3.8.

2.- Para la configuración  $[0\ 0\ 1]$ , la evolución de la célula central es 0, porque no hay MP que inicie el proceso en el sistema, como en el caso anterior. RdP de la figura 3.9.

3.- Para la configuración  $[0\ 1\ 0]$ , la evolución de la célula central es 0, porque terminado el proceso de  $M_1$  y con espacio disponible en buffer, de estar en proceso, pasa a

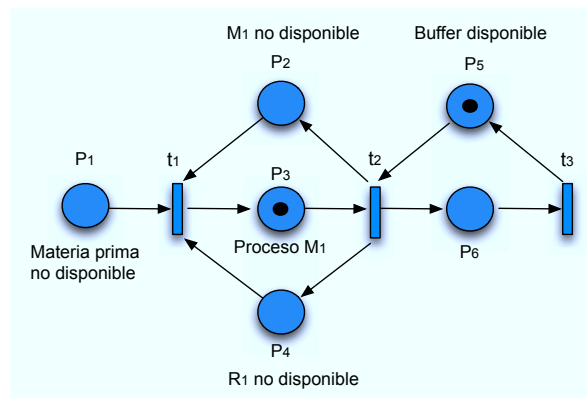


Figura 3.10: Configuración  $[0 \ 1 \ 0]$  del AC, representado en la RdP.

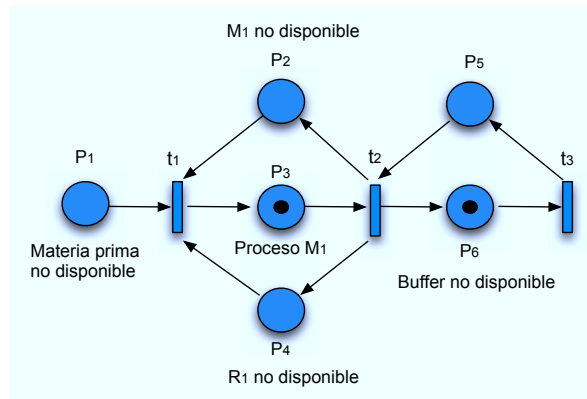


Figura 3.11: Configuración  $[0 \ 1 \ 1]$  del AC, representado en la RdP.

disponible y se mueve la materia semiprocesada de la estación de trabajo  $M_1$  al buffer. RdP de la figura 3.10 evoluciona a RdP de la figura 3.9.

4.- Para la configuración  $[0 \ 1 \ 1]$ , la evolución de la célula central es 1, ya que terminado el proceso de  $M_1$ , no se puede entregar materia semiprocesada al buffer porque ya está ocupado su espacio por otra pieza y seguirá en 1, hasta que se desocupe el buffer. RdP de la figura 3.11.

5.- Para la configuración  $[1 \ 0 \ 0]$ , la evolución de la célula central es 1, porque hay



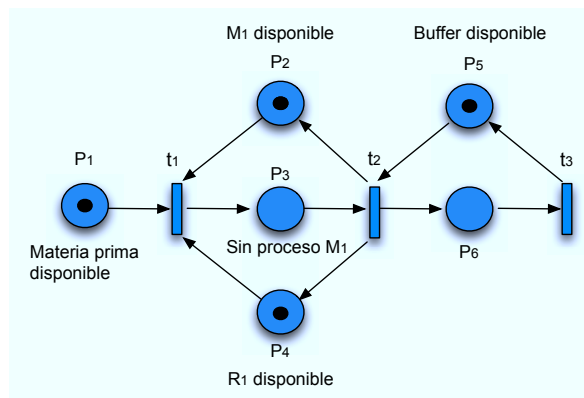


Figura 3.12: Configuración  $[1\ 0\ 0]$  del AC, representado en la RdP.

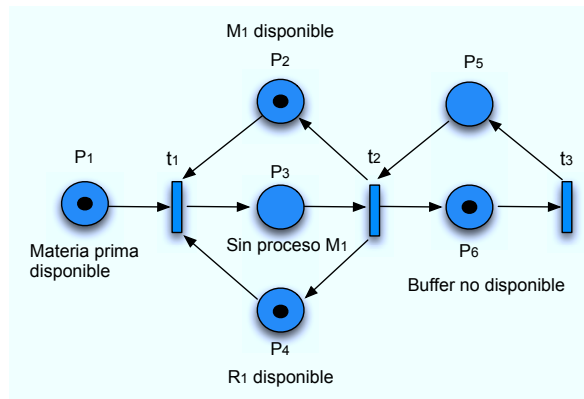


Figura 3.13: Configuración  $[1\ 0\ 1]$  del AC, representado en la RdP.

MP que inicie el proceso en el sistema, y el proceso de  $M_1$  pasa de estar disponible a ocupado. RdP de la figura 3.12 evoluciona a la RdP de la figura 3.10.

6.- Para la configuración  $[1\ 0\ 1]$ , la evolución de la célula central es 1, porque hay MP que inicie el proceso en el sistema, como en el caso anterior, se ejecuta el proceso en  $M_1$ , no importando que el buffer esté ocupado. La RdP de la figura 3.13 evoluciona a la RdP de la figura 3.11.

7.- Para la configuración  $[1\ 1\ 0]$ , la evolución de la célula central es 0, ya que, ter-

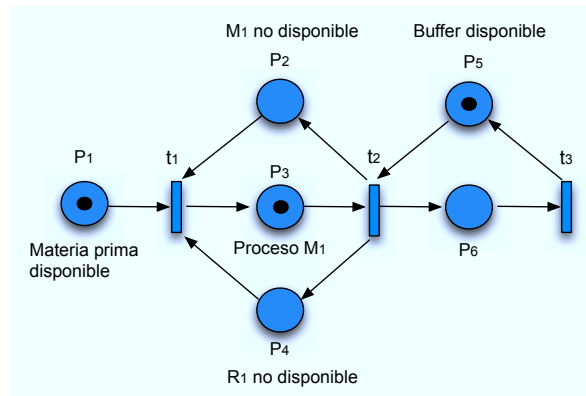


Figura 3.14: Configuración  $[1\ 1\ 0]$  del AC, representado en la RdP.

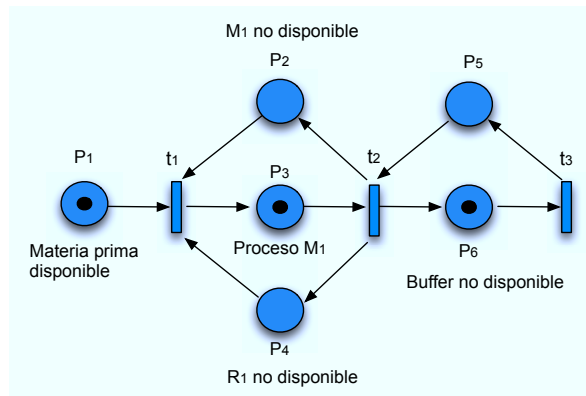


Figura 3.15: Configuración  $[1\ 1\ 1]$  del AC, representado en la RdP.

minado el proceso de  $M_1$ , existe espacio en buffer, por lo tanto, se mueve el material de  $M_1$  a el buffer, la RdP de la figura 3.14 evoluciona a la RdP de la figura 3.13.

8.- Para la configuración  $[1\ 1\ 1]$ , la evolución de la célula central es 1, porque aunque hay MP, existe un proceso en  $M_1$  y no podrá ingresar al sistema, y  $M_1$  se desocupará hasta que haya espacio en buffer. Esto se muestra en la RdP de la figura 3.15.

Haciendo referencia a la descripción anterior, ésta se aplica a las demás vecindades del AC, con su correspondiente evolución. La regla de evolución queda determinada,

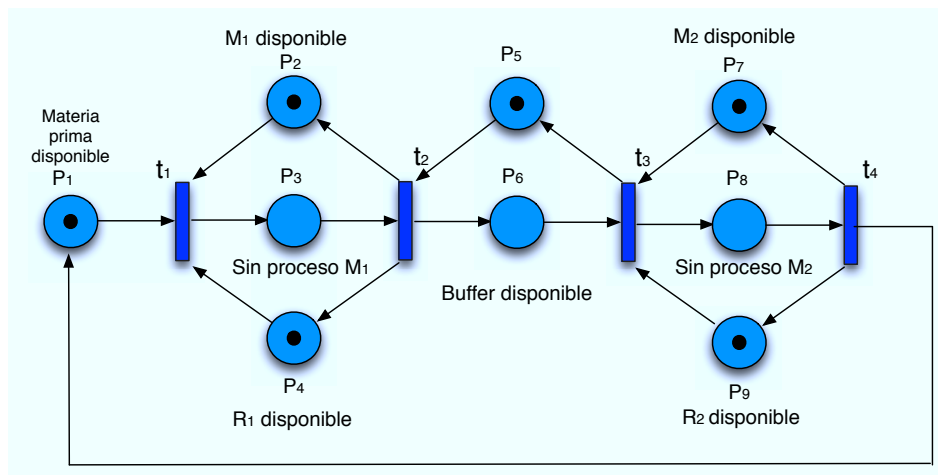
Vecindario			Evolución
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Figura 3.16: Regla de evolución para el AC.

como se muestra en la figura 3.16, con lo cual ya se tiene el AC basado en las configuraciones de la RdP y su regla de evolución que dictará los cambios de estado, teniendo como resultado las configuraciones correctas que modelan el comportamiento del sistema real.

