



Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

Área Académica de Matemáticas y Física

Línea de investigación: Economía y Finanzas Matemáticas

Programa educativo: Maestría en Ciencias en Matemáticas y su Didáctica

Nombre de la asignatura: Uso de Tecnología en el Aprendizaje de las Matemáticas

Tema: Cálculo de áreas

Ciclo: Enero-Mayo de 2009.

Profesor: Fernando Barrera Mora

Tema: Cálculo de áreas

Abstract: The objective of this lecture is to provide some examples that can help teachers to identify characteristics of the learning tasks within the framework of problem solving

Keywords: squaring a parabola, learning tasks, technological tools

Palabras clave: Cuadratura de la parábola, Tareas de aprendizaje, herramientas tecnológicas

La cuadratura de la parábola: Un problema en el contexto matemático

Fernando Barrera Mora
barrera@uaeh.edu.mx

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Encuentro Iberoamericano sobre Educación Matemática y
Tecnología, Centro de Investigación Matemática de
Canarias

¿Qué tipo de tareas deben usar los profesores si quieren que los estudiantes construyan entendimiento matemático importante? ..., los estudiantes construyen entendimiento matemático reflexionando y comunicando, entonces las tareas deben permitir y promover estos procesos (Hiebert et al. 1997, pág. 18).

- ¿Qué características de las tareas de aprendizaje ayudan a promover la reflexión y comunicación en los estudiantes?
- ¿En qué contextos se deben plantear las tareas de aprendizaje para lograr que los estudiantes reflexionen, comuniquen ideas, y al mismo tiempo desarrollen un punto de vista matemático acorde con el quehacer de la disciplina?

¿Qué tipo de tareas deben usar los profesores si quieren que los estudiantes construyan entendimiento matemático importante? ..., los estudiantes construyen entendimiento matemático reflexionando y comunicando, entonces las tareas deben permitir y promover estos procesos (Hiebert et al. 1997, pág. 18).

- *¿Qué características de las tareas de aprendizaje ayudan a promover la reflexión y comunicación en los estudiantes?*
- *¿En qué contextos se deben plantear las tareas de aprendizaje para lograr que los estudiantes reflexionen, comuniquen ideas, y al mismo tiempo desarrollen un punto de vista matemático acorde con el quehacer de la disciplina?*

¿Qué tipo de tareas deben usar los profesores si quieren que los estudiantes construyan entendimiento matemático importante? ..., los estudiantes construyen entendimiento matemático reflexionando y comunicando, entonces las tareas deben permitir y promover estos procesos (Hiebert et al. 1997, pág. 18).

- 1** ¿Qué características de las tareas de aprendizaje ayudan a promover la reflexión y comunicación en los estudiantes?
- 2 ¿En qué contextos se deben plantear las tareas de aprendizaje para lograr que los estudiantes reflexionen, comuniquen ideas, y al mismo tiempo desarrollen un punto de vista matemático acorde con el quehacer de la disciplina?

¿Qué tipo de tareas deben usar los profesores si quieren que los estudiantes construyan entendimiento matemático importante? ..., los estudiantes construyen entendimiento matemático reflexionando y comunicando, entonces las tareas deben permitir y promover estos procesos (Hiebert et al. 1997, pág. 18).

- 1 ¿Qué características de las tareas de aprendizaje ayudan a promover la reflexión y comunicación en los estudiantes?
- 2 ¿En qué contextos se deben plantear las tareas de aprendizaje para lograr que los estudiantes reflexionen, comuniquen ideas, y al mismo tiempo desarrollen un punto de vista matemático acorde con el quehacer de la disciplina?

- Algunas características de las tareas de aprendizaje que promuevan la reflexión y comunicación de ideas matemáticas.
- Contextos en los que se plantean los problemas matemáticos.
- Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos
- Un problema en el contexto matemático.

- 1 Algunas características de las tareas de aprendizaje que promuevan la reflexión y comunicación de ideas matemáticas.
- 2 Contextos en los que se plantean los problemas matemáticos.
- 3 Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos
- 4 Un problema en el contexto matemático.

- 1 Algunas características de las tareas de aprendizaje que promuevan la reflexión y comunicación de ideas matemáticas.
- 2 Contextos en los que se plantean los problemas matemáticos.
- 3 Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos
- 4 Un problema en el contexto matemático.

- 1 Algunas características de las tareas de aprendizaje que promuevan la reflexión y comunicación de ideas matemáticas.
- 2 Contextos en los que se plantean los problemas matemáticos.
- 3 Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos
- 4 Un problema en el contexto matemático.

- 1 Algunas características de las tareas de aprendizaje que promuevan la reflexión y comunicación de ideas matemáticas.
- 2 Contextos en los que se plantean los problemas matemáticos.
- 3 Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos
- 4 Un problema en el contexto matemático.

