

# Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

Escuela Superior Huejutla





**Area Académica:** Licenciatura en Sistemas Computacionales

**Asignatura:** Álgebra Lineal

**Profesor:** I.E.C. Roxana Sifuentes Carrillo

**Periodo:** Julio-Diciembre 2011





## Tema: Determinants

### Abstract

- A determinant is mathematical notation consists of a square table of numbers, or others elements between two vertical lines, the expression value is calculated by following certain rules development..

Keywords: Determinant





## Tema: Determinantes

### Resumen

Una determinante es una Notación matemática formada por una tabla cuadrada de números, u otros elementos, entre dos líneas verticales; el valor de la expresión se calcula mediante su desarrollo siguiendo ciertas reglas.

Palabras claves: Determinante





## Desarrollo del tema

- ▶ Los determinantes fueron originalmente investigados por el matemático japonés Seki Kowa alrededor de 1683 y, por separado, por el filósofo y matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz alrededor de 1693.
- ▶ Una matriz es un arreglo rectangular de números. Si la matriz es cuadrada se le puede asignar un número, al que se llama DETERMINANTE.





- Una determinante es cuadrada cuando tienen el mismo número de filas que de columnas.





- La expresión  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  es una determinante.
- Las columnas de una determinante están constituidas por las cantidades que están en una misma línea vertical. En la expresión anterior  $\begin{matrix} a \\ c \end{matrix}$  es la primer columna y  $\begin{matrix} b \\ d \end{matrix}$  la segunda columna.





- Las filas de una determinante están constituidas por las cantidades que están en una misma línea horizontal. En la expresión anterior  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  es la primer fila y  $\begin{vmatrix} c & d \end{vmatrix}$  la segunda fila.
- El orden de una determinante cuadrada es el número de elementos de cada fila o columna.







## DETERMINANTES DE ORDEN 1

- Un determinante de orden uno puede ser tratado como un escalar, pero aquí la consideraremos una matriz cuadrada de orden uno:

- $A = (a_{11})$

- El valor del determinante es igual al único término de la matriz:

$$\text{Det } A = \det (a_{11}) = | a_{11} | = a_{11}$$





- Ejemplos:

- $\text{Det} (-5) = | -5 | = -5$

- $\text{Det} (29) = | 29 | = 29$

- $\text{Det} (x+2) = | x+2 | = x+2$

- $\text{Det} (y-8) = | y-8 | = y-8$

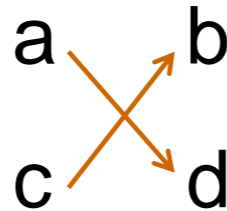
- $\text{Det} (9z) = | 9z | = 9z$





## DETERMINANTES DE ORDEN 2

- Una determinante de orden dos, está formado por 2 elementos en cada fila y 2 elementos en cada columna.



- En la determinante  $\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$  la línea que une  $a$  con  $b$  es la diagonal principal y la línea que une  $a$   $c$  con  $d$  es la diagonal secundaria.

- Los elementos de esta determinante son los productos  $ab$  y  $cd$ , a cuya diferencia equivale esta determinante.





## DESARROLLO DE UNA DETERMINANTE DE ORDEN 2

- Una determinante de segundo orden, equivale al producto de los términos que pertenecen a la diagonal principal, menos el producto de los términos que pertenecen a la diagonal secundaria.

- Ejemplos:

- $$\begin{vmatrix} a & n \\ m & b \end{vmatrix} = ab - mn$$





$$\begin{vmatrix} a & -n \\ m & b \end{vmatrix} = ab - (-mn) = ab + mn$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = ((3)(4)) - ((5)(2)) = 12 - 10 = 2$$

$$\begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = ((4)(-2)) - ((-1)(-5)) = -8 - 5 = -13$$

$$\begin{vmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = ((-5)(4)) - ((-3)(6)) = -20 + 18 = -2$$





## SOLUCIÓN POR DETERMINANTES DE UN SISTEMA DE 2 ECUACIONES Y 2 INCÓGNITAS

- Sea el sistema