### 3.3 Ejemplos

Con la regla de evolución del AC y su correspondiente RdP se muestra este ejemplo partiendo de un estado inicial propuesto y aplicando las reglas para corroborar las evoluciones, considerando que de  $t_1$  a  $t_4$  son las transiciones propias de la RdP y de  $\tau_0$  a  $\tau_4$  son los tiempos discretos donde se da un cambio en el sistema. El estado inicial es el siguiente: MP disponible en la banda transportadora, sin MP en las máquinas ni en el buffer, brazos de robot y máquinas disponibles. La descripción de la dinámica de la CMF y la RdP queda de la siguiente manera:

Figura 3.17: RdP en  $\tau_0$ 

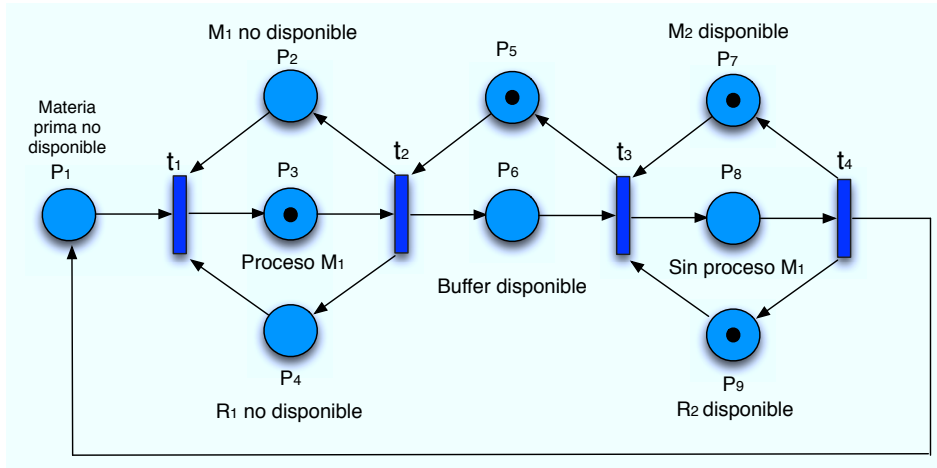
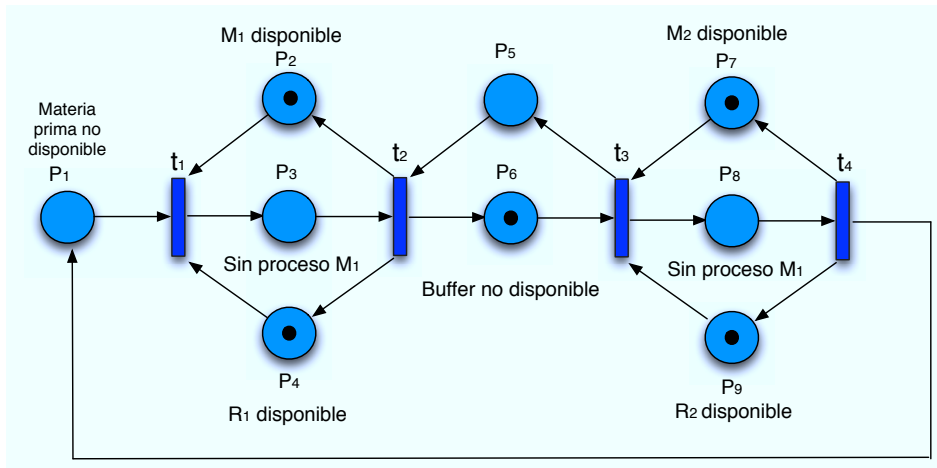
1.- Para la transición  $t_1$ . Se encuentra disponible  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_4$ , por lo cual es disparada  $t_1$ .  $R_1$  toma la MP y alimenta a  $M_1$  con lo cual inicia el proceso de manufactura, quedándose sin disponibilidad  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_4$  y en proceso  $P_3$ . RdP de la figura 3.17

2.- Para la transición  $t_2$ . El proceso de manufactura ha terminado  $P_3$  y el buffer se encuentra disponible  $P_5$ , por lo consiguiente, se dispara  $t_2$ .  $R_1$  toma la pieza de  $M_1$  y la coloca en el buffer, quedando  $P_6$  como no disponible.  $P_2$  y  $P_4$  se liberan y quedan como disponibles para ingresar MP nuevamente. RdP de la figura 3.18.

3.- Para la transición  $t_3$ . Existe pieza en buffer  $P_6$ ,  $P_7$  y  $P_9$  están disponibles,  $t_3$  se dispara.  $R_2$  toma la pieza del buffer y alimenta a  $M_2$ , iniciando el segundo proceso de manufactura.  $P_7$  y  $P_9$  quedan como no disponibles. RdP de la figura 3.19.

4.- Para la transición  $t_4$ . Se cicla el proceso del sistema y de  $P_8$  se retroalimenta a  $P_1$ , es decir, terminado el proceso, puede ingresar una nueva MP para transformar.  $R_2$  toma el PT y lo deja en la banda de salida. Se liberan  $P_7$  y  $P_9$  quedando disponibles. RdP de la figura 3.20 y RdP de la figura 3.21.

La anterior descripción se basó en el estado inicial citado, sin embargo, puede cambiar el mismo para obtener una dinámica y características diferentes, dependiendo del marcado inicial de la RdP.

Figura 3.18: RdP en  $\tau_1$ .Figura 3.19: RdP en  $\tau_2$ .

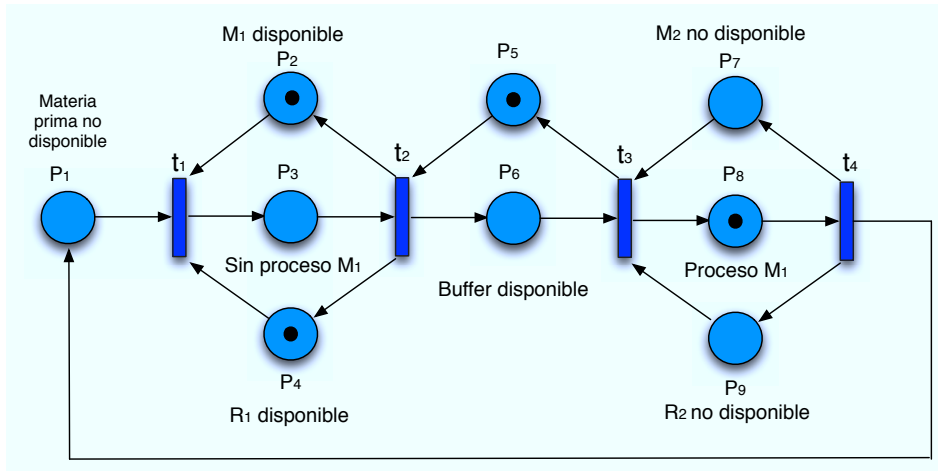


Figura 3.20: RdP en  $\tau_3$ .

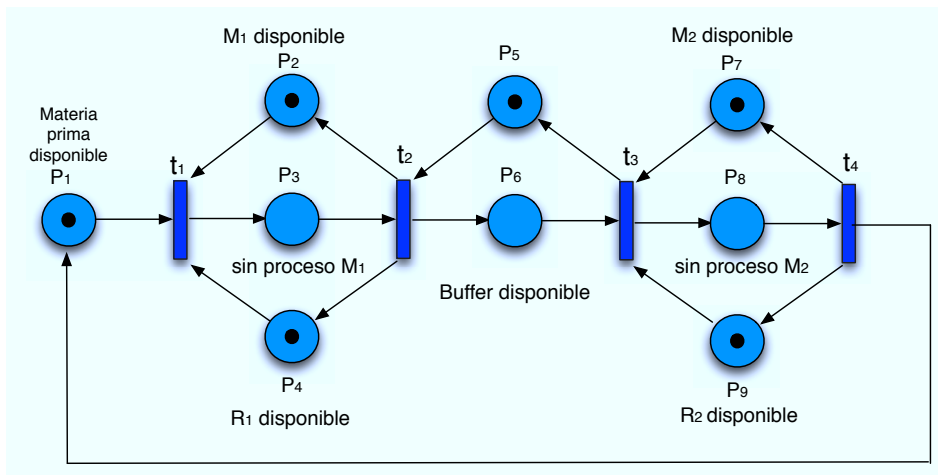


Figura 3.21: RdP en  $\tau_4$ .

Como se observa, la regla de evolución es comprobada, ya que el cambio de estado del AC se ve reflejado en la dinámica de la RdP. En este caso  $\tau_4$  es igual a  $\tau_0$  lo que concluye que el AC se cicla y vuelve a su estado inicial. Pero como se mencionó anteriormente, existen diferentes estados iniciales en los que puede partir el sistema, con sus diferentes resultados y evoluciones.

### 3.4 Programación en software del AC

Para fines prácticos se programó este AC en un software computacional llamado Matlab, que nos permite aumentar el número de células, así como el número de evoluciones. Lo que nos ayuda, que por medio del AC se pueda ver la evolución del mismo y hacer la analogía de los colores con su correspondiente configuración de las subredes de la RdP y de esta manera determinar lo que está pasando en el sistema real de una forma rápida. El AC de la figura 3.22 muestra el ejemplo antes descrito con la RdP, donde se muestra visualmente cómo se cicla en la cuarta evolución.

También pueden visualizarse algunos casos donde el sistema queda bloqueado, es decir, un candado mortal, como se conoce en las RdPs o difícilmente evoluciona, dadas las condiciones del estado inicial. La figura 3.23 del AC, muestra un estado inicial donde existe MP, la estación 1 y 2 están trabajando y hay material en buffer, por lo consiguiente, no hay cambios porque todo está ocupado y no hay flujo de productos en la CMF.

Para trabajar con más estaciones de trabajo y buffers, solo es necesario aumentar el número de células. El siguiente ejemplo se ejecutó con un AC de 10 células y 50 evoluciones. Figura 3.24 del AC.

En la figura 3.24 se puede apreciar los cambios de estado, que en este caso se ven reflejados en los cambios de color del AC con base a la regla de evolución y se observa que el sistema tiene una tendencia a organizarse de una forma homogénea, ya que en las primeras dos evoluciones, el sistema inicia desordenado y a partir de la tercera evolución el sistema trabaja de forma regular, sin cambios, para las siguientes evoluciones.

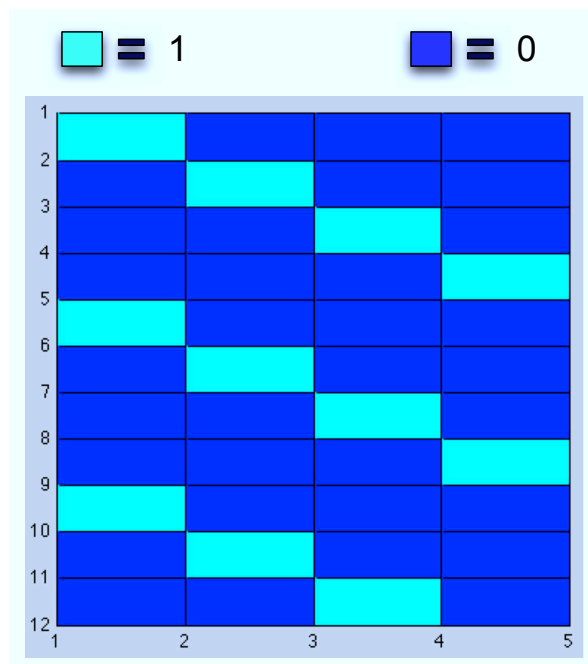


Figura 3.22: Ciclo del AC.