Las tareas de aprendizaje matemático

En las agendas de investigación en educación matemática, se ha documentado que las tareas de aprendizaje deben:

- proporcionar al estudiante la oportunidad de usar sus conocimientos para construir nuevos, así como facilitar el desarrollo de sus habilidades;
- permitir a los estudiantes problematizar su aprendizaje, es decir, las tareas deben ser vehículos que permitan a los estudiantes plantear y resolver dilemas;
- fomentar el uso sistemático del método inquisitivo;
- estar diseñadas en contextos que ayuden al estudiante a dar significado a los procesos matemáticos cuando se resuelven problemas.
- propiciar el uso sistemático de herramientas computacionales al resolver problemas.

Las tareas de aprendizaje matemático

En las agendas de investigación en educación matemática, se ha documentado que las tareas de aprendizaje deben:

- proporcionar al estudiante la oportunidad de usar sus conocimientos para construir nuevos, así como facilitar el desarrollo de sus habilidades;
- permitir a los estudiantes problematizar su aprendizaje, es decir, las tareas deben ser vehículos que permitan a los estudiantes plantear y resolver dilemas;
- fomentar el uso sistemático del método inquisitivo;
- estar diseñadas en contextos que ayuden al estudiante a dar significado a los procesos matemáticos cuando se resuelven problemas.
- propiciar el uso sistemático de herramientas computacionales al resolver problemas.

Las tareas de aprendizaje matemático

En las agendas de investigación en educación matemática, se ha documentado que las tareas de aprendizaje deben:

- 1** proporcionar al estudiante la oportunidad de usar sus conocimientos para construir nuevos, así como facilitar el desarrollo de sus habilidades;
- 2 permitir a los estudiantes problematizar su aprendizaje, es decir, las tareas deben ser vehículos que permitan a los estudiantes plantear y resolver dilemas;
- 3 fomentar el uso sistemático del método inquisitivo;
- 4 estar diseñadas en contextos que ayuden al estudiante a dar significado a los procesos matemáticos cuando se resuelven problemas.
- 5 propiciar el uso sistemático de herramientas computacionales al resolver problemas.

Las tareas de aprendizaje matemático

En las agendas de investigación en educación matemática, se ha documentado que las tareas de aprendizaje deben:

- 1 proporcionar al estudiante la oportunidad de usar sus conocimientos para construir nuevos, así como facilitar el desarrollo de sus habilidades;
- 2 permitir a los estudiantes problematizar su aprendizaje, es decir, las tareas deben ser vehículos que permitan a los estudiantes plantear y resolver dilemas;
- 3 fomentar el uso sistemático del método inquisitivo;
- 4 estar diseñadas en contextos que ayuden al estudiante a dar significado a los procesos matemáticos cuando se resuelven problemas.
- 5 propiciar el uso sistemático de herramientas computacionales al resolver problemas.

Las tareas de aprendizaje matemático

En las agendas de investigación en educación matemática, se ha documentado que las tareas de aprendizaje deben:

- 1** proporcionar al estudiante la oportunidad de usar sus conocimientos para construir nuevos, así como facilitar el desarrollo de sus habilidades;
- 2** permitir a los estudiantes problematizar su aprendizaje, es decir, las tareas deben ser vehículos que permitan a los estudiantes plantear y resolver dilemas;
- 3** **fomentar el uso sistemático del método inquisitivo;**
- 4** estar diseñadas en contextos que ayuden al estudiante a dar significado a los procesos matemáticos cuando se resuelven problemas.
- 5** propiciar el uso sistemático de herramientas computacionales al resolver problemas.

Las tareas de aprendizaje matemático

En las agendas de investigación en educación matemática, se ha documentado que las tareas de aprendizaje deben:

- 1** proporcionar al estudiante la oportunidad de usar sus conocimientos para construir nuevos, así como facilitar el desarrollo de sus habilidades;
- 2** permitir a los estudiantes problematizar su aprendizaje, es decir, las tareas deben ser vehículos que permitan a los estudiantes plantear y resolver dilemas;
- 3** fomentar el uso sistemático del método inquisitivo;
- 4** estar diseñadas en contextos que ayuden al estudiante a dar significado a los procesos matemáticos cuando se resuelven problemas.
- 5** propiciar el uso sistemático de herramientas computacionales al resolver problemas.

Las tareas de aprendizaje matemático

En las agendas de investigación en educación matemática, se ha documentado que las tareas de aprendizaje deben:

- 1** proporcionar al estudiante la oportunidad de usar sus conocimientos para construir nuevos, así como facilitar el desarrollo de sus habilidades;
- 2** permitir a los estudiantes problematizar su aprendizaje, es decir, las tareas deben ser vehículos que permitan a los estudiantes plantear y resolver dilemas;
- 3** fomentar el uso sistemático del método inquisitivo;
- 4** estar diseñadas en contextos que ayuden al estudiante a dar significado a los procesos matemáticos cuando se resuelven problemas.
- 5** propiciar el uso sistemático de herramientas computacionales al resolver problemas.

