

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Instituto de Ciencias
Económico Administrativas



- Área Académica: Licenciatura en Economía
- Tema: Demostraciones, parte 1, Series de Tiempo
- Profesor(a): Zeus Salvador Hernández Veleros
Daniel Velázquez Orihuela
- Alumno: Rosa Isela Hernandez Hernandez, Maria
Fernanda Sanchez Alvarez.
- Periodo: Julio-diciembre 2021

Tema: Demostraciones, parte 1, Series de Tiempo

Resumen: En el presente trabajo se plasman las demostraciones vistas en el periodo escolar Julio-Diciembre del 2021, en donde se explican detalladamente cómo se obtienen algunos conceptos utilizados durante el curso y que son de vital importancia para entender los fenómenos económicos y la utilización de las series de tiempo en la economía.

Palabras clave: Series de tiempo, Demostraciones.

Topic: Demonstrations, part 1, Time Series Techniques

Abstract: In this paper, the demonstrations seen in the July-December 2021 school period are reflected, where they explain in detail how some concepts used during the course are obtained and that are of vital importance to understand the economic phenomena and the use of the series time in the economy.

Key Words: Time series, Demonstrations.

Demostración 1

Si x y y son independientes, entonces

$$\text{Cov}(x, y) = E(xy) - E(x)E(y)$$

$$= E(x)E(y) - E(x)E(y)$$

$$= 0$$



Demostración 2

$$\begin{aligned}\dot{Var}(e_t) &= E(e_t - E(e_t))^2 \\ &= E(e_t - \sigma)^2 \\ &= E(e_t)^2 = \sigma^2\end{aligned}$$

Demostración 3

$$\begin{aligned} \cdot \text{Cov}(e_t, e_{t+j}) &= E[(e_t - E(e_t))(e_{t+j} - E(e_{t+j}))] \\ &= E[(e_t - 0)(e_{t+j} - 0)] \\ &= E((e_t) * (e_{t+j})) \\ &= E((e_t)E(e_{t+j})) = 0 * 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Demostración 4

$$\text{Corr}(e_t, e_{t+j}) = \frac{\text{Cov}(e_t, e_{t+j})}{\text{Stdev}(e_t) \text{Stdev}(e_{t+j})}$$

$$= \frac{0}{\sigma\sigma} = \frac{0}{\sigma^2} = 0$$

Demostración 5

$$\text{Var}(ax + by) = a^2 \text{Var}(x) + b^2 \text{Var}(y) + 2ab \text{Cov}(x, y)$$

sea $Z = ax + by$

$$\begin{aligned} \text{Asi } \text{Var}(z) &= E(z - E(z))^2 \\ &= E(z^2 - 2zE(z) + (E(z))^2) \\ &= E(z^2) - E(2zE(z) + (E(z))^2) \\ &= E(z^2) - 2E(z)E(z) + E(z)E(z) \\ &= E(z^2) - E(z)E(z) \\ &= E(z)^2 - (E(z))^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo z por $ax + by$ tenemos

$$\begin{aligned}
&= E(ax + by)^2 - (E(ax + by))^2 \\
&= E(a^2x^2 + 2axby + b^2y^2) - (E(ax) + E(by))^2 \\
&= E(a^2x^2) + E(2axby) + E(b^2y^2) - [(E(ax))^2 \\
&\quad + 2E(ax)E(by) + (E(by))^2] \\
&= E(a^2x^2) + 2ab E(xy) + E(b^2y^2) - (E(ax))^2 \\
&\quad - 2E(ax)E(by) - (E(by))^2 \\
&= a^2E(x^2) + 2ab E(xy) + b^2E(y^2) - a^2(E(x))^2 \\
&\quad - 2ab E(x)E(y) - b^2(E(y))^2 \\
&= a^2E(x^2) - a^2(E(x))^2 + b^2E(y^2) - b^2(E(y))^2 + 2ab E(xy) \\
&\quad - 2ab E(x)E(y)
\end{aligned}$$

Demostración 6

$$\text{Var}(ax + by) = a^2\text{Var}(x) + b^2\text{Var}(y) + 2ab \text{Cov}(x, y)$$

Considere que

$$\text{Var}(x) = \text{Cov}(x, x) = E(xx) - E(x)E(x)$$

Entonces

$$\begin{aligned}\text{Var}(ax + by) &= \text{Cov}(ax + by, ax + by) \\ &= E(ax + by)(ax + by) - E(ax + by)E(ax + by) \\ &= E(ax + by)^2 - [(E(ax) + E(by))(E(ax) + E(by))] \\ &= E(a^2x^2 + 2axby + b^2y^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \doteq a^2 E(x^2) + 2ab E(xy) + b^2 E(y^2) - [(E(ax))]^2 \\
& + 2E(by)E(ax) + (E(by))^2 \\
& = a^2 E(x^2) + 2ab E(xy) + b^2 E(y^2) - a^2 [E(x)]^2 \\
& - 2ab E(x)E(y) - b^2 [E(y)]^2 \\
& = a^2 E(x^2) - a^2 [E(x)]^2 + b^2 E(y^2) - b^2 [E(y)]^2 + 2ab E(xy) \\
& - 2ab E(x)E(y) \\
& = a^2 \{E(x^2) - [E(x)]^2\} + b^2 \{E(y^2) - [E(y)]^2\} + 2ab \{E(xy) \\
& - E(x)E(y)\} \\
& = a^2 \text{Var}(x) + b^2 \text{Var}(y) + 2ab \text{Cov}(x, y)
\end{aligned}$$

Si ax y by son independientes, entonces $\text{Cov}(x, y) = 0$
 $= \text{Var}(ax + by) = a^2 \text{Var}(x) + b^2 \text{Var}(y)$

Referencias

Pindyck, Robert S. y Daniel L. Rubinfeld (2001). *Econometría. Modelos y pronósticos*. México: McGraw-Hill, 4ª. ed., 661 pp.

Levendis, John D. (2021). *Time Series Econometrics. Learning Through Replication*, EE.UU: Springer, pp. 81-99.

*Hernández Veleros, Zeus Salvador (2020). *Curso de Series de Tiempo*, julio-diciembre de 2020, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Licenciatura en Economía.