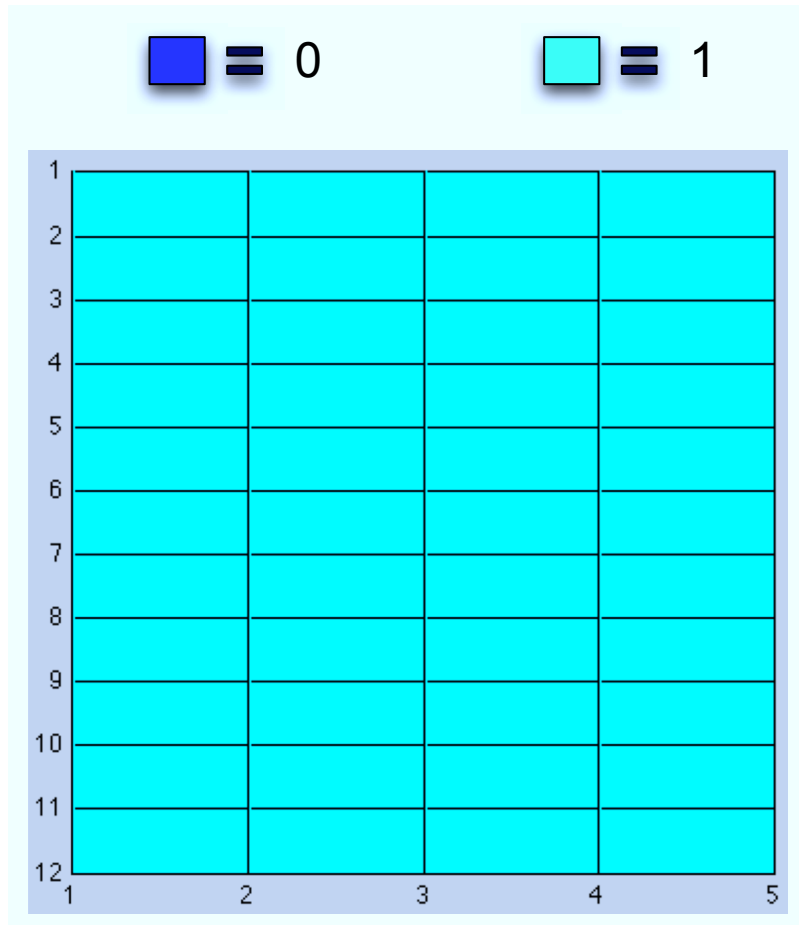


Figura 3.23: AC bloqueado.

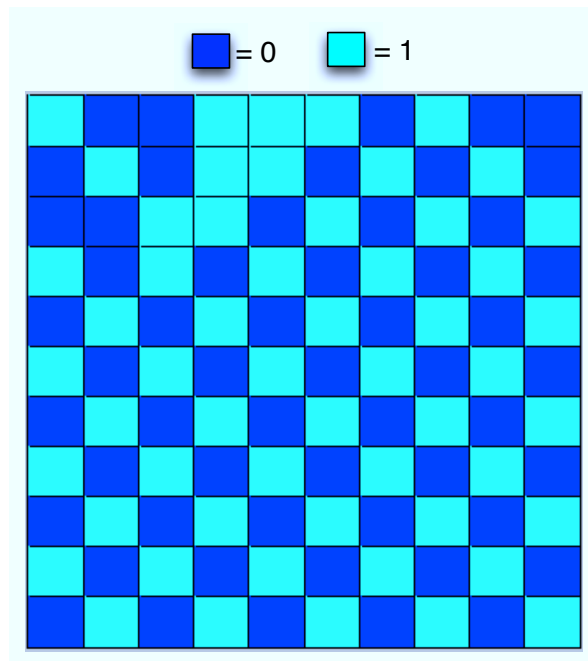


Figura 3.24: Evolución del AC con 10 células y 10 evoluciones.

## **3.5 Comentarios del capítulo**

La migración de la RdP que se presenta en este capítulo, se logra de manera fácil e intuitiva al dividirla en módulos regulares con estados binarios y representando cada módulo una célula del AC. La regla de evolución se desarrolla mediante la evolución de los posibles estados que puede tener las células de un vecindario del AC y así, determinar la evolución siguiente. La ventaja de programar el AC radica en que se puede ingresar una cantidad grande de células y evoluciones, sin tener el arduo trabajo de aumentar lugares, transiciones y arcos, además de contar con la ventaja de dar una interpretación de forma gráfica, describir la dinámica del sistema de manera sencilla e intuitiva.

## Capítulo 4

# Modelación de una RdP con recurso compartido mediante un AC

En los sistemas de producción flexible es común ver que se comparten ciertos recursos como máquinas, brazos de robot, inventarios temporales y/o recursos que hacen dos o más tareas.

En este caso, el sistema de producción estudiado consta de dos líneas de producción paralelas, donde cada una hace un trabajo diferente y ambas comparten dos máquinas para la ejecución de cada trabajo.

Para la elaboración de ambos productos se tiene que pasar por dos procesos que son realizados por ambas máquinas, como se muestra en la figura 4.1.

Cada línea inicia con la entrada de materia prima ( $P_1$  y  $P_7$ ) al sistema por medio de una banda transportadora. La materia prima del producto 1 y del producto 2, es llevada por los brazos de robot de las bandas a las máquinas 1 y 2 ( $P_5$  y  $P_6$ ) para su posterior procesamiento, por lo que ambas tienen que ser compartidas entre las dos líneas para realizar los trabajos y finalmente obtener un producto terminado. Los buffers ( $P_3$  y  $P_9$ ) se utilizan para desacoplar ambos procesos a fin de que exista menos interdependencia entre ambos, haciendo más eficiente el flujo de materiales.

Tomando en cuenta la configuración de este sistema de producción flexible con recurso compartido, se construye la RdP para describir la dinámica del sistema, dando como resultado la siguiente red. Figura 4.2.

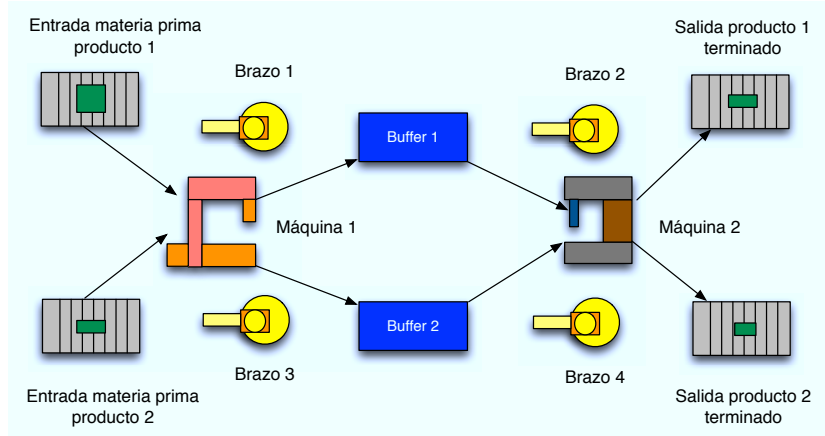


Figura 4.1: Célula de Manufactura Flexible con recurso compartido.

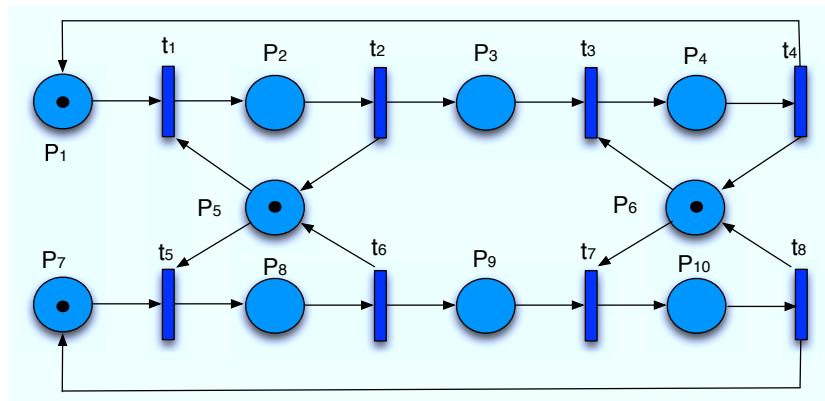


Figura 4.2: RdP con recurso compartido.

Para la descripción de cada lugar, se toma en cuenta que cuando se encuentra con token alguno de los lugares significa que está disponible o se está llevando a cabo un proceso, y sin token indica que no está disponible el recurso, como se muestra en la figura 4.3.

Para los lugares de entrada de materia prima ( $P_1$  y  $P_7$ ), que pueden ingresar a la estación de trabajo 1 y de producto semiprocesado ( $P_3$  y  $P_9$ ), que ingresan a la estación de trabajo 2, cuando están marcados con token significa que existe MP para procesar y en caso contrario, que no hay materia de entrada para las estaciones de trabajo.

En caso de los lugares representados para la disponibilidad de las máquinas de las estaciones de trabajo ( $P_5$  y  $P_6$ ), cuando están marcadas significa que están disponibles, ya sea para trabajar MP de la línea 1 o de la línea 2, y en caso contrario, está procesando MP de cualquiera de las líneas.

Y finalmente, los lugares que representan de qué línea de trabajo es la MP o producto semiprocesado ( $P_2$ ,  $P_4$ ,  $P_8$  y  $P_{10}$ ), que se trabaja en la estación 1 y/o 2. Cuando están marcados con token significa que alguna o ambas máquinas, están procesando materia.

Las retroalimentación de  $P_4$  a  $P_1$  y de  $P_7$  a  $P_{10}$  significan que los trabajos 1 y 2 fueron terminados y puede entrar nuevamente MP al sistema.

El conflicto en estos sistemas de producción con recurso compartido consiste en que, cuando existe materia prima disponible en las dos líneas para ser procesada por la máquina 1 o producto semiprocesado de los buffers hacia la máquina 2, se tiene que decidir cuál va a ser el producto que primero será procesado. En caso que suceda esto, la solución planteada es darle prioridad a la línea de producción superior y así hacer determinista la entrada de MP. Figura 4.4.

