UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

ESCUELA PREPARATORIA NÚMERO CINCO

Tema: La función Derivada

Lic. Lucia Hernandez Granados

Enero – Junio 2022

Tema: 2.2 La función derivada

Resumen

En Calculo hablar de una función decimos que hay una correspondencia entre dos conjuntos cuando existen unas determinadas reglas que permiten asociar elementos del primer conjunto (conjunto inicial) con elementos del segundo conjunto (conjunto final). Una aplicación es una correspondencia que asigna a cada elemento del conjunto inicial un único elemento del conjunto final. En este tema vamos a hacer un estudio preliminar de las funciones de una variable real y el importante concepto de derivada. Comenzaremos recordando las funciones básicas, para luego introducir la derivada y considerar algunas de sus aplicaciones.

- **Palabras Claves:** (Función, Grafica, Racional, Lineal, Logaritmo, Exponente)

Tema: 2.2 La función Derivada

Abstract

In Calculo talk about a function say that there is a correspondence between two sets when there are certain rules that allow you to associate elements of the first set (initial set) with elements of the second set (final set). An application is a correspondence that assigns to each element of the initial set a single element of the final set. In this topic we will make a preliminary study of the functions of a real variable and the important concept of derivative. We will start by remembering the basic functions, then introduce the derivative and consider some of its applications.

Keywords: (Function, Graphic, Rational, Linear, Logarithm, Exponent) angles, plane, line, legs, hypotenuse, functions).

Objetivo general: Comprender la razón de cambio entre dos variables relacionadas a través del concepto de límite y de derivada para el análisis gráfico y variacional de situaciones hipotéticas y reales que faciliten al estudiante la toma de decisiones en sus diferentes contextos con el apoyo de las TIC’s

Bloque II: La función Derivada

Objetivo del Bloque: Desarrollar e interpretar la razón de cambio y la pendiente de la recta tangente mediante el concepto de derivada a través de distintos enfoques procedimentales para su aplicación en los diversos entornos del estudiante. .

.

Tema: 2.2 La función Derivada

2.1 Reconocimiento de la función derivada como aquella obtenida mediante un límite (su definición).

Introducción:

El cálculo diferencial se consolidó como disciplina matemática principalmente en los siglos XVI y XVII cuando Kepler (1571- 1630), Galileo (1564-1642) y Newton (1642-1727) entre otros, intentaron describir la velocidad instantánea de un cuerpo en movimiento, aunque ya en la antigüedad griega Arquímedes había planteado la versión geométrica de ese problema de mecánica cual es el problema de la recta tangente a una curva en un punto. Mediante el uso de razones de cambio fue posible calcular velocidades y aceleraciones y definir la recta tangente a una curva pero también resolver problemas de tipo práctico como por ejemplo, determinar cuando dos planetas estarían mas cercanos o mas lejanos entre sí.

Definición

La derivada es el resultado de un límite y representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto. Pero vayamos por partes. La definición de derivada es la siguiente: Podría, pues, no existir tal límite y ser la función no derivable en ese punto. En esta primera práctica vamos a ver qué significa cada uno de los términos que aparecen en la formula anterior.

El límite depende únicamente del comportamiento de la función en las proximidades de a, no de cual sea el valor de la función en el punto a ; de hecho, a puede no pertenecer al dominio de la función, lo que sí es necesario es que a sea punto de acumulación.