Problemas matemáticos en contextos

Cuando se diseñan tareas de aprendizaje matemático, en el marco de la resolución de problemas, se ha identificado, (Barrera y Santos, 2000) que éstas pueden ser ubicadas en tres contextos:

- **Contexto hipotético:** La tarea se diseña a partir de una colección de supuestos, que describen el comportamiento de las variables o parámetros involucrados en el desarrollo de una situación hipotética.
- **Contexto del mundo real:** En este caso, la discusión del problema tiene como eje la identificación de variables y condiciones, que pueden ser examinadas a partir de recursos matemáticos para entender la situación.
- **Contexto matemático:** El referente que determina la tarea, involucra solamente conceptos matemáticos y sus relaciones. Un objetivo puede ser formular y resolver un problema, o la búsqueda de solución a una pregunta planteada.

Problemas matemáticos en contextos

Cuando se diseñan tareas de aprendizaje matemático, en el marco de la resolución de problemas, se ha identificado, (Barrera y Santos, 2000) que éstas pueden ser ubicadas en tres contextos:

- **Contexto hipotético:** La tarea se diseña a partir de una colección de supuestos, que describen el comportamiento de las variables o parámetros involucrados en el desarrollo de una situación hipotética.
- **Contexto del mundo real:** En este caso, la discusión del problema tiene como eje la identificación de variables y condiciones, que pueden ser examinadas a partir de recursos matemáticos para entender la situación.
- **Contexto matemático:** El referente que determina la tarea, involucra solamente conceptos matemáticos y sus relaciones. Un objetivo puede ser formular y resolver un problema, o la búsqueda de solución a una pregunta planteada.

Problemas matemáticos en contextos

Cuando se diseñan tareas de aprendizaje matemático, en el marco de la resolución de problemas, se ha identificado, (Barrera y Santos, 2000) que éstas pueden ser ubicadas en tres contextos:

- 1 Contexto hipotético:** La tarea se diseña a partir de una colección de supuestos, que describen el comportamiento de las variables o parámetros involucrados en el desarrollo de una situación hipotética.
- 2 Contexto del mundo real:** En este caso, la discusión del problema tiene como eje la identificación de variables y condiciones, que pueden ser examinadas a partir de recursos matemáticos para entender la situación.
- 3 Contexto matemático:** El referente que determina la tarea, involucra solamente conceptos matemáticos y sus relaciones. Un objetivo puede ser formular y resolver un problema, o la búsqueda de solución a una pregunta planteada.

Problemas matemáticos en contextos

Cuando se diseñan tareas de aprendizaje matemático, en el marco de la resolución de problemas, se ha identificado, (Barrera y Santos, 2000) que éstas pueden ser ubicadas en tres contextos:

- 1 Contexto hipotético:** La tarea se diseña a partir de una colección de supuestos, que describen el comportamiento de las variables o parámetros involucrados en el desarrollo de una situación hipotética.
- 2 Contexto del mundo real:** En este caso, la discusión del problema tiene como eje la identificación de variables y condiciones, que pueden ser examinadas a partir de recursos matemáticos para entender la situación.
- 3 Contexto matemático:** El referente que determina la tarea, involucra solamente conceptos matemáticos y sus relaciones. Un objetivo puede ser formular y resolver un problema, o la búsqueda de solución a una pregunta planteada.

Problemas matemáticos en contextos

Cuando se diseñan tareas de aprendizaje matemático, en el marco de la resolución de problemas, se ha identificado, (Barrera y Santos, 2000) que éstas pueden ser ubicadas en tres contextos:

- 1 Contexto hipotético:** La tarea se diseña a partir de una colección de supuestos, que describen el comportamiento de las variables o parámetros involucrados en el desarrollo de una situación hipotética.
- 2 Contexto del mundo real:** En este caso, la discusión del problema tiene como eje la identificación de variables y condiciones, que pueden ser examinadas a partir de recursos matemáticos para entender la situación.
- 3 Contexto matemático:** El referente que determina la tarea, involucra solamente conceptos matemáticos y sus relaciones. Un objetivo puede ser formular y resolver un problema, o la búsqueda de solución a una pregunta planteada.

La actividad matemática en contextos

Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos

En cada uno de los contextos, al emplear distintas herramientas computacionales, los estudiantes tienen la oportunidad de explorar diferentes perspectivas en el proceso de solución, incluyendo aspectos dinámicos.

El uso de un sistema computacional promueve:

- La exploración de relaciones entre datos e incógnitas.
- Usar diferentes representaciones, en forma articulada, de la información.
- La formulación de conjeturas.
- La necesidad de justificar y formalizar argumentos.

Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos

En cada uno de los contextos, al emplear distintas herramientas computacionales, los estudiantes tienen la oportunidad de explorar diferentes perspectivas en el proceso de solución, incluyendo aspectos dinámicos.

El uso de un sistema computacional promueve:

- La exploración de relaciones entre datos e incógnitas.
- Usar diferentes representaciones, en forma articulada, de la información.
- La formulación de conjeturas.
- La necesidad de justificar y formalizar argumentos.

Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos

En cada uno de los contextos, al emplear distintas herramientas computacionales, los estudiantes tienen la oportunidad de explorar diferentes perspectivas en el proceso de solución, incluyendo aspectos dinámicos.

