UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

UAEH

ÁREA ACADÉMICA: MATEMATICAS

TEMA: DEFINICIONES DE CIRCULO TRIGONOMETRICO

PROFESOR: EVA RAMIREZ ORTEGA

PERIODO: ENERO-JUNIO 2018

BACHILLERATO CD. SAHAGÚN

CIRCULO TRIGONOMÉTRICO

RESUMEN

El círculo trigonométrico es una herramienta práctica en el manejo de los conceptos de trigonometría, pero al mismo tiempo es un apoyo teórico, pues ayuda a fundamentar y tener una idea precisa y formal de las funciones trigonométricas. Atreves del círculo trigonométrico se puede obtener de forma manual o analítica el valor aproximado de las razones trigonométricas para un ángulo determinado si se dispone de los instrumentos geométricos necesarios.

<u>Palabras claves:</u>

Circulo: Figura geométrica que consta de una forma establecida a partir de una línea curva cerrada.

Cuadrante: Cuarta parte de un círculo o una circunferencia comprendida entre dos radios que forman un ángulo de 90 grados.

Angulo: Porción indefinida de plano limitada por dos líneas que parten de un mismo punto o por dos planos que parten de una misma línea y cuya abertura puede medirse en grados.

Semirecta: Recta que se considera desde un punto determinado y en un único sentido.