No existe este conflicto cuando la disponibilidad de MP solo se da en la línea 1 o en la línea 2, hacia la máquina 1 y de los buffers 1 y 2, hacia la máquina 2, ya que a la llegada de MP simplemente es procesado por la máquina correspondiente sin tener que decidir, como en el caso anterior. Figura 4.5.

Lugar	Actividad
P <sub>1</sub>	Trabajo 1 disponible.
P <sub>2</sub>	Trabajo 1 procesado por la máquina 1.
P <sub>3</sub>	Operación de trabajo 1 por la máquina 1 terminado.
P <sub>4</sub>	Trabajo 1 procesado por la máquina 2.
P <sub>5</sub>	Máquina 1 disponible.
P <sub>6</sub>	Máquina 2 disponible.
P <sub>7</sub>	Trabajo 2 disponible.
P <sub>8</sub>	Trabajo 2 procesado por la máquina 1.
P <sub>9</sub>	Operación de trabajo 2 por la máquina 1 terminado.
P <sub>10</sub>	Trabajo 2 procesado por la máquina 2.

Figura 4.3: Lugares y actividades de la RdP.

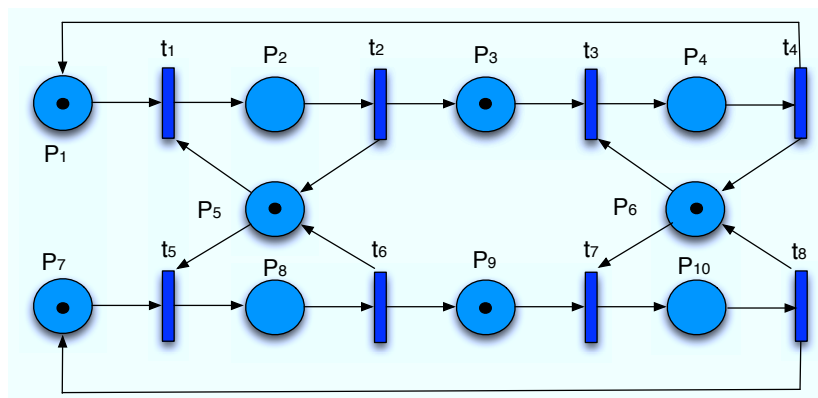


Figura 4.4: Conflicto en RdP con recurso compartido.

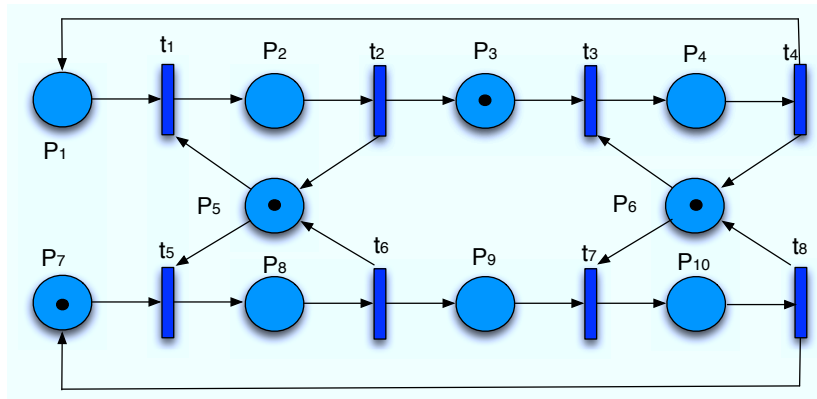


Figura 4.5: Sin conflicto en RdP con recurso compartido.

## 4.1 Metodología para la modelación de una RdP en paralelo mediante un AC

Tomando como referencia la RdP que representa el sistema de producción antes mencionado, figura 4.2, y basándose en la metodología anterior para sistemas en serie, se llevó a cabo la división en sub redes o módulos de la RdP de la siguiente manera:

1.- Como se puede observar los lugares  $P_1$  y  $P_7$  con  $P_3$  y  $P_9$ , tienen una estructura similar, así como  $P_2$ ,  $P_5$  y  $P_8$  con  $P_4$ ,  $P_6$  y  $P_{10}$ , por lo que se asigna la letra A para la primera configuración y B para la segunda, para diferenciar entre ambas estructuras de las subredes de la RdP, como se muestra en la RdP de la figura 4.6.

Ahora cada una de las subredes se tomará como una célula, para que de esta manera se pueda conformar el AC. Para cada configuración de subred se le será asignado un número dependiendo del marcado o estado de la misma, en el caso de la configuración A, se asignará la numeración mostrada en la figura 4.7.

Numeración asignada para la configuración B se muestra en la figura 4.8.

Como se puede observar la configuración A tiene cuatro estados 0, 1, 2 y 3 y la configuración B solo tres 0, 1 y 2.



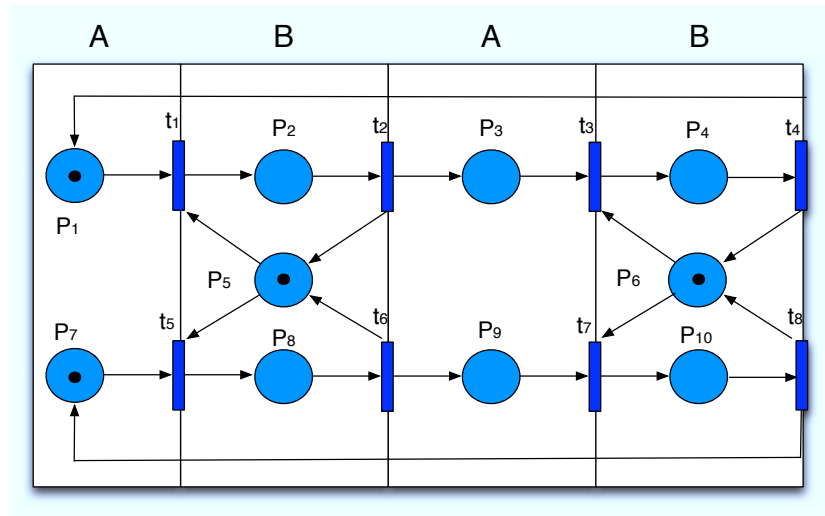


Figura 4.6: División de RdP.

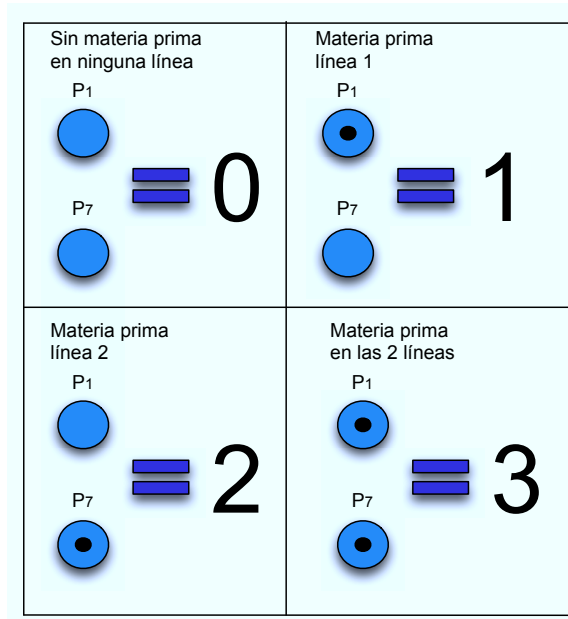


Figura 4.7: Asignación de valores para la configuración A.

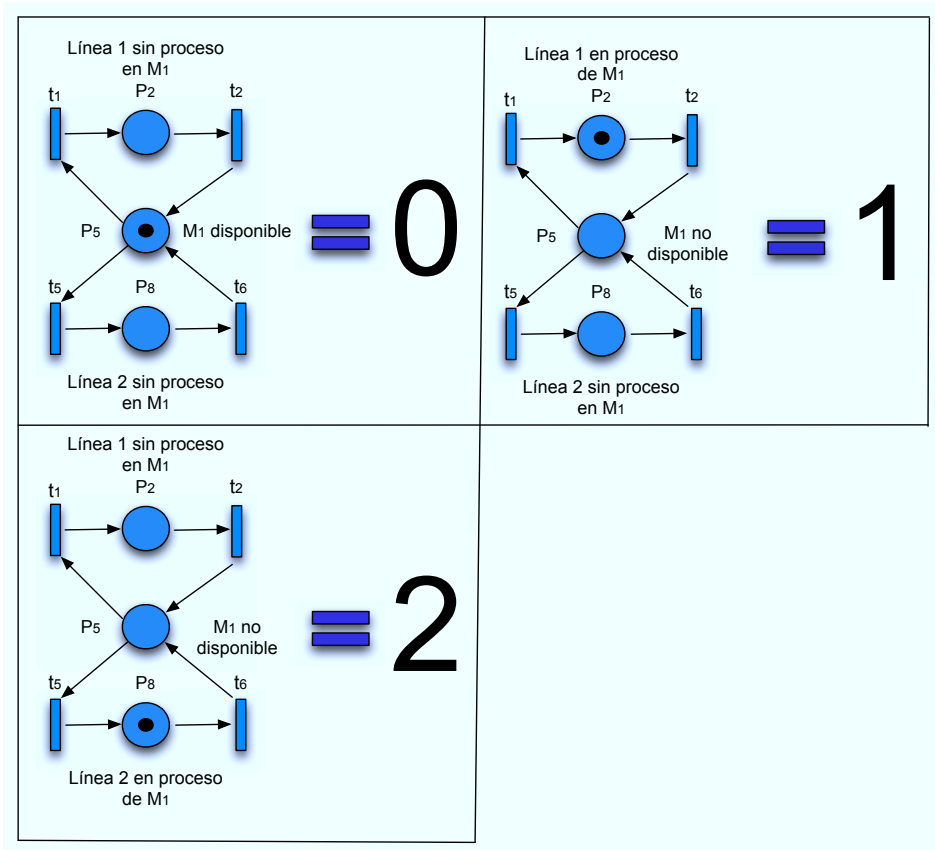


Figura 4.8: Asignación de valores para la configuración B.

## 4.2 Regla de evolución

Considerando que se trabaja con un AC de tamaño de vecindad de tres, es necesario conocer que para la evolución de la célula central, podría ser en un caso una configuración ABA o BAB, es decir, célula central tipo B con vecinos tipo A y en el otro caso, células central tipo A con vecinos tipo B, por lo que se determinó desarrollar dos reglas de evolución, una para cada caso de configuración, a fin de poder hacer lo más homogéneo el AC.