El uso de un sistema computacional promueve:

- La exploración de relaciones entre datos e incógnitas.
- Usar diferentes representaciones, en forma articulada, de la información.
- La formulación de conjeturas.
- La necesidad de justificar y formalizar argumentos.

Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos

En cada uno de los contextos, al emplear distintas herramientas computacionales, los estudiantes tienen la oportunidad de explorar diferentes perspectivas en el proceso de solución, incluyendo aspectos dinámicos.

El uso de un sistema computacional promueve:

- 1** La exploración de relaciones entre datos e incógnitas.
- 2 Usar diferentes representaciones, en forma articulada, de la información.
- 3 La formulación de conjeturas.
- 4 La necesidad de justificar y formalizar argumentos.

Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos

En cada uno de los contextos, al emplear distintas herramientas computacionales, los estudiantes tienen la oportunidad de explorar diferentes perspectivas en el proceso de solución, incluyendo aspectos dinámicos.

El uso de un sistema computacional promueve:

- 1** La exploración de relaciones entre datos e incógnitas.
- 2** Usar diferentes representaciones, en forma articulada, de la información.
- 3** La formulación de conjeturas.
- 4** La necesidad de justificar y formalizar argumentos.

Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos

En cada uno de los contextos, al emplear distintas herramientas computacionales, los estudiantes tienen la oportunidad de explorar diferentes perspectivas en el proceso de solución, incluyendo aspectos dinámicos.

El uso de un sistema computacional promueve:

- 1** La exploración de relaciones entre datos e incógnitas.
- 2** Usar diferentes representaciones, en forma articulada, de la información.
- 3** La formulación de conjeturas.
- 4** La necesidad de justificar y formalizar argumentos.

Empleo de herramientas computacionales en la solución de problemas en contextos

En cada uno de los contextos, al emplear distintas herramientas computacionales, los estudiantes tienen la oportunidad de explorar diferentes perspectivas en el proceso de solución, incluyendo aspectos dinámicos.

El uso de un sistema computacional promueve:

- 1** La exploración de relaciones entre datos e incógnitas.
- 2** Usar diferentes representaciones, en forma articulada, de la información.
- 3** La formulación de conjeturas.
- 4** La necesidad de justificar y formalizar argumentos.

Un Problema en el contexto Matemático: La cuadratura de la parábola

Dado un objeto matemático, por ejemplo una parábola, se pueden agregar otros elementos con la finalidad de entender algunas de sus propiedades. Se puede iniciar agregando dos puntos R y S sobre ella y formular preguntas tales como:

- ¿Dónde situar un tercer punto P sobre el arco parabólico, determinado por la cuerda RS , de tal forma que el triángulo RPS tenga área máxima?
- ¿Qué relación hay entre el área de este triángulo y la del sector parabólico determinado por la cuerda RS ?
- Si P es el punto que maximiza el área del triángulo RPS , ¿cuál es la ecuación de la recta tangente a la parábola en P ?

Un Problema en el contexto Matemático: La cuadratura de la parábola

Dado un objeto matemático, por ejemplo una parábola, se pueden agregar otros elementos con la finalidad de entender algunas de sus propiedades. Se puede iniciar agregando dos puntos R y S sobre ella y formular preguntas tales como:

- ¿Dónde situar un tercer punto P sobre el arco parabólico, determinado por la cuerda RS , de tal forma que el triángulo RPS tenga área máxima?
- ¿Qué relación hay entre el área de este triángulo y la del sector parabólico determinado por la cuerda RS ?
- Si P es el punto que maximiza el área del triángulo RPS , ¿cuál es la ecuación de la recta tangente a la parábola en P ?

Un Problema en el contexto Matemático: La cuadratura de la parábola

Dado un objeto matemático, por ejemplo una parábola, se pueden agregar otros elementos con la finalidad de entender algunas de sus propiedades. Se puede iniciar agregando dos puntos R y S sobre ella y formular preguntas tales como:

- 1 ¿Dónde situar un tercer punto P sobre el arco parabólico, determinado por la cuerda RS , de tal forma que el triángulo RPS tenga área máxima?
- 2 ¿Qué relación hay entre el área de este triángulo y la del sector parabólico determinado por la cuerda RS ?
- 3 Si P es el punto que maximiza el área del triángulo RPS , ¿cuál es la ecuación de la recta tangente a la parábola en P ?

Un Problema en el contexto Matemático: La cuadratura de la parábola

Dado un objeto matemático, por ejemplo una parábola, se pueden agregar otros elementos con la finalidad de entender algunas de sus propiedades. Se puede iniciar agregando dos puntos R y S sobre ella y formular preguntas tales como:

- 1 ¿Dónde situar un tercer punto P sobre el arco parabólico, determinado por la cuerda RS , de tal forma que el triángulo RPS tenga área máxima?
- 2 ¿Qué relación hay entre el área de este triángulo y la del sector parabólico determinado por la cuerda RS ?
- 3 Si P es el punto que maximiza el área del triángulo RPS , ¿cuál es la ecuación de la recta tangente a la parábola en P ?