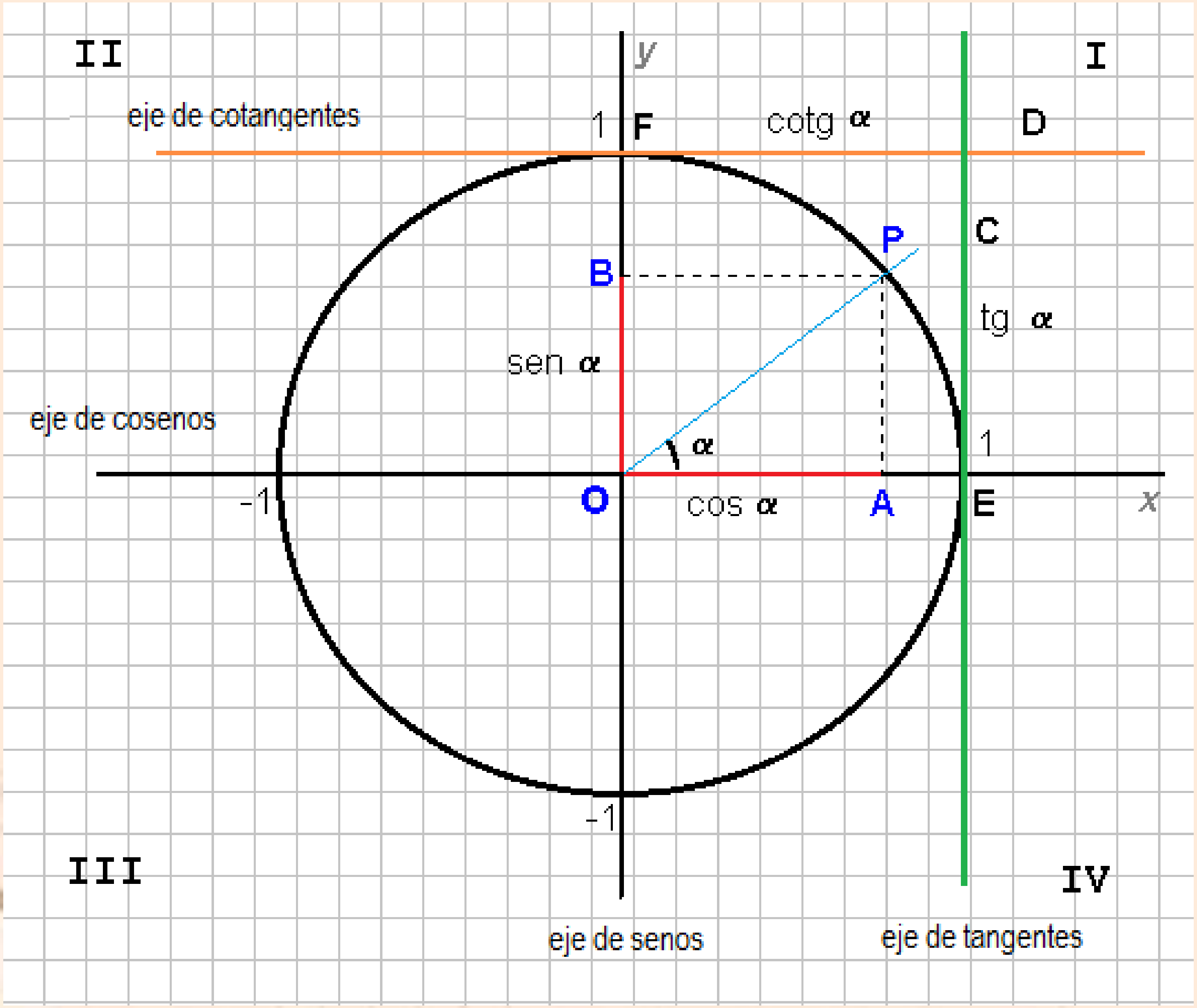
ABSTRACT

The trigonometric circle is a practical tool in the handling of the concepts of trigonometry, but at the same time it is a theoretical support, because it helps to ground and have a precise and formal idea of the trigonometric functions. Atreves of the trigonometric circle can be obtained manually or analytically the approximate value of the trigonometric ratios