Así como en el sistema anterior de configuración lineal se desarrollaron las reglas de evolución, en base a la dinámica y restricciones, en este caso se trabajará con los dos tipos de configuración (ABA y BAB), por lo cual se tienen las reglas. La primera para la configuración ABA en la figura 4.9 y para el caso BAB se muestra la regla en la figura 4.10.

Dado que para la configuración ABA existen 48 vecindades y para la BAB 36, solo se describen algunas reglas de evolución, iniciando desde la entrada de materia prima ("configuración ABA", entrada de materia prima, máquina 1 y buffer):

1.- Para el vecindario [0 1 0], no hay materia prima en ninguna línea, se está procesando MP en la estación 1 de la línea 1 y no hay materia en los buffers, con lo cual la célula central, cambia de 1 a 0, ya que hay lugar en el buffer de la línea 1 y terminado el trabajo en la máquina, ésta se desocupa. La RdP de la figura 4.11 y evoluciona a la RdP de la figura 4.12

2.- Para el vecindario [2 0 2], hay materia prima en la línea 2, la estación de trabajo está disponible y hay materia semiprosesada en el buffer de la línea 2, resultando el cambio de 0 a 2, porque se trabaja la materia prima de la línea 2 e inicia el proceso de la máquina 1. La RdP de la figura 4.13 evoluciona a la RdP de la figura 4.17

Ahora iniciando de la máquina 1 ("Configuración BAB", máquina 1, buffer y máquina 2), se describen los siguientes ejemplos de su regla de evolución:

1.- Para el vecindario [0 1 2], la máquina 1 está desocupada, se tiene materia en el buffer de la línea 1 y la máquina 2 está trabajando materia de la línea 2, resultando sin cambio la célula central, ya que no puede ingresar materia semiprosesada de la línea 1 a la máquina dos, porque ésta solo puede trabajar una a la vez. RdP de la figura 4.15.

Vecindario			Evolución	Vecindario			Evolución	Vecindario			Evolución
0	0	0	0	1	1	0	0	2	2	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1	2	2	1	0
0	0	2	0	1	1	2	0	2	2	2	2
0	0	3	0	1	1	3	1	2	2	3	2
0	1	0	0	1	2	0	0	3	0	0	1
0	1	1	1	1	2	1	0	3	0	1	1
0	1	2	0	1	2	2	2	3	0	2	1
0	1	3	1	1	2	3	2	3	0	3	1
0	2	0	0	2	0	0	2	3	1	0	0
0	2	1	0	2	0	1	2	3	1	1	1
0	2	2	2	2	0	2	2	3	1	2	0
0	2	3	2	2	0	3	2	3	1	3	1
1	0	0	1	2	1	0	0	3	2	0	0
1	0	1	1	2	1	1	1	3	2	1	0
1	0	2	1	2	1	2	0	3	2	2	2
1	0	3	1	2	1	3	1	3	2	3	2

Figura 4.9: Reglas de evolución para la configuración ABA.

Vecindario			Evolución	Vecindario			Evolución	Vecindario			Evolución
0	0	0	0	1	0	0	1	2	0	0	2
0	0	1	0	1	0	1	1	2	0	1	2
0	0	2	0	1	0	2	1	2	0	2	2
0	1	0	0	1	1	0	0	2	1	0	2
0	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	3
0	1	2	1	1	1	2	1	2	1	2	3
0	2	0	0	1	2	0	0	2	2	0	0
0	2	1	2	1	2	1	3	2	2	1	2
0	2	2	2	1	2	2	3	2	2	2	2
0	3	0	2	1	3	0	2	2	3	0	2
0	3	1	3	1	3	1	3	2	3	1	3
0	3	2	3	1	3	2	3	2	3	2	3

Figura 4.10: Reglas de evolución para la configuración BAB.

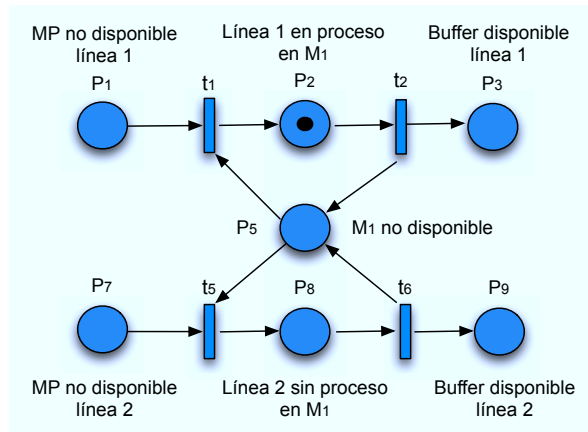


Figura 4.11: Configuración [0 1 0] de la RdP.

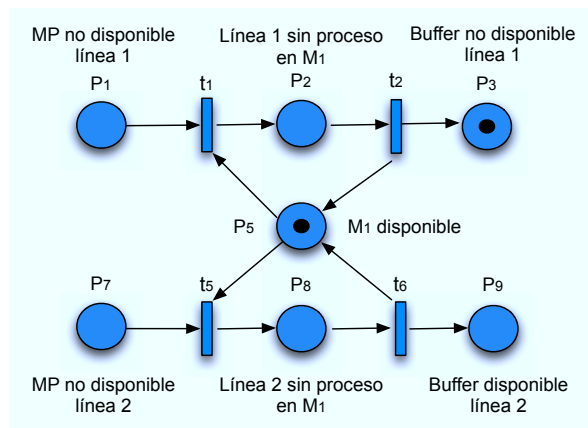


Figura 4.12: Evolución de la configuración [0 1 0] de la RdP.

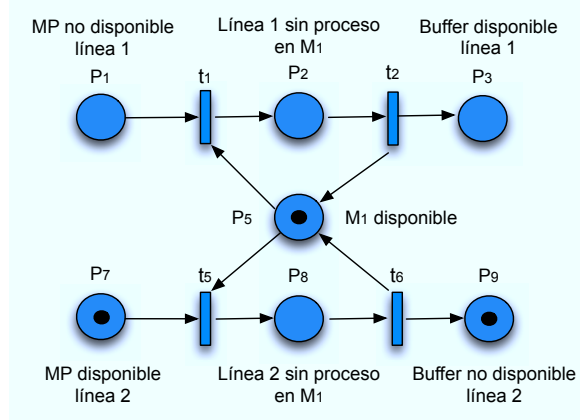


Figura 4.13: Configuración [2 0 2] de la RdP.

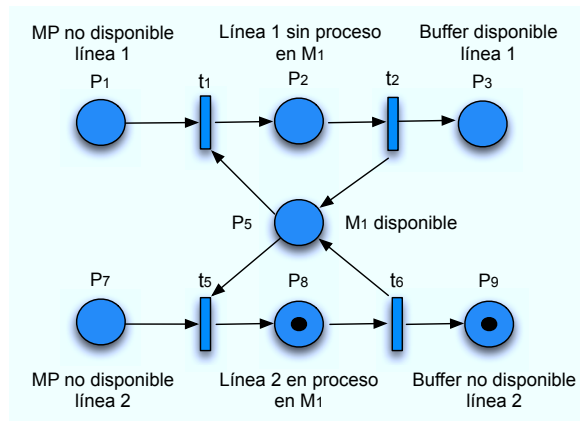


Figura 4.14: Evolución de la configuración [2 0 2] de la RdP.

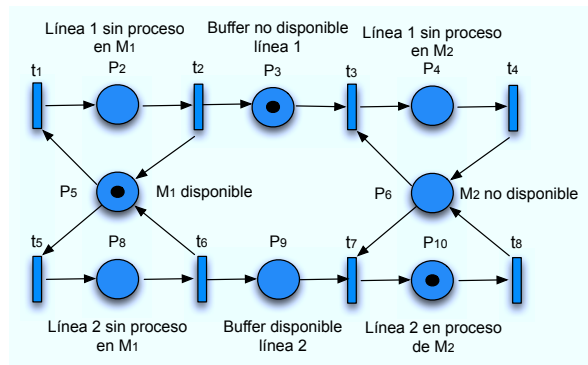


Figura 4.15: Configuración [0 1 2] de la RdP.

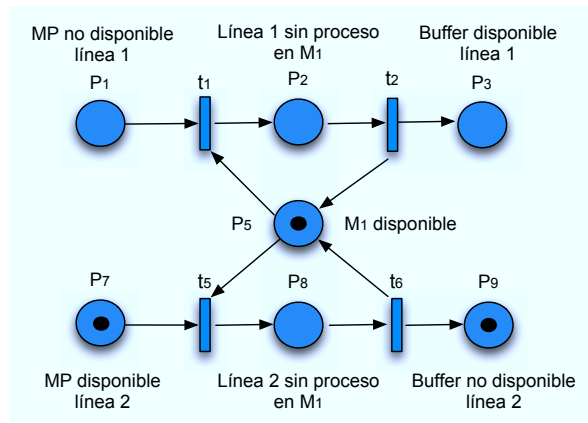


Figura 4.16: Configuración [2 1 0] de la RdP.

2.- Para el vecindario [2 1 0], la máquina 1 está trabajando MP de la línea 2, hay producto en buffer de la línea 1 y la máquina 2 está disponible, el cambio de estado es de 1 a 0, ya que ingresa materia de la línea 1 y se desocupa el buffer. La RdP de la figura 4.13 evoluciona a la RdP de la figura 4.17

### 4.3 Ejemplos

A partir de estas reglas de evolución, de ambas configuraciones, se programó de igual manera este AC en Matlab, para visualizar la evolución del mismo y por ende, las características propias del sistema modelado. Se desarrollaron estos ejemplos con diferentes



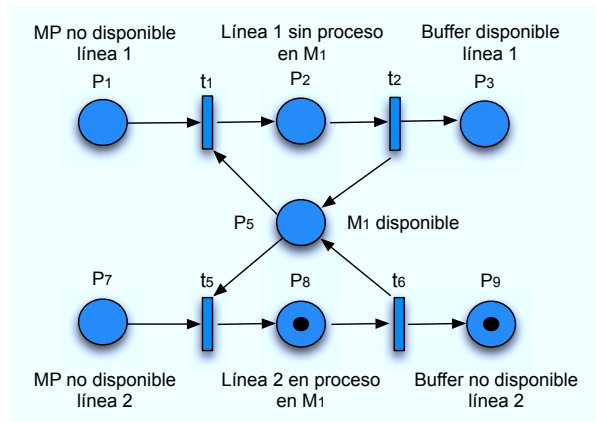


Figura 4.17: Evolución de la configuración  $[2 \ 1 \ 0]$  de la RdP.

condiciones iniciales y número de evoluciones.