Un Problema en el contexto Matemático: La cuadratura de la parábola

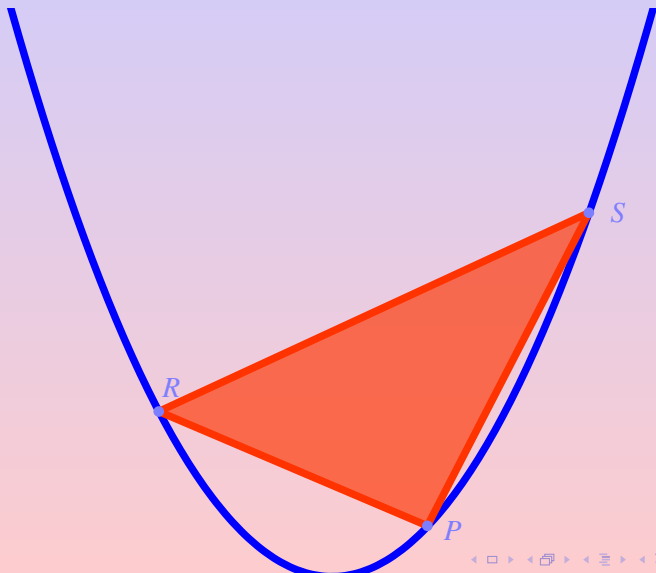
Dado un objeto matemático, por ejemplo una parábola, se pueden agregar otros elementos con la finalidad de entender algunas de sus propiedades. Se puede iniciar agregando dos puntos R y S sobre ella y formular preguntas tales como:

- 1 ¿Dónde situar un tercer punto P sobre el arco parabólico, determinado por la cuerda RS , de tal forma que el triángulo RPS tenga área máxima?
- 2 ¿Qué relación hay entre el área de este triángulo y la del sector parabólico determinado por la cuerda RS ?
- 3 Si P es el punto que maximiza el área del triángulo RPS , ¿cuál es la ecuación de la recta tangente a la parábola en P ?