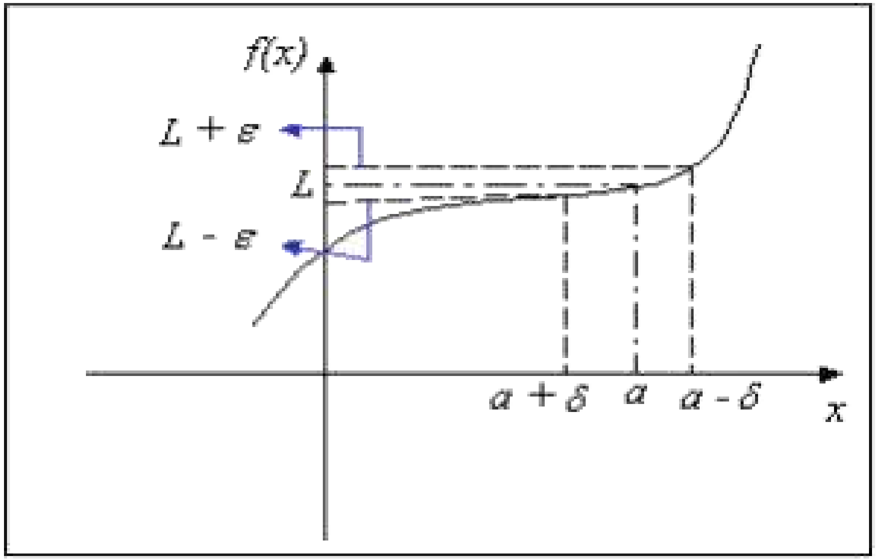
Ejemplo de límite:

Sea $f(x) = (x^2-1)/(x-1)$ evaluada en el punto $x = 1$

$$f(1) = (1^2-1)/(1-1) =-0/0 \text{ ¡!}$$

La división entre cero no está definida. Sin embargo, para cualquier otro punto puede encontrarse un valor determinado de la función, así que consideremos 1 como un punto de acumulación. De esta manera hagamos la siguiente aproximación:

Sea una función f con dominio en los reales a un punto del intevalo I, $L \in \Re$. Definimos a L como el límite de a cuando x se aproxima a a y f(x) se aproxima a L. Los valores de x pertenecen al dominio de la función y es necesario que existan puntos tan próximos a a como queramos, es decir, que a sea un punto de acumulación del dominio y que cuando x se aproxime a a, f(x) se aproxime a L. La siguiente figura esquematiza las aproximaciones. Como puede verse, se deben definir dos intervalos, uno en x y otro en f(x) para poder determinar el límite.



Límites laterales

El límite lateral por la ***izquierda*** de una función *y=f(x)* en el punto $x = a$ es el valor al que se aproxima *f(x)* cuando *x* se aproxima al valor de a por valores *menores que* a:

$$lim_{x \to a^-} f(x)$$

El límite lateral por la ***derecha*** de una función *y = f(x)* en el punto $x = a$ es el valor al que se aproxima *f(x)* cuando *x* se aproxima al valor de a por valores *mayores que* a:

$$lim_{x \to a^+} f(x)$$

Así, el proceso de límite está representado por la ecuación:

$$\tan\ \alpha = \lim_{x \to a} \tan\alpha' = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

A este límite se le denomina derivada de la función f(x) en el punto a. Por lo tanto, para que exista la derivada de una función en un punto, tiene que existir ese límite. Cuando no existe este límite, se dice que la función no es derivable en ese punto.

En términos generales, se dice que la derivada de cualquier función y = f(x) mide la variación de y cuando hay una pequeña variación de x. La definición de la derivada de la función y = f(x), es:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Existen distintas notaciones para representar la derivada, todas ellas equivalentes:

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = \dot{f}(x) \quad \text{o bien} \quad \frac{dy}{dx} = y'$$

Por lo tanto, para que exista la derivada de una función en un punto, tiene que existir ese límite. Cuando no existe este límite, se dice que la función no es derivable en ese punto.

La derivada es una función en sí misma y tiene todas las propiedades anteriormente estudiadas de las funciones.

