UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO
Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería
Institute of Basic Sciences and Engineering
Área Académica de Ingeniería
Engineering Department

Licenciatura en Ingeniería Industrial

Asignatura
LOGÍSTICA Y CADENA DE SUMINISTROS

Tema: 5.1 Modelos para evaluar inventarios
Tipo: Lectura Electrónica

Profesor(es):
Carlos Manuel Pérez Ramírez

Periodo de elaboración: Octubre/2017

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Nombre del contacto: Carlos Manuel Pérez Ramírez
Teléfono: 771 71 45066
Correo electrónico: cperez@uaeh.edu.mx
Material Elaborado en la Academia de Ingeniería Industrial

Introducción

El dinero invertido en los inventarios de una empresa representa una parte importante del activo circulante, por lo que hay que tratar de mantenerlos en cantidades mínimas pero suficientes para no caer en desabasto.

La presente lectura describe dos indicadores de la efectividad de la administración de inventarios en condiciones de incertidumbre en la demanda: el nivel de servicio de ciclo y la tasa de surtido del producto. Además se incluye la demostración de la fórmula de cálculo del déficit esperado por ciclo.

Objetivos

- Aportar puntos de partida para calcular indicadores de desempeño de la administración de inventarios; y
- Mostrar la forma de aprovechar las funciones de las hojas de cálculo electrónicas en la cuantificación de estos indicadores.

Desarrollo

La disponibilidad de un artículo se refiere al hecho de que lo haya o no en existencia (*stock*) cuando sea requerido. Tomando en cuenta que un ciclo es el periodo comprendido entre la recepción de un lote (o inicio de una corrida de producción) y la del siguiente (inicio de nueva corrida), puede medirse de varias formas, entre ellas: i) El nivel de servicio del ciclo; y ii) Tasa de surtido del producto.

Nivel de servicio del ciclo (CSL: *Cycle Service Level*). Es el porcentaje de ciclos del inventario cuya demanda se satisface por completo; es decir, la confianza de que no haya escasez en un ciclo, o bien el complemento del "riesgo de escasez o agotamiento por ciclo".

En modelos analíticos sus parámetros se establecen de manera que se satisfaga un nivel de servicio deseado; en la práctica se estima como el cociente del número de ci-

Nombre del contacto: Carlos Manuel Pérez Ramírez
Teléfono: 771 71 45066
Correo electrónico: cperez@uaeh.edu.mx
Material Elaborado en la Academia de Ingeniería Industrial

clos en los que no hubo escasez dividido por el total de ciclos registrados.

En una simulación el CSL se estima de manera similar a como se hace en la práctica, aunque para mantener controlada la precisión del estimador, debe calcularse el número mínimo de ciclos, n, a simular:

$$n = \left[\frac{Z_{\alpha/2}}{e}\right] p\,(1-p)$$

en donde:

e = error tolerable (máximo) de estimación, en "puntos porcentuales", v. gr.: e = 1 punto = 0.01
α = riesgo de exceder el error tolerable de estimación
$Z_{\alpha/2}$ = Percentil (1-α/2)*100 de una variable Normal Std
p = riesgo de escasez por ciclo preestablecido (complemento del CSL)

En Excel $Z_{\alpha/2}$ se calcula con INV.NORM.ESTAND(1-α/2, 1). Por ejemplo, si α = 10%, entonces $Z_{5\%}$ = INV.NORM.ESTAND(95%, 1) = 1.64485.

Tasa de surtido del producto (*fr: fill rate*): Fracción atendida de la demanda. En el modelo teórico de revisión continua del inventario –llamado también sistema Q, o de políticas (s, Q)– con demanda probabilística y tiempo de espera determinístico, la cantidad de unidades que en promedio falta en un ciclo está dada por (demostración en el apéndice):

$$UFC = -RS\left[1 - F\left(\frac{RS}{\sqrt{L}\,\sigma}\right)\right] + \sqrt{L}\,\sigma\, f\left(\frac{RS}{\sqrt{L}\,\sigma}\right)$$

en la cual:

UFC = déficit medio por ciclo (Unidades Faltantes por Ciclo, en promedio)

RS = reserva de seguridad: $RS = Z_\alpha \sqrt{L}\,\sigma$

L = tiempo de espera

Nombre del contacto: Carlos Manuel Pérez Ramírez
Teléfono: 771 71 45066
Correo electrónico: cperez@uaeh.edu.mx
Material Elaborado en la Academia de Ingeniería Industrial

σ = desviación típica de la demanda por unidad de tiempo
f(z) = densidad de probabilidades Normal Estándar evaluada en z
F(z) = probabilidad acumulada de una variable Normal Estándar en z

El último par en Excel se calcularía así:
f(z) = INV.NORM.ESTAND(z, 0)
F(z) = INV.NORM.ESTAND(z, 1)

En estas condiciones, la tasa de surtido del producto, fr, está dada por:

$$fr = 1 - \frac{UFC}{Q}$$

… en la que Q es el tamaño de lote.

Pero cuando las condiciones teóricas (v. gr.: la demanda durante el tiempo de espera es una variable continua y más o menos Normal e independiente en cada unidad de tiempo y el tiempo de espera es constante) no se satisfacen, entonces hay que recurrir a la simulación.

Con una simulación de los inventarios, la tasa de surtido se estima mediante el cociente de la cantidad total de unidades faltantes entre la demanda total de unidades simuladas en la corrida. Además, la simulación permite describir comportamientos de interés e indicadores adicionales que no es posible obtenerlos de los modelos analíticos, como por ejemplo: la distribución de las unidades faltantes por ciclo y la del tiempo que dura el déficit en cada ciclo.

En resumen, los estimadores por simulación de los indicadores del desempeño del control de inventarios conocidos como nivel de servicio del ciclo (CSL) y la tasa de surtido (fr), son:

CSL = # ciclos sin déficit / # total de ciclos simulado
= 1 - # ciclos con déficit / # total de ciclos simulado

fr = Total de unidades surtidas en la corrida / Demanda total simulada
= 1 - Total de unidades no surtidas en la corrida / Demanda total simulada

Nombre del contacto: Carlos Manuel Pérez Ramírez
Teléfono: 771 71 45066
Correo electrónico: cperez@uaeh.edu.mx
Material Elaborado en la Academia de Ingeniería Industrial

Actividades (ejercicios, problemas, prácticas, entre otros).

Los que asigne el maestro de la asignatura (diferentes cada semestre).

Conclusiones

La tasa de surtido del producto (fr) y el nivel de servicio del ciclo (CSL) son dos indicadores de desempeño de la administración de los inventarios de un producto que miden características deseasbles diferentes: el CSL es la confianza de que entre el momento de colocar una orden de compra al proveedor hasta la llegada del lote al comprador no habrá escasez, mientras que la fr mide la proporción satisfecha de la demanda.

Los resultados reportados son válidos para el sistema de revisión continua de las existencias, en el supuesto de que el déficit que llegare a ocurrir se subsanaría con unidades de un nuevo lote. No son válidos para el sistema de revisión periódica.

Las función de Excel para la densidad de probabilidades Normal Estándar facilita el cálculo de ambos indicadores, al sustituir las tradicionales tablas.

Bibliografía (Norma APA)

- Chopra, S., Meindl, P., & Kalra, D. (2016). *Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation* (6th ed.). New Delhi: Pearson Education India.
- Jacobs, F., & Chase, R. (2017). *Operations and Supply Chain Management* (15th ed. ed.). NY: McGraw-Hill Education/Irwin Series.