Así mismo, en este sistema se pueden visualizar algunos problemas derivados de la configuración inicial y de las restricciones del sistema.

Haciendo referencia de las asignaciones a las configuraciones de la RdP, se hace un arreglo de AC con los números correspondientes a cada configuración de la RdP. El estado inicial del sistema parte de tener MP en las dos líneas, la máquina 1 está trabajando MP de la línea 1, no hay producto en ningún buffer y la máquina 2 trabaja producto de la línea 1. Figura 4.18. La evolución para el AC con este estado inicial, queda de la siguiente manera en la RdP de la figura 4.19. Se observa que el sistema se cicla a períodos homogéneos a partir de la tercera evolución.

El siguiente ejemplo muestra un AC de 10 células y 40 evoluciones. En la imagen se puede apreciar la evolución del AC, desde su estado inicial, hasta la evolución 40 y se pueden observar las diferentes combinaciones de las células, con cierta inestabilidad al inicio de las evoluciones, sin embargo, se llega a un estado de equilibrio en la evolución 35 aproximadamente. Gráficamente se da esta conclusión debido a que las células solo cambian entre dos colores y se conservan así después de dicha evolución. AC de la figura 4.20.

Como en el sistema lineal, este sistema compartido también tiene problemas propios de las RdPs, como los candados mortales. En este caso se muestra la figura 4.21 del

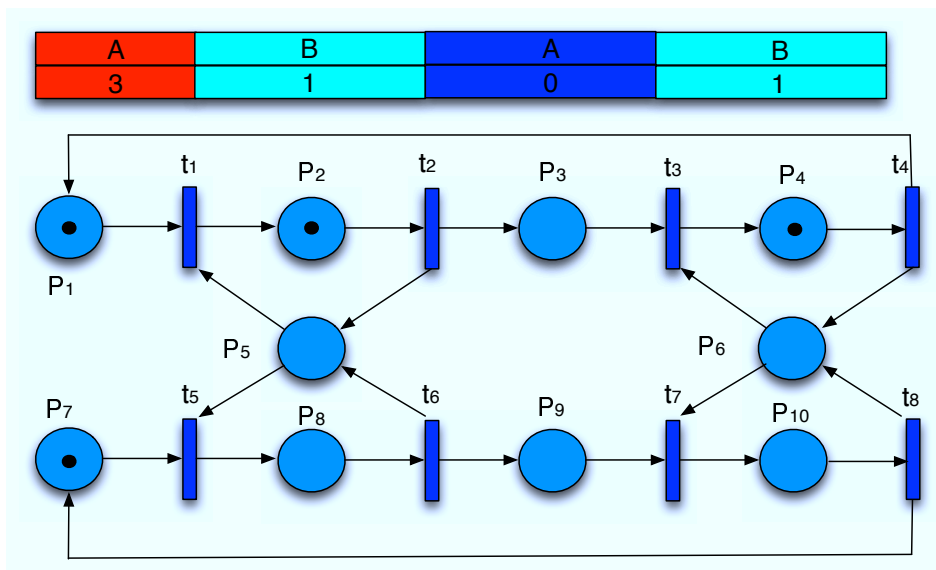


Figura 4.18: AC con su respectiva RdP.

AC, donde se puede visualizar que el sistema está bloqueado, porque las células no cambian de color, se mantienen en el mismo que inician. Esto es a causa de que existe MP para entrar, sin embargo, las estaciones de trabajo están ocupadas, así como de las estaciones no pueden dejar producto a los buffer porque están ocupados, causando que no exista movimiento de materiales.

## 4.4 Comentarios del capítulo

Es común ver CMF que tienen recursos compartidos como brazos de robot, máquinas u otro elemento para minimizar el espacio físico que ocupa la CMF y maximizar el uso de estos recursos. La metodología utilizada en este tipo de estructuras es muy parecida a la metodología antes descrita para CMF lineales, con la diferencia que en la primera la asignación de números para las diferentes configuraciones son deterministas y en este caso originalmente eran estocásticas por la indeterminación del flujo de los materiales cuando en la entrada de MP en la línea 1 y 2 estaba disponible para la máquina para realizar cualquiera de los trabajos. La regla propuesta fue que cuando ocurriera esto se le diera prioridad a la línea 1, ya sea de la línea 1 a la máquina 1 y de la línea 1 con máquina 2. La programación de este tipo de estructura, ayudó a tener una perspectiva gráfica de lo que ocurría en el sistema, mejorando la capacidad de análisis con respecto

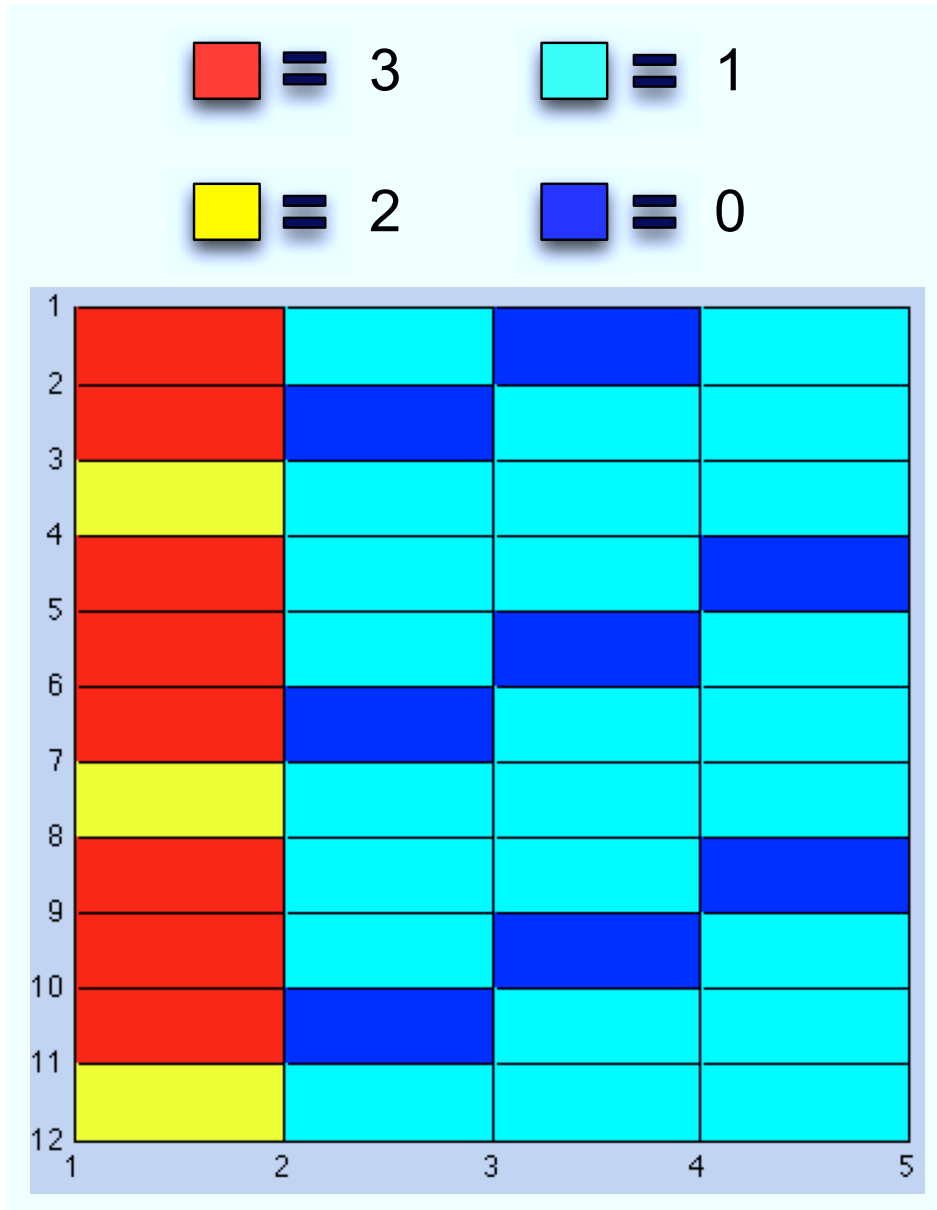


Figura 4.19: Evolución del AC.

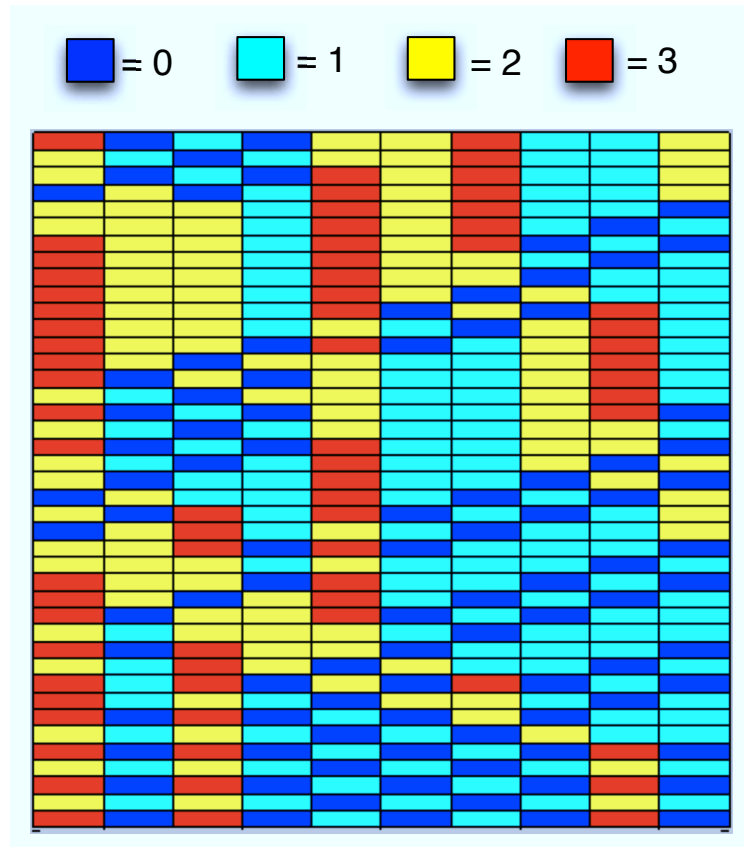


Figura 4.20: Evolución AC recurso compartido.