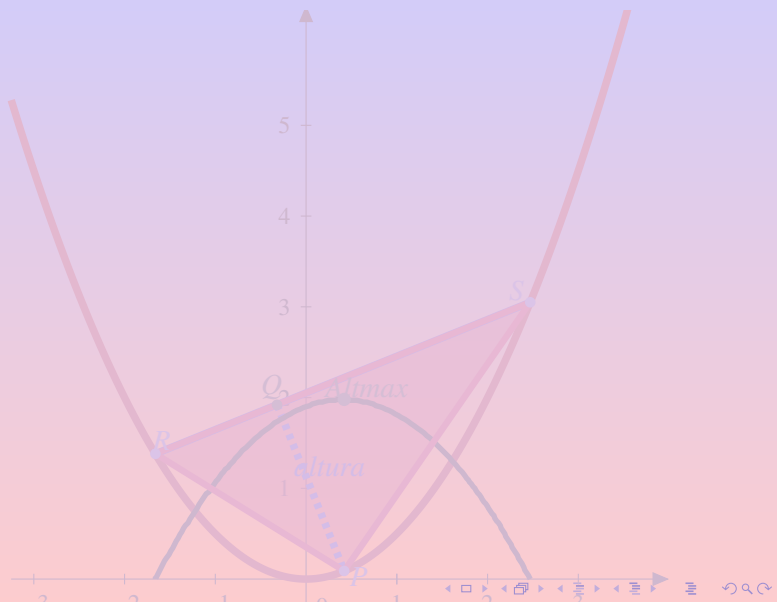
Una forma de representar la información



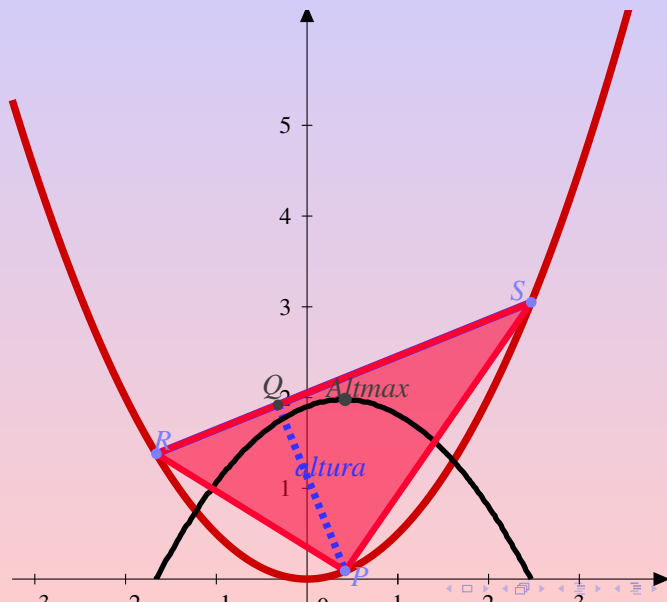
Una forma de representar la información



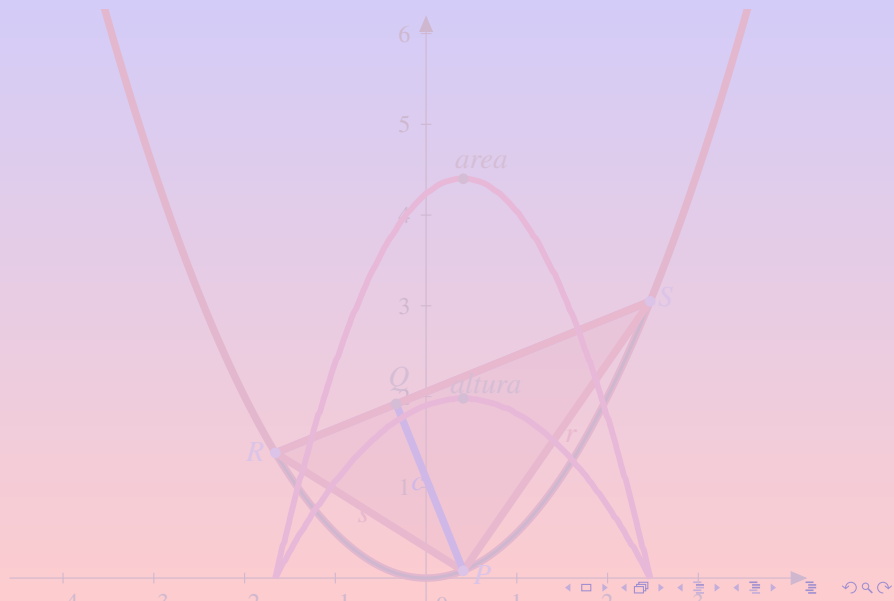
Usando un sistema coordenado para explorar la altura



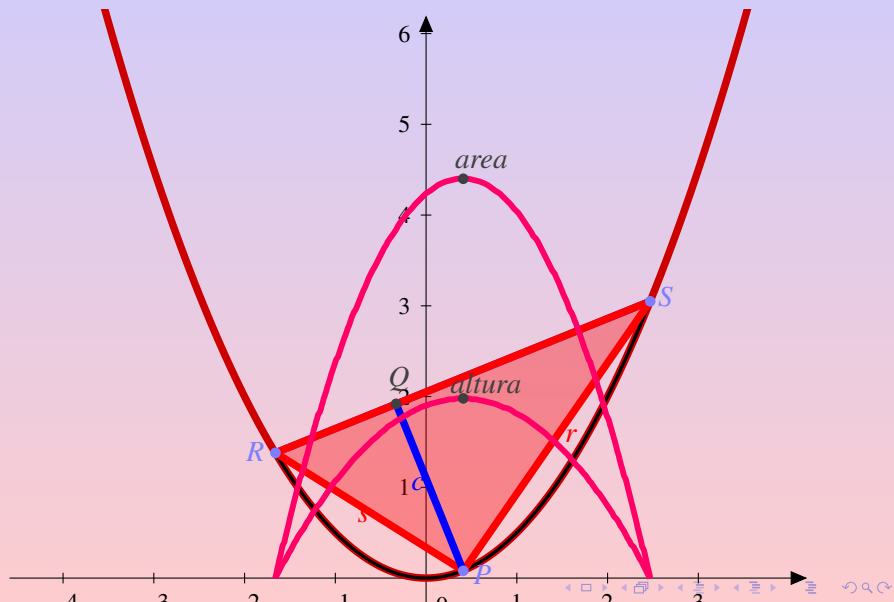
Usando un sistema coordenado para explorar la altura



Explorando área y altura



Explorando área y altura



Formulando conjeturas

- El área del triángulo RPS es máxima, cuando la primera coordenada de P es la coordenada del punto medio de RS .
- La recta tangente en P , es paralela al segmento RS .
- La recta por P , paralela al eje focal de la parábola, biseca al segmento RS ; más generalmente, biseca a cualquier cuerda paralela a RS .
- El área del sector parabólico, es igual a $\frac{4}{3}$ el área del triángulo de área máxima.

Formulando conjeturas

- 1 El área del triángulo RPS es máxima, cuando la primera coordenada de P es la coordenada del punto medio de RS .
- 2 La recta tangente en P , es paralela al segmento RS .
- 3 La recta por P , paralela al eje focal de la parábola, biseca al segmento RS , más generalmente, biseca a cualquier cuerda paralela a RS .
- 4 El área del sector parabólico, es igual a $\frac{4}{3}$ el área del triángulo de área máxima.

Formulando conjeturas

- 1 El área del triángulo RPS es máxima, cuando la primera coordenada de P es la coordenada del punto medio de RS .
- 2 La recta tangente en P , es paralela al segmento RS .
- 3 La recta por P , paralela al eje focal de la parábola, biseca al segmento RS , más generalmente, biseca a cualquier cuerda paralela a RS .
- 4 El área del sector parabólico, es igual a $\frac{4}{3}$ el área del triángulo de área máxima.