for a given angle if the necessary geometric instruments are available.

<u>DEFINICIONES DE CIRCULO TRIGONOMÉTRICO:</u>

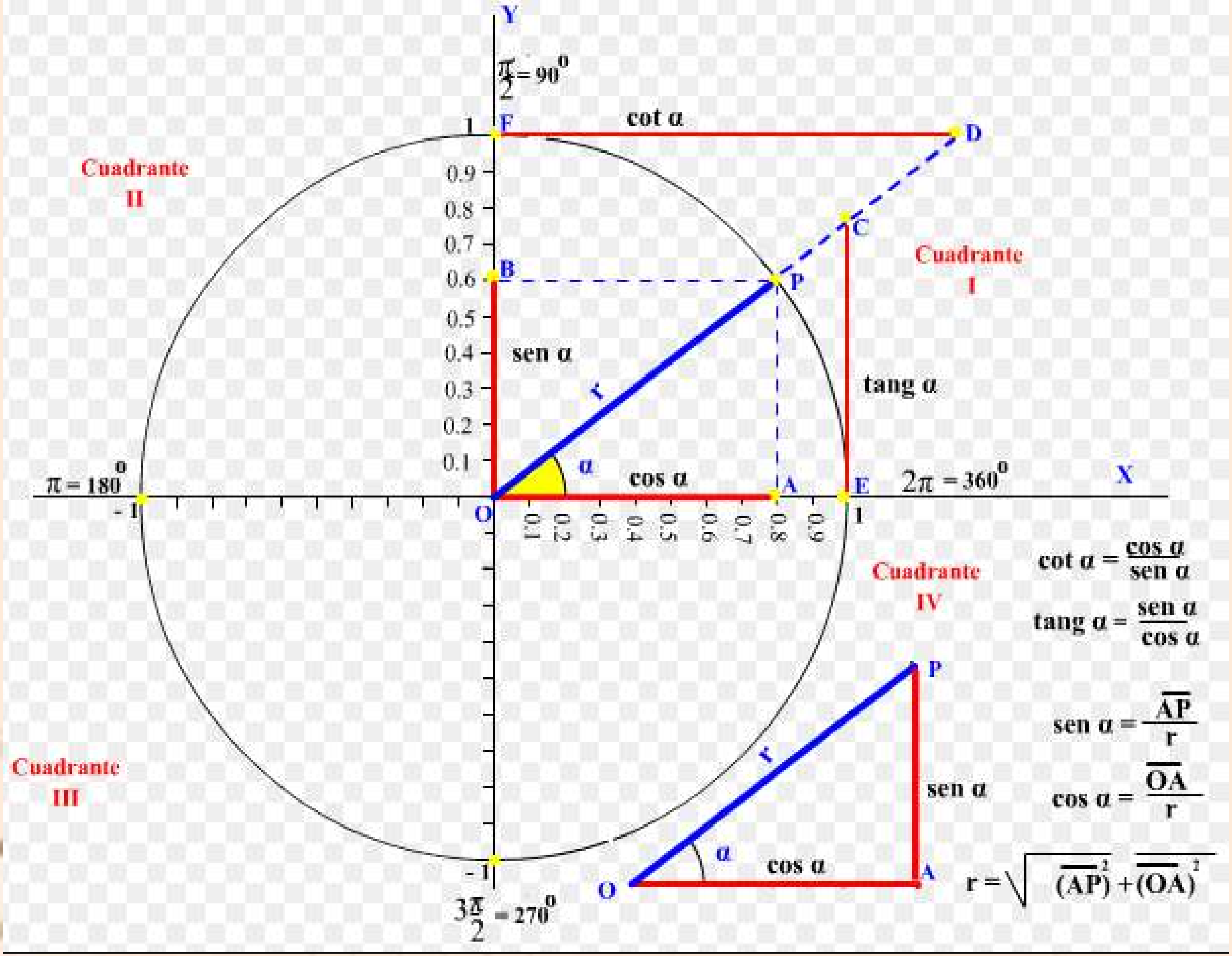
Se toma como base un círculo de radio ***r* = 1** con centro o, en el origen en el plano cartesiano. Se considera un ángulo arbitrario medido a partir del eje ***x*** positivo y en sentido positivo; o sea, en sentido contrario a las manecillas del reloj;