Apéndice

u = demanda media en la unidad de tiempo
D_L = Demanda media durante el tiempo de espera

pero, para simplificar la notación:
$x = D_L$ k = pr = PR $\mu = uL$

Nombre del contacto: Carlos Manuel Pérez Ramírez
Teléfono: 771 71 45066
Correo electrónico: cperez@uaeh.edu.mx
Material Elaborado en la Academia de Ingeniería Industrial

Y la densidad de probabilidades Normal Estándar: $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

Entonces:

$$UFC=\int_{pr}^{\infty}(x-pr)f(x)dx=\int_{pr}^{\infty}x\,f(x)dx-pr\int_{pr}^{\infty}f(x)dx$$

pero

1) $pr\int_{pr}^{\infty}f(x)dx=pr\,P(x>pr)$

2) $\int_{pr}^{\infty}x\,f(x)dx=\int_{pr}^{\infty}x\frac{1}{\sqrt{2\pi\theta}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\theta}\right)^2}dx$

Desarrollo de 2)

cambiando: $z=\frac{x-\mu}{\theta}$ resultan: $x=\mu+\theta z$ $dx=\theta\,dz$

Se obtiene la equivalencia:

$$\int_{k}^{\infty}x\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\theta}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\theta}\right)^2}dx=\int_{\frac{k-\mu}{\theta}}^{\infty}(\mu+\theta z)\frac{1}{\sqrt{2\pi\theta}}e^{-\frac{z^2}{2}}\theta\,dz$$

$$=\mu\int_{\frac{k-\mu}{\theta}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz+\theta\int_{\frac{k-\mu}{\theta}}^{\infty}z\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}dz$$

$$=\mu P\left(z>\frac{k-\mu}{\theta}\right)-\frac{\theta}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{k-\mu}{\theta}}^{\infty}e^{-\frac{z^2}{2}}(-z\,dz)$$

$$=\mu P\left(z>\frac{k-\mu}{\theta}\right)-\frac{\theta}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}\Big|_{\frac{k-\mu}{\theta}}^{\infty}$$

$$=\mu P\left(z>\frac{k-\mu}{\theta}\right)-\frac{\theta}{\sqrt{2\pi}}\left[0-e^{-\frac{(k-\mu)^2}{2\theta^2}}\right]$$

$$=\mu P\left(z>\frac{k-\mu}{\theta}\right)+\frac{\theta}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(k-\mu)^2}{2\theta^2}}$$

$$=\mu P\left(z>\frac{k-\mu}{\theta}\right)+\theta f\left(\frac{k-\mu}{\theta}\right)$$

Nombre del contacto: Carlos Manuel Pérez Ramírez
Teléfono: 771 71 45066
Correo electrónico: cperez@uaeh.edu.mx
Material Elaborado en la Academia de Ingeniería Industrial

De esta manera:

$$
\begin{aligned}
UFC &= \mu P\left(z > \frac{k-\mu}{\theta}\right) + \theta f\left(\frac{k-\mu}{\theta}\right) - k P\left(z > \frac{k-\mu}{\theta}\right) \\
&= -(k-\mu) P\left(z > \frac{k-\mu}{\theta}\right) + \theta f\left(\frac{k-\mu}{\theta}\right) \\
&= -(k-\mu)\left[1 - F\left(\frac{k-\mu}{\theta}\right)\right] + \theta f\left(\frac{k-\mu}{\theta}\right)
\end{aligned}
$$

en donde F es la función de distribución Normal Estándar y f la densidad de probabilidades Normal Estándar.

El UFC (promedio de unidades faltantes por ciclo) es:

$$
\boxed{UFC = -(PR-uL)\left[1 - F\left(\frac{PR-uL)}{\sqrt{L}\,\sigma}\right) + \sqrt{L}\,\sigma\, f\left(\frac{PR-uL)}{\sqrt{L}\,\sigma}\right)\right]}
$$

La diferencia PR-uL es la reserva de seguridad RS, y así UFC puede reescribirse como

$$
\boxed{UFC = -RS\left[1 - F\left(\frac{RS}{\sqrt{L}\,\sigma}\right) + \sqrt{L}\,\sigma\, f\left(\frac{RS}{\sqrt{L}\,\sigma}\right)\right]}
$$

Y la **tasa de surtido del producto**:

$$
\boxed{fr = 1 - \frac{UFC}{Q}}
$$

Nombre del contacto: Carlos Manuel Pérez Ramírez
Teléfono: 771 71 45066
Correo electrónico: cperez@uaeh.edu.mx
Material Elaborado en la Academia de Ingeniería Industrial