Formulando conjeturas

- 1 El área del triángulo RPS es máxima, cuando la primera coordenada de P es la coordenada del punto medio de RS .
- 2 La recta tangente en P , es paralela al segmento RS .
- 3 La recta por P , paralela al eje focal de la parábola, biseca al segmento RS , más generalmente, biseca a cualquier cuerda paralela a RS .
- 4 El área del sector parabólico, es igual a $\frac{4}{3}$ el área del triángulo de área máxima.

Formulando conjeturas

- 1 El área del triángulo RPS es máxima, cuando la primera coordenada de P es la coordenada del punto medio de RS .
- 2 La recta tangente en P , es paralela al segmento RS .
- 3 La recta por P , paralela al eje focal de la parábola, biseca al segmento RS , más generalmente, biseca a cualquier cuerda paralela a RS .
- 4 El área del sector parabólico, es igual a $\frac{4}{3}$ el área del triángulo de área máxima.

Justificación de resultados

- Asignando coordenadas fijas a $R(r, kr^2)$, $S(s, ks^2)$ y suponiendo que las coordenadas de $P(t, kt^2)$ son variables, se puede calcular el área del triángulo RPS mediante el uso de determinantes, obteniendo:

$$A(t) = -\frac{k(s-r)}{2}(t-r)(t-s). \quad (1)$$

- La recta tangente en $P\left(\frac{r+s}{2}, k\frac{(r+s)^2}{4}\right)$ tiene pendiente $k(r+s)$, que es la pendiente del segmento RS .
- La primera parte es directa, de las coordenadas de punto medio de un segmento, la segunda requiere un pequeño argumento.
- Esta afirmación se obtiene evaluando $A(t)$ en $t = \frac{r+s}{2}$ y calculando el área del sector parabólico: como la diferencia del área del cuadrilátero $ABRS$ y de la integral de $f(x) = kx^2$, de r a s .

Justificación de resultados

- 1 Asignando coordenadas fijas a $R(r, kr^2)$, $S(s, ks^2)$ y suponiendo que las coordenadas de $P(t, kt^2)$ son variables, se puede calcular el área del triángulo RPS mediante el uso de determinantes, obteniendo:

$$A(t) = -\frac{k(s-r)}{2}(t-r)(t-s). \quad (1)$$

- 2 La recta tangente en $P\left(\frac{r+s}{2}, k\frac{(r+s)^2}{4}\right)$ tiene pendiente $k(s+r)$, que es la pendiente del segmento RS .
- 3 La primera parte es directa, de las coordenadas de punto medio de un segmento, la segunda requiere un pequeño argumento.
- 4 Esta afirmación se obtiene evaluando $A(t)$ en $t = \frac{r+s}{2}$ y calculando el área del sector parabólico: como la diferencia del área del cuadrilátero $ABRS$ y de la integral de $f(x) = kx^2$, de r a s .

Justificación de resultados

- 1 Asignando coordenadas fijas a $R(r, kr^2)$, $S(s, ks^2)$ y suponiendo que las coordenadas de $P(t, kt^2)$ son variables, se puede calcular el área del triángulo RPS mediante el uso de determinantes, obteniendo:

$$A(t) = -\frac{k(s-r)}{2}(t-r)(t-s). \quad (1)$$

- 2 La recta tangente en $P\left(\frac{r+s}{2}, k\frac{(r+s)^2}{4}\right)$ tiene pendiente $k(s+r)$, que es la pendiente del segmento RS .

- 3 La primera parte es directa, de las coordenadas de punto medio de un segmento, la segunda requiere un pequeño argumento.

- 4 Esta afirmación se obtiene evaluando $A(t)$ en $t = \frac{r+s}{2}$ y calculando el área del sector parabólico: como la diferencia del área del cuadrilátero $ABRS$ y de la integral de $f(x) = kx^2$, de r a s .

Justificación de resultados

- 1 Asignando coordenadas fijas a $R(r, kr^2)$, $S(s, ks^2)$ y suponiendo que las coordenadas de $P(t, kt^2)$ son variables, se puede calcular el área del triángulo RPS mediante el uso de determinantes, obteniendo:

$$A(t) = -\frac{k(s-r)}{2}(t-r)(t-s). \quad (1)$$

- 2 La recta tangente en $P\left(\frac{r+s}{2}, k\frac{(r+s)^2}{4}\right)$ tiene pendiente $k(s+r)$, que es la pendiente del segmento RS .

- 3 La primera parte es directa, de las coordenadas de punto medio de un segmento, la segunda requiere un pequeño argumento.

- 4 Esta afirmación se obtiene evaluando $A(t)$ en $t = \frac{r+s}{2}$ y calculando el área del sector parabólico: como la diferencia del área del cuadrilátero $ABRS$ y de la integral de $f(x) = kx^2$, de r a s .