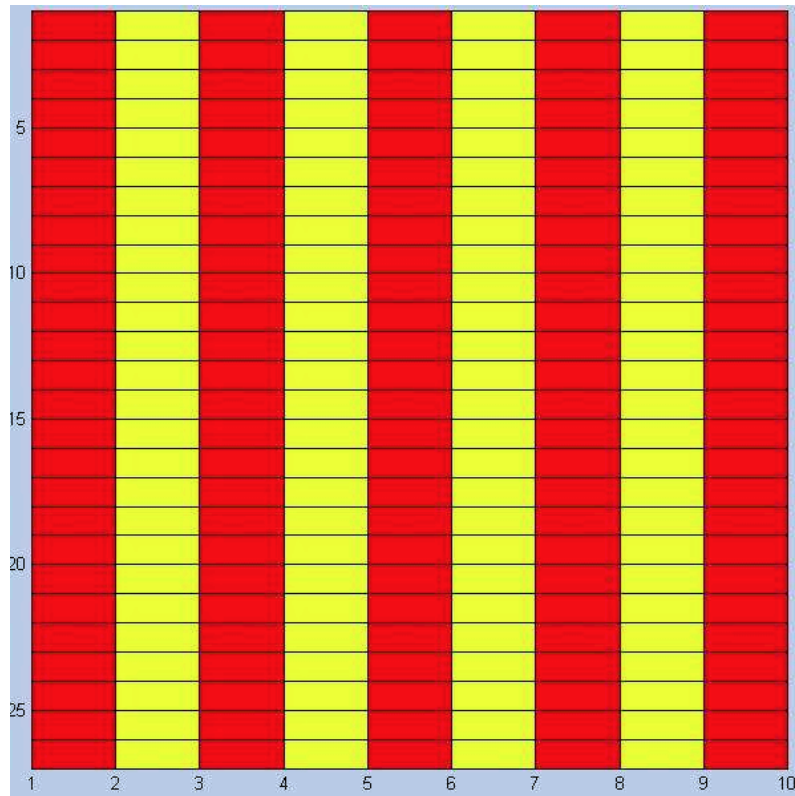


Figura 4.21: AC bloqueado.

a las herramientas clásicas de análisis para  $\mathbb{R}^d$ .

# Conclusiones

Las RdP, son una herramienta muy utilizada en la modelación de sistemas de eventos discretos para representar su estructura, dinámica y relación entre los elementos, mediante el uso de lugares, nodos y transiciones, que permiten de una manera sencilla visualizar el sistema modelado. Con esto se puede comprender su funcionamiento mediante la aplicación de las herramientas de análisis para tener la capacidad de diseñar y mejorar los sistemas.

Por otra parte, los AC son abstracciones matemáticas, temporal y espacialmente discretos que son utilizados, de igual manera que las RdP, en sistemas de eventos discretos, donde existe una interacción local entre sus elementos y con base en unas sencillas reglas de evolución pueden generar comportamientos complejos y difíciles de predecir por medio de otras herramientas. Su naturaleza gráfica y facilidad de visualizar las interacciones entre los diversos elementos que integran los sistemas y de esta manera poder inferir las propiedades y principales características de los mismos.

La metodología desarrollada consistió en la división de la RDP en subredes homogéneas, que son utilizadas para la representación de cada célula del AC. A cada configuración de la subred le corresponde un valor para las dos tipos de RdP, ya sea lineal o compartido. Estos valores se agrupan para conformar el AC y mediante el desarrollo de las reglas de evolución basadas en la dinámica de la RdP, se evoluciona a partir de un estado inicial. Para facilitar la evolución de los AC, se ocupó una herramienta computacional y a cada valor se le asignó un color particular, para hacer más sencilla la interpretación, conflictos, bloqueos y dinámica de ambas RdP.

La investigación donde se combinan la teoría de RdP y AC es una área poco explorada, sin embargo, dentro de este trabajo se ha demostrado que es posible llevar a cabo la modelación de una CMF con una RdP y un AC. El trabajo desarrollado mostró la factibilidad, bajo ciertas condiciones, que existe en el uso de los AC para estudiar

RdP que modelan sistemas de eventos discretos, que en este caso fueron las CMF, de un sistema lineal de producción y otra con recurso compartido.

## **Ventajas del método de análisis de RdP mediante AC**

Las ventajas de modelar las RdPs con ACs radica en que permiten representar una RdP de una gran cantidad de lugares, transiciones y arcos con pocas células de un AC, en contraste con las herramientas de clásicas de análisis de las RdP, disminuyendo el tiempo para realizar esta tarea. Como se observó el análisis de la RdP se hace de manera más sencilla porque se visualizan de manera gráfica los cambios de estado en cada célula y se determinan ciertos compartimientos como un candados mortales, ciclos, flujo de material y estabilidad del sistema, que se presentan en una RdP y con base en esto, tomar mejores decisiones en diseño y mejora de los CMF.

## **Restricciones del modelo de análisis de RdP mediante AC**

A pesar de las ventajas antes mencionadas en el uso de los AC para analizar RdP, sólo se hizo posible esta hibridación bajo ciertas condiciones. Primeramente las RdP deben de tener una estructura lo más lineal posible, ya que la interacción debe de ser local, es decir, que la célula central solo interactúa con el vecino de izquierda y derecha para su evolución. Como se observó las vecindades del AC son de 3 células de forma lineal, por lo tanto, una configuración diferente del sistema a modelar dificultaría la modelación con el AC. Una segunda restricción es que cada una de las células que integran al AC, debe de tener un conjunto de estados homogéneos, de la misma manera que las vecindades, ya que por una parte la complejidad aumenta exponencialmente conforme el número de estados lo hace y se tendría como resultado un modelo poco práctico para trabajar y por otro lado, tener vecindades heterogéneas rompe con la definición clásica de los AC de una dimensión.



## **Trabajo futuro**

Como trabajo futuro de esta investigación, se visualiza aplicar las herramientas gráficas que ofrecen los ACs, tales como: diagramas de Bruijin, diagrama de parejas y diagramas de subconjuntos, para analizar la dinámica de los CMF que se representan como una RdP. De igual manera, trabajar y modelar nuevas configuraciones de CMF, considerando además variables estocásticas donde se tengan que proponer nuevas metodologías para los modelos que resulten de los sistemas que se desean analizar.

# Bibliografía


- [1] Back, T., Dornemann, H., Hammel, U. y Frankhauser P. (1996). *Modeling urban growth by cellular automata*. In *Parallel Problem Solving from Nature*, pages 636-645.
- [2] Banks, J. (2000). *Discrete-event system simulation*. 3rd ed, Prentice Hall.
- [3] Banks, J., y Gibson R. R. (1997). *Don't simulate when: 10 rules for determining when simulation is not appropriate*. IIE solutions.
- [4] Desrochers, A. (1990). *Modelling an control of automated manufacturing systems*. IEEE Computer Society Pres, pages 239-251.
- [5] Ehrhardt, I., Herper, H. y Gebhardt H. (1994). *Modelling Strain of Manual Work in Manufacturing Systems* . 1994 Winter Simulation Conference Proceedings, ed. J. D. Tew, S. Manivannan, D. A. Sadowsky, y A. F. Seila, Association for Computing Machinery, New York, pp. 1044-1049.
- [6] Ganguly, N., Sikdar B.K., Deutsch A., Canright G. y Chaudhuri P. P. (2003). *A survey on Celular Automata*. Technical Report 9, Centre of High Performance Computing, Dresden University of Technology.
- [7] Gardner, M. (1970). *Mathematical Games: The fantastic combinations of John Conway new solitaire game "Life"*. Scientific American.

- [8] Hatono, I., Yamagata, K., Tamura, H. (1991). *Modelling an online scheduling of flexible manufacturing systems using stochastic Petri Nets*. IEEE. Transactions on Software Engineering, 17(2): 126-132.
- [9] Irani, Shahrukh. (1999). *Hanbook of Cellular Manufacturing Systems*. John Wiley and Sons.
- [10] Ilachinski, A. (2002). *Celullar Automata: A Discrete Universe*. World Scientific, USA.
- [11] Karafyllidis, I. y Thanailakis, A. (1997). *A model for predicting forest fire spreading using Cellular Automata*. Ecological Modelling, 99(1):87-97.
- [12] Law, A. M. y Kelton W.D. (2000). *Simulation Modeling and Analysis*. 3rd ed, MacGraw-Hill, New York.
- [13] Li X., Xu X. y Rossano F.L. (1999). *Modelling manufacturing systems using object-oriented colored Petri Nets*. International Journal of Intelligent Control Systems, 3(3): 359-375.
- [14] Mathur, Mahesh. (1994). *Inventory cost model for Just in Time production*. Proceedings of the 26th conference on Winter simulation, pp 1020-1026.
- [15] Metropolis, N., Nicholas and Ulam S., (1949). *The Monte Carlo Method*. Journal of the American Statistical Association, 44:335.
- [16] Murata, Tadao. *Petri Nets: Properties, Analysis and Apllications*. Proceedings of the IEEE, no. 4, Vol. 77, pp 541-580.
- [17] Naylor, T. H., Balintfy J. L. , Burdick D. S., and K. Chu (1966). *Computer simulation techniques*. John Wiley, New York.