todo ángulo puede ser colocado (y de una sola manera) de forma tal que su vértice coincida con el origen de coordenada , uno de sus lados (llamado lado inicial) coincide con la semirrecta ***OA*** y el otro lado (llamado lado terminal) quede ubicado (a partir del inicial) en la zona de barrida en sentido contrario a la manecilla del reloj.



II
I
eje de cotangentes
1
F
cotg α
D
C
P
B
tg α
sen α
eje de cosenos
α
1
-1
O
cos α
A
E
x
y
-1
III
IV
eje de senos
eje de tangentes

Si la semirrecta ***r =1*** la hacemos rotar en sentido contrario a la manecilla del reloj, describe un círculo dividido en 4 cuadrantes (***I, II, III, IV***). Antes de que la semirrecta ***OP*** comience a rotar, coincide con el rayo ***OA***, formando un ángulo de ***0°***. Cuando la semirrecta ***OP*** rota, describe un ángulo $\boldsymbol{\alpha}$, el cual alcanza su máximo (describiendo un círculo completo) a 360° ($\boldsymbol{2\pi}$ medido en radianes). De esta forma el lado terminal de cada ángulo interseca en un único punto a la [circunferencia] y podemos asociar al ángulo en ese punto de manera unívoca.


Y
$\frac{\pi}{2} = 90^0$
1 F
cot α
D
Cuadrante II
0.9
0.8
0.7
C
Cuadrante I
0.6 B
P
0.5
0.4
sen α
r
tang α
0.3
0.2
0.1
α
$\pi = 180^0$
cos α
A
E
$2\pi = 360^0$
X
-1
O
0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9
1
Cuadrante IV
$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$
$\operatorname{tang} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$
P
$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\overline{AP}}{r}$
r
sen α
Cuadrante III
$\cos \alpha = \frac{\overline{OA}}{r}$
α
cos α
A
-1
O
$r = \sqrt{(\overline{AP})^2 + (\overline{OA})^2}$
$\frac{3\pi}{2} = 270^0$