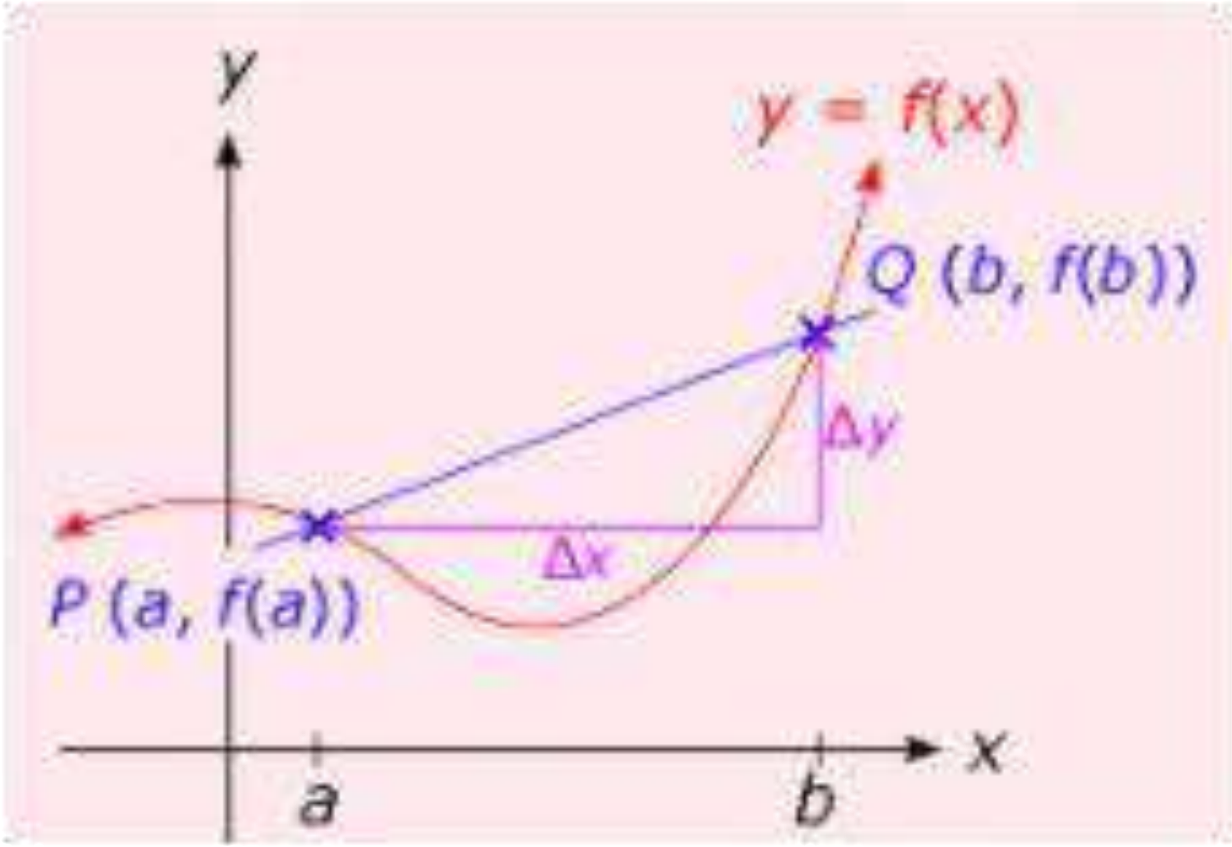
Razón de Cambio

La razón de cambio de una variable respecto a otra, en el estudio de funciones matemáticas, es la magnitud del cambio de una variable por unidad de cambio de la otra (también se le llama tasa de cambio). Si las variables no tienen ninguna dependencia la tasa de cambio es cero.

Razón de Cambio Promedio

En la vida diaria se determinan razones de cambio de diversas situaciones de tipo natural, económico, social; situaciones en las que nos interesa conocer cuál es el más pequeño (mínimo) o más grande (máximo) valor, como aumenta o disminuye ese valor, en un intervalo de tiempo específico, en general problemas donde se estudian fenómenos relativos a la variación de una cantidad que depende de otra, por lo que se hace necesario describir y cuantificar cambios a través de modelos matemáticos, gráficas y tablas.

$$f = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



Bibliografía

Precálculo. Steward Ed. 1

Cálculo Steward ed. Mc. Graw Hill.

https://precalculo21.webcindario.com/id382.htm