- [18] Pedgen, C. D., Shannon R. E. y Sadowski (1995). *Introduction to Simulation using SIMAN*. 2d ed, McGraw-Hill, New York.
- [19] Peterson, J. L. (1981). *Petri Net Theory and the Modelling of Systems*. Prentice Hall.
- [20] Petri, C.A. (1966). *Communication with Automata*. New York: Griffis Air Force Base. Tech. Rep. RADC-TR-65-377, Vol. 1, Suppl. 1.
- [21] Pierce, N. G., y Stafford R. (1994). *Modeling and Simulation of Material Handling for Semiconductor Wafer Fabrication*. 1994 Winter Simulation Conference Proceedings, ed. J. D. Tew, Manivannan, D. A. Sadowsky y Seila A. F. Association for Computing Machinery, New York, pp. 900-906.
- [22] Rajagopalan, R. y Fonseca J. D. (2005). *Volume sensitivity analysis manufacturing cells: A Genetic Algorithm approach*. Journal of Advanced Manufacturing Systems, 4(2).
- [23] Rikers, R.A., Rem, P., Dalmijin, W.L., Gronewold, A. y Sonnenschein, M. (1997). *Event-Based modelling of ecological systems with asynchronous cellular automata*. Ecological Modelling, 108(1): 37-52.
- [24] Scott, H. A. (1994). *Modeling Aircraft Assembly Operations*. 1994 Winter Simulation Conference Proceedings, ed. J. D. Tew, Manivannan, D. A. Sadowsky y Seila A. F. Association for Computing Machinery, New York, pp. 920-927.
- [25] Sethi Krasa, A. y Sethi Pal, S. (1990). *Flexibility in manufacturing: A survey*. International journal of flexible manufacturing systems. Vol 2, number 4.
- [26] Shen H.C., Chau H.L. y Wong K. K.(1996). *An extended cellular automaton model for flexible systems*. The international Journal of Advanced Manufacturing Technology, 11(4): 258-266.

- [27] Shen H.C. y Yan W.P. (1990). *A finite automaton model for an autonomous worcell*. Proceedings of the Pacific Conference on manufacturing, pages 109-116, Sydney y Melbourne, Australia.
- [28] Shen H.C. y Yan W.P. (1992). *Modelling automatus assembly systems and FMS using Cellular Automata*. The international Journal of Advanced Manufacturing Technology, pages 109-116, Sydney y Melbourne, Australia.
- [29] Silva, Manuel. (1966). *Communication with Automata*. New York: Griffis Air Force Base. Tech. Rep. RADC-TR-65-377, Vol. 1, Suppl. 1.
- [30] Smith J. S. et. al. (1994). *Discrete Event Simulation for Shop Floor Control*. 1994 Winter Simulation Conference Proceedings, ed. J. D. Tew, Manivannan, D. A. Sadowsky y Seila A. F. Association for Computing Machinery, New York, pp. 962-969.
- [31] Von Neumann, J. (1966). *Theory of Self-Reproducing Automata*, edited by Burks, A. W. University Illinois Press, Urbana.
- [32] Watson, E. F. y Sadowsky R. P. (1994). *Developing and Analyzing Flexible Cell System Using Simulation*. 1994 Winter Simulation Conference Proceedings, ed. J. D. Tew, Manivannan, D. A. Sadowsky y Seila A. F. Association for Computing Machinery, New York, pp. 978-985.
- [33] Wolfram, S. (1983). *Statistical Mechanics of Cellular Automata*. Reviews of Modern Physics, 55 (3): 601-644.
- [34] Zamora Rodríguez, R. (2002). *Modelación de flujo de tránsito de autos utilizando Autómatas Celulares*. Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Puebla, Departamento de Aplicación de Microcomputadoras.

- [35] Zhou MengChu (1994). *Petri Nets and Industrial Applications: A Tutorial*. IEEE Transactions on Electronics, Vol. 41, no. 6.

The background of the cover is a dark blue-purple gradient. It features several complex network diagrams. A prominent one is a circular network with nodes arranged in concentric rings, colored in red, blue, and green. Other networks are shown as dense webs of thin lines in cyan, red, and blue, some with small red dots representing nodes. The overall aesthetic is technical and abstract, representing complex systems and computation.

**GENARO J. MARTÍNEZ, HÉCTOR ZENIL,  
CHRISTOPHER R. STEPHENS (EDS.)**

**SISTEMAS COMPLEJOS COMO  
MODELOS DE COMPUTACIÓN**  
(COMPLEX SYSTEMS AS COMPUTING MODELS)

G. J. MARTÍNEZ, H. ZENIL, C. R. STEPHENS (EDS.)  
SISTEMAS COMPLEJOS COMO MODELOS DE COMPUTACIÓN



**LUNIVER PRESS**

Actualmente, el procesamiento de información y el estudio de sistemas complejos juegan un papel fundamental en el entendimiento de fenómenos no-lineales a cualquier escala. Por otro lado, la teoría de la computación juega un rol indispensable para describir, a través de un procedimiento efectivo, un fenómeno en particular. En la intersección, la manera de procesar dicha información y la complejidad derivada de ello es objeto de estudio, y también lo es ahora la forma en que hemos cambiado la manera de ver los sistemas complejos para considerarlos como modelos de computación por sí mismos convirtiéndonos de observadores a programadores de sistemas complejos, haciéndolos procesar información como otro dispositivo de computación.

Destacados investigadores, jóvenes y experimentados, contribuyen con artículos que presentan resultados en estas líneas de investigación. Los autores abarcan una variedad de temas relacionados con sistemas complejos, evaluación de complejidad de sistemas, cifrado de datos, computación cuántica, modelos de computación inspirados en sistemas biológicos y matemáticos, entre otros. El libro ofrece una excelente introducción a las distintas áreas de interés apuntando hacia las líneas de investigación del futuro. Está dirigido a estudiantes y académicos que deseen estudiar la complejidad de sistemas de computación y explorar sistemas complejos como modelos de computación.

---

Currently, information processing and the study of complex systems play a key role in the understanding of nonlinear phenomena at any scale, while the theory of computation plays an indispensable role in describing particular phenomena through the use of effective procedures. At their intersection new questions arise, questions about the complexity resulting from information processing, as well as about the way we've changed the way complex systems are viewed, that is, as computer models in themselves, which transforms us from observers to programmers of complex systems.

Leading researchers, both young and experienced, contribute articles presenting work along these lines. The authors cover a variety of topics related to complex systems, among them the evaluation of complexity, data encryption, quantum computing, and computational models inspired by biological and mathematical systems. The book provides an excellent introduction to a multi-faceted and burgeoning area of research. It is aimed at students and scholars who wish to study the complexity of computer systems and explore complex systems as models of computation.





## Índice general

Reversible computing and cellular automata as complex systems . . . . .	1
<i>Kenichi Morita</i>	
Sistemas dinámicos complejos y caóticos, conjuntos de atractores, memoria y redes discretas . . . . .	3
<i>Andrew Wuensche</i>	
Áreas de oportunidad en el estudio de autómatas celulares reversibles . . . .	23
<i>Juan Carlos Seck Tuoh Mora</i>	
Introducción a la computación cuántica: definiciones, tendencias y caminatas cuánticas como caso de estudio . . . . .	33
<i>Salvador Elías Venegas Andraca</i>	
Hacia una descripción realista del tráfico vehicular basada en autómatas celulares . . . . .	63
<i>María Elena Lárraga Ramírez, Luis Alvarez-Icaza</i>	
Estudio de la dinámica y análisis de complejidad de la regla espiral . . . . .	83
<i>Paulina Anaid León Hernández, Rogelio Basurto Flores</i>	
Algebraic relations for computations with Rule 110 cellular automaton . . .	109
<i>José Manuel Sausedo Solorio</i>	
Modelando la evolución de una red compleja con autómatas celulares . . . .	121
<i>Andrés Anzo Hernández, Juan Gonzalo Barajas Ramírez</i>	
Buscando complejidad y computación en el espacio de polinomios . . . . .	129
<i>Todd Rowland</i>	
Un método estable para la evaluación de la complejidad algorítmica de cadenas cortas . . . . .	137
<i>Héctor Zenil, Jean-Paul Delahaye</i>	
Una nueva familia de sistemas tipo Collatz . . . . .	157
<i>Enrique Zeleny Vazquez</i>	
Un algoritmo de encriptación basado en la composición de las reglas 30 y 86 del autómata celular elemental . . . . .	167
<i>Emmanuel Garcés Medina</i>	
Autómatas celulares elementales aplicados a la encriptación de datos . . . .	181
<i>Elena Villarreal Zapata, Francisco Cruz Ordaz Salazar</i>	

x

Modelación de una red de Petri mediante un autómata celular . . . . .	189
<i>Carlos Adrián Jaramillo Hernández, Juan Carlos Seck Tuoh Mora,</i>	
<i>Joselito Medina Marín</i>	

# Modelación de una red de Petri mediante un autómatas celular

Carlos Adrián Jaramillo Hernández, Juan Carlos Seck Tuoh Mora,  
Joselito Medina Marín

Centro de Investigación Avanzada en Ingeniería Industrial  
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo  
Pachuca de Soto, Hidalgo, México  
uaeh86@hotmail.com

**Resumen** En el presente proyecto de investigación se llevó a cabo la modelación de una red de Petri (RdP) mediante un autómatas celular (AC), así como el análisis de dicha red por medio de la evolución del autómatas celular desde una configuración inicial apropiada, con el fin de conocer su dinámica y propiedades más relevantes.

## 1. Introducción

Las RdP son una herramienta gráfica y matemática que se han aplicado en el estudio de sistemas que se caracterizan por ser concurrentes, asíncronos, distribuidos, paralelos, no-deterministas, y/o estocásticos [5]. Se han aplicado ampliamente en la modelación y análisis de sistemas de eventos discretos, sistemas de manufactura flexible, protocolos de comunicación, sistemas de base de datos distribuidos, programación paralela y concurrente, sistemas operativos y compiladores, lenguajes formales, entre algunas otras aplicaciones [5]. Con una RdP se puede estudiar la dinámica de operación del sistema que está siendo modelado, mediante el uso de herramientas de análisis, tales como el árbol de alcanzabilidad y la ecuación de estado [5][9].

Por otro lado, los AC pueden ser utilizados en la modelación y análisis de sistemas dinámicos, entre los que existe una interacción local y una evolución de forma paralela. Los AC han sido aplicadas en teoría de la computación, biología, física y en ciencias sociales, en la modelación de individuos y sociedades. Además, se han utilizado para el estudio de comportamiento de incendios, planeación urbana, tránsito vehicular, entre muchas otras aplicaciones [2][4][1].

Dado que un AC evoluciona a partir del estado de los vecinos que cada célula tiene y el disparo de una transición en la RdP está condicionado al estado de sus lugares de entrada, es factible considerar segmentos de la RdP como una célula en el AC, y llevar a cabo la modelación de la dinámica de la RdP en el AC.

La mayor debilidad que tienen las RdP es el problema de complejidad, es decir, los modelos basados en RdP tienden a ser demasiado grandes para analizarlos, aun en sistemas de tamaño moderado.

Por lo anterior, en este trabajo, se propone llevar a cabo la modelación de RdP mediante un AC, ya que la complejidad que presenta un AC debido al número