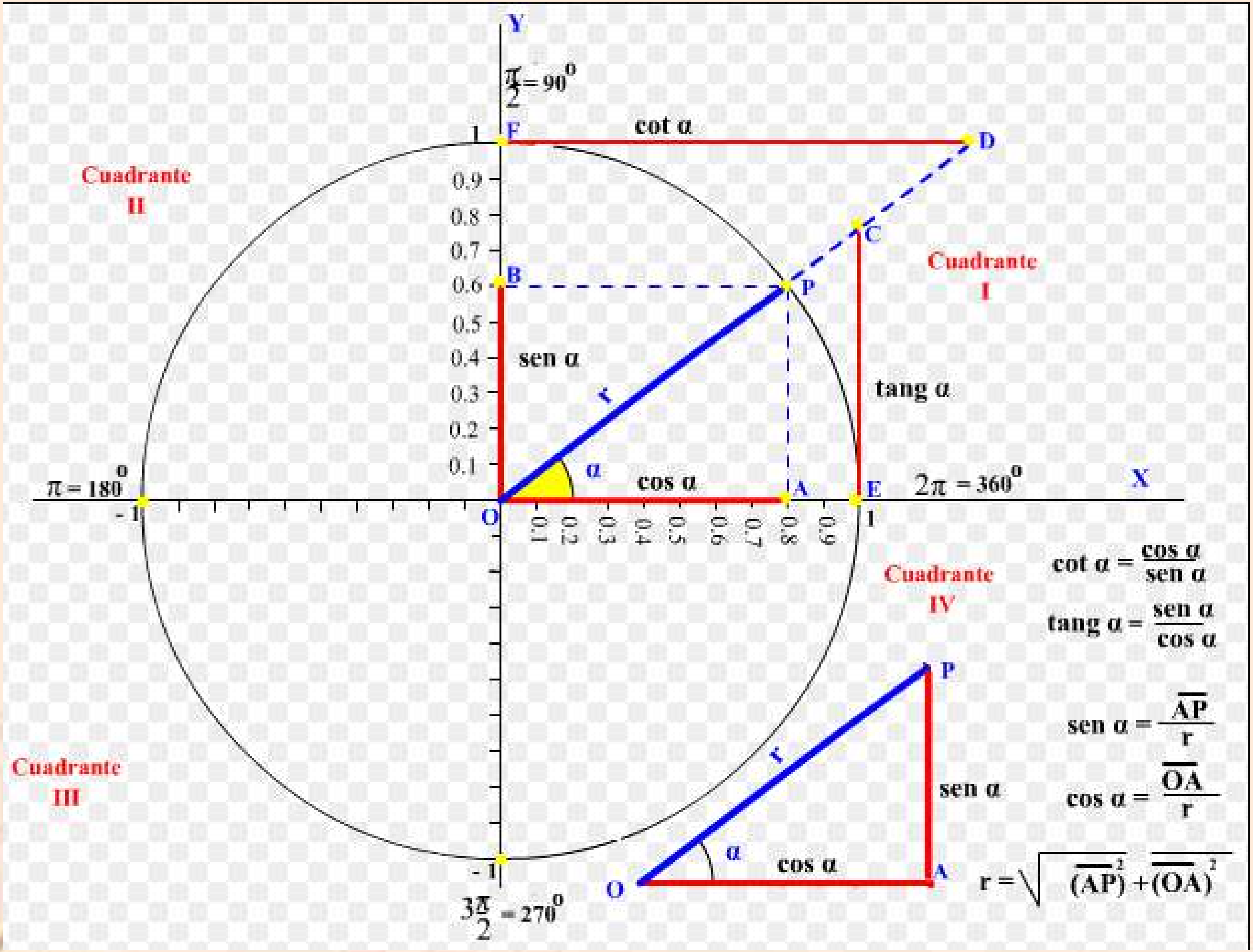
Si se rota la semirrecta OP de radio r rota hasta formar un ángulo ***α***, si proyectamos el punto ***P*** hasta el eje ***X***,***Y***, se obtienen dos segmentos; sobre el eje ***Y*** se proyecta el segmento ***OB*** denominado seno del ángulo ***α*** (***Seno α***), sobre el eje ***X*** se proyecta el segmento ***OA*** denominado coseno del ángulo ***α*** (***cos α***), formando un triángulo rectángulo ***OAP***, cuyo lado AP se le denomina cateto opuesto al ángulo ***α***, el lado ***OA*** es el cateto adyacente al ángulo ***α***, mientras que el lado ***OP= r*** se denomina hipotenusa. Del triángulo rectángulo anterior podemos denotar las razones trigonométricas siguientes:

- ***sen α*** = PA/r
- ***cos α*** = OA/r
- ***tang α*** = PA/OA
- ***cot α***= OA/PA

CUADRANTES DEL CIRCULO TRIGONOMÉTRICO

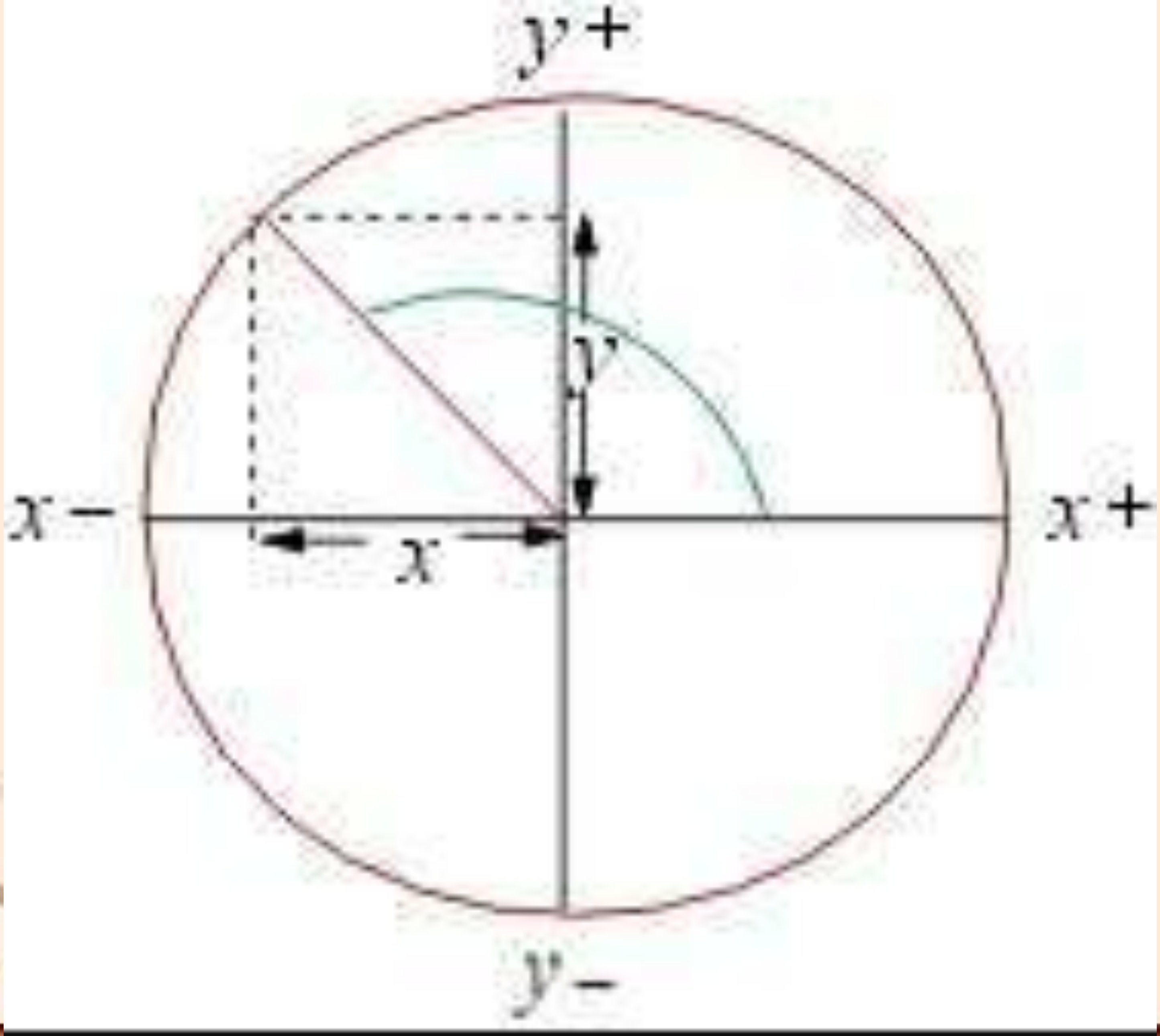
Si dividimos el círculo trigonométrico en 4 partes iguales se obtiene como resultado que cada [ángulo] consecutivo mide 90° (***π/2 rd***), cada una de las partes obtenidas se conoce como cuadrantes del círculo trigonométrico.