Justificación de resultados

- 1 Asignando coordenadas fijas a $R(r, kr^2)$, $S(s, ks^2)$ y suponiendo que las coordenadas de $P(t, kt^2)$ son variables, se puede calcular el área del triángulo RPS mediante el uso de determinantes, obteniendo:

$$A(t) = -\frac{k(s-r)}{2}(t-r)(t-s). \quad (1)$$

- 2 La recta tangente en $P\left(\frac{r+s}{2}, k\frac{(r+s)^2}{4}\right)$ tiene pendiente $k(s+r)$, que es la pendiente del segmento RS .
- 3 La primera parte es directa, de las coordenadas de punto medio de un segmento, la segunda requiere un pequeño argumento.
- 4 Esta afirmación se obtiene evaluando $A(t)$ en $t = \frac{r+s}{2}$ y calculando el área del sector parabólico: como la diferencia del área del cuadrilátero $ABRS$ y de la integral de $f(x) = kx^2$, de r a s .

Conclusiones

En el proceso de solución de un problema situado en el contexto matemático, usando un sistema computacional, los estudiantes tienen la oportunidad de:

- formular preguntas que les permitan identificar y representar datos e incógnitas del problema, haciendo énfasis en propiedades matemáticas de los objetos involucrados;
- resolver casos particulares, formular conjeturas y convencerse de la necesidad de utilizar diferentes tipos de argumentos, incluyendo los formales, al resolver problemas;
- establecer conexiones entre diferentes conceptos matemáticos y observar la forma en que éstos aparecen estructurados en el proceso de resolver problemas.

Conclusiones

En el proceso de solución de un problema situado en el contexto matemático, usando un sistema computacional, los estudiantes tienen la oportunidad de:

- formular preguntas que les permitan identificar y representar datos e incógnitas del problema, haciendo énfasis en propiedades matemáticas de los objetos involucrados;
- resolver casos particulares, formular conjeturas y convencerse de la necesidad de utilizar diferentes tipos de argumentos, incluyendo los formales, al resolver problemas;
- establecer conexiones entre diferentes conceptos matemáticos y observar la forma en que éstos aparecen estructurados en el proceso de resolver problemas.

Conclusiones

En el proceso de solución de un problema situado en el contexto matemático, usando un sistema computacional, los estudiantes tienen la oportunidad de:

- 1** formular preguntas que les permitan identificar y representar datos e incógnitas del problema, haciendo énfasis en propiedades matemáticas de los objetos involucrados;
- 2 resolver casos particulares, formular conjeturas y convencerse de la necesidad de utilizar diferentes tipos de argumentos, incluyendo los formales, al resolver problemas;
- 3 establecer conexiones entre diferentes conceptos matemáticos y observar la forma en que éstos aparecen estructurados en el proceso de resolver problemas.

Conclusiones





En el proceso de solución de un problema situado en el contexto matemático, usando un sistema computacional, los estudiantes tienen la oportunidad de:

- 1 formular preguntas que les permitan identificar y representar datos e incógnitas del problema, haciendo énfasis en propiedades matemáticas de los objetos involucrados;
- 2 resolver casos particulares, formular conjeturas y convencerse de la necesidad de utilizar diferentes tipos de argumentos, incluyendo los formales, al resolver problemas;
- 3 establecer conexiones entre diferentes conceptos matemáticos y observar la forma en que éstos aparecen estructurados en el proceso de resolver problemas.





Conclusiones

En el proceso de solución de un problema situado en el contexto matemático, usando un sistema computacional, los estudiantes tienen la oportunidad de:

- 1** formular preguntas que les permitan identificar y representar datos e incógnitas del problema, haciendo énfasis en propiedades matemáticas de los objetos involucrados;
- 2** resolver casos particulares, formular conjeturas y convencerse de la necesidad de utilizar diferentes tipos de argumentos, incluyendo los formales, al resolver problemas;
- 3** establecer conexiones entre diferentes conceptos matemáticos y observar la forma en que éstos aparecen estructurados en el proceso de resolver problemas.

-  Barrera, F. y Santos, M. (2000). Cualidades y procesos matemáticos importantes en la resolución de problemas: un caso hipotético de suministro de medicamento. En Memorias del Seminario de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas, Bogotá, Colombia.
-  Barrera, F., Reyes, A. y Santos, M. (en revisión). Resolución de Problemas Matemáticos en Contexto.
-  Edwards, C. H. Jr. (1979). The historical development of the calculus. New York: Springer.
-  Hiebert, J. et al. (1997). Making Sense. Teaching and learning mathematics with understanding, Heinemann, Portsmouth NH, USA.

Referencias

-  Barrera, F. y Santos, M. (2000). Cualidades y procesos matemáticos importantes en la resolución de problemas: un caso hipotético de suministro de medicamento. En Memorias del Seminario de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas, Bogotá, Colombia.
-  Barrera, F., Reyes, A. y Santos, M. (en revisión). Resolución de Problemas Matemáticos en Contexto.
-  Edwards, C. H. Jr. (1979). The historical development of the calculus. New York: Springer.
-  Hiebert, J. et al. (1997). Making Sense. Teaching and learning mathematics with understanding, Heinemann, Portsmouth NH, USA.

◀ inicio

◀ intr