En cada cuadrante los parámetros seno, coseno, tangente y cotangente cambian su valor numérico con el aumento o disminución del ángulo ***α***.


Y
$\frac{\pi}{2} = 90^0$
cot α
F
D
1
Cuadrante II
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
C
B
P
Cuadrante I
sen α
r
tang α
α
$\pi = 180^0$
cos α
A
E
$2\pi = 360^0$
X
-1
O
0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9
1
Cuadrante IV
$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\text{sen } \alpha}$
$\text{tang } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha}$
P
$\text{sen } \alpha = \frac{\overline{AP}}{r}$
Cuadrante III
r
sen α
$\cos \alpha = \frac{\overline{OA}}{r}$
α
cos α
-1
O
A
$r = \sqrt{(\overline{AP})^2 + (\overline{OA})^2}$
$3\frac{\pi}{2} = 270^0$

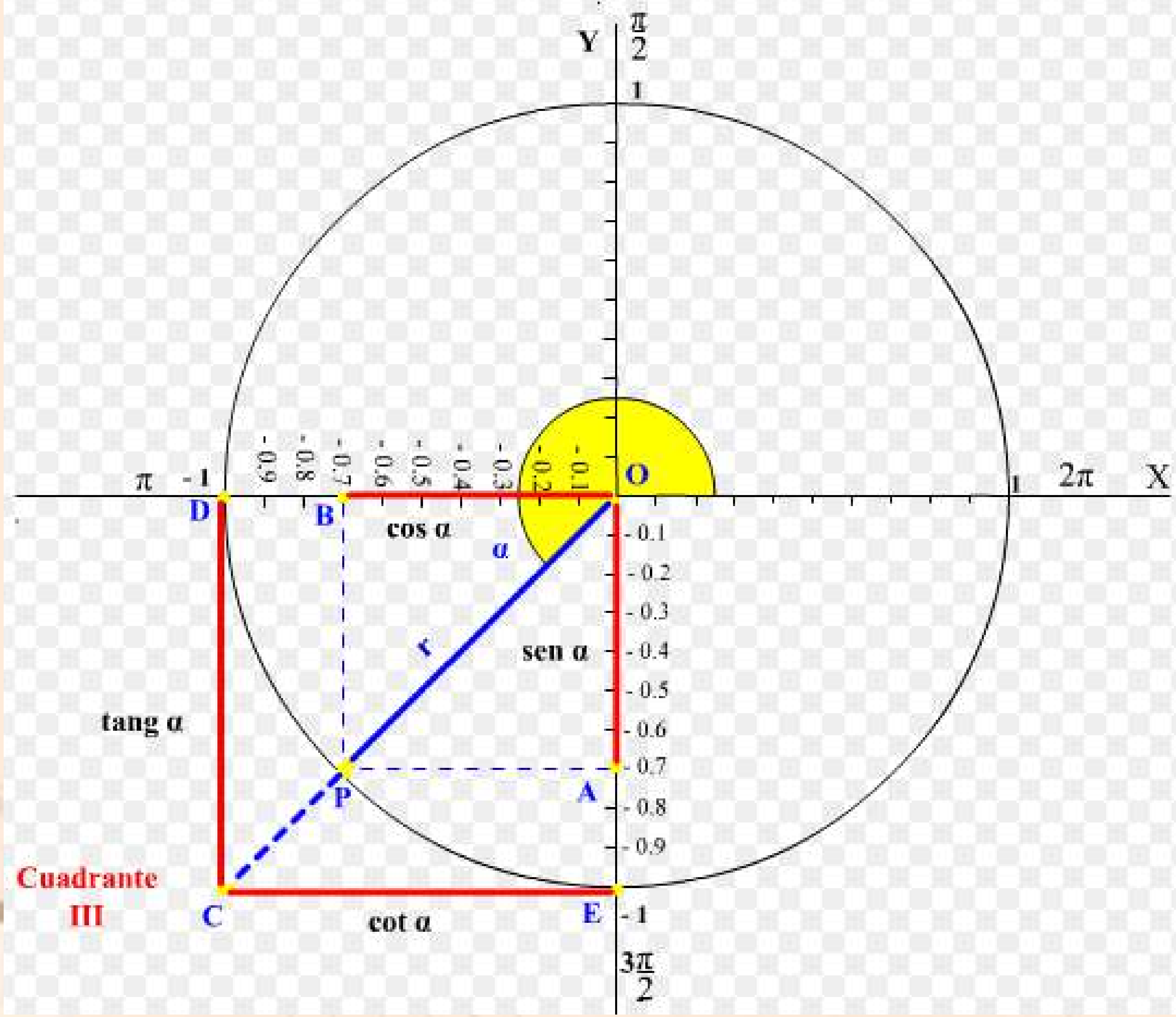
PRIMER CUADRANTE

- En el primer cuadrante (**I**), con el aumento del [ángulo] *α*, disminuye el *cos α* y la *cot α*, mientras que aumenta la *tang α* y el *sen α*, hasta alcanzar su máximo o mínimo valor a 90° (***π/2***).


y +
y
x −
x
x +
y −

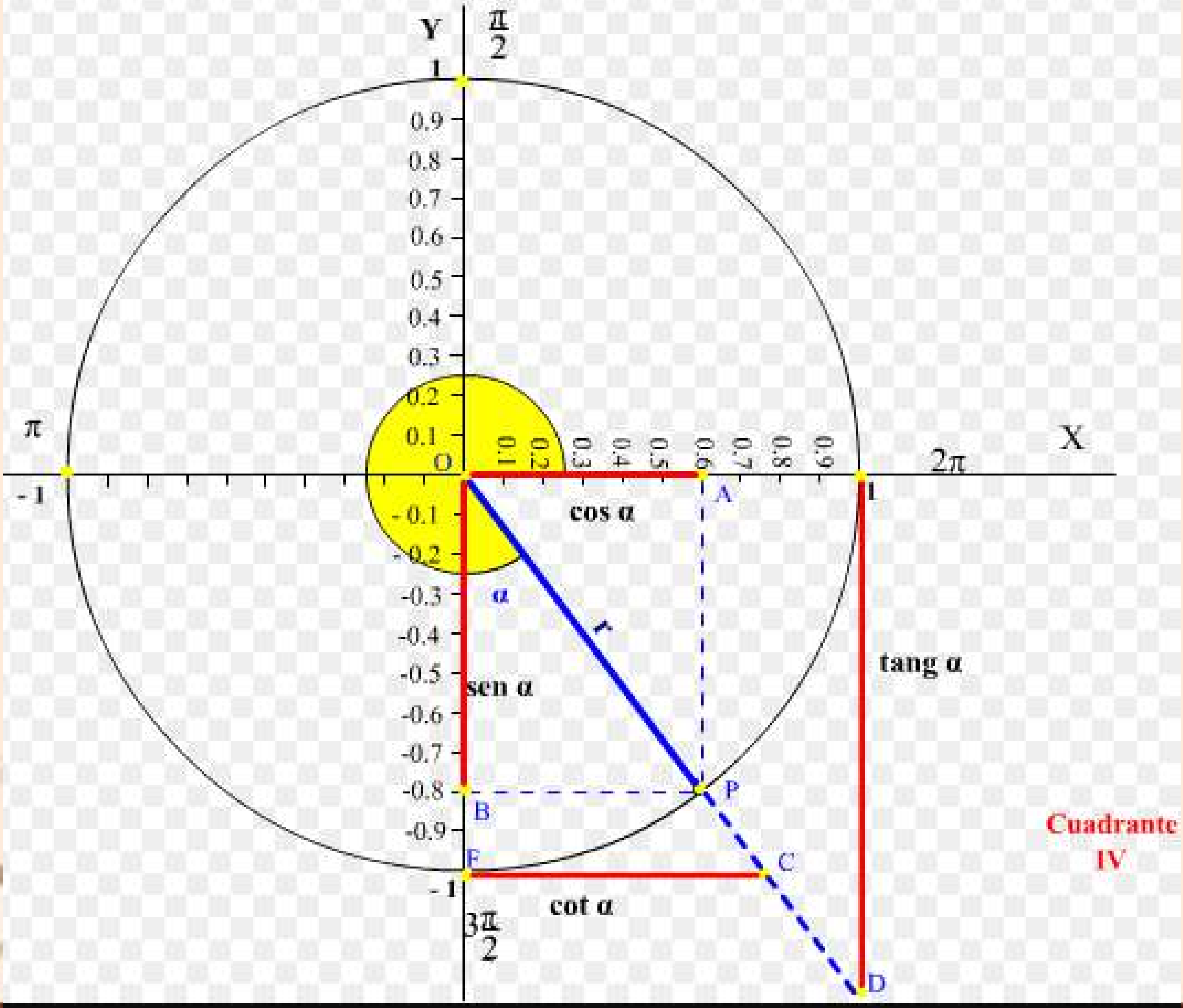
SEGUNDO CUADRANTE

- En el segundo cuadrante (**II**), con el aumento del ángulo *α*, disminuyen el *sen α* y el *cos α*, por lo que lo hacen también *tang α* y *cot α*, alcanzando su mínimo valor a 180° (***π***).


Y
X
O
π
2π
1
-1
D
B
P
A
C
E
cos α
sen α
tang α
cot α
r
α
Cuadrante III

TERCER CUADRANTE

- En el tercer cuadrante (**III**), con el aumento del ángulo *α*, disminuyen el *sen α* y el *cos α*, la *tang α* aumenta su valor, mientras que la *cot α* disminuye dado que (a partir de que seno y el coseno son negativos y la relación existente entre ellos) hasta alcanzar su mínimo o máximo valor a 270° (***3π/2***).


Y
π/2
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
O
π
X
2π
-1
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
A
cos α
-0.1
-0.2
-0.3
α
r
-0.4
-0.5
sen α
tang α
-0.6
-0.7
-0.8
P
B
-0.9
Cuadrante IV
F
C
-1
cot α
3π/2
D

CUARTO CUADRANTE

- En el cuarto cuadrante (**IV**), con el aumento del ángulo *α*, disminuye el *sen α*, mientras que aumenta el *cos α* por lo que aumenta la *cot α*, mientras que disminuye la *tang α* y el, hasta alcanzar su máximo y mínimo valor a 360° (***2π***).

BIBLIOGRAFÍA

MARTÍNEZ JUÁREZ, Sotero. *Geometría y Trigonometría.* Editorial: Bookmart. Primera Edición: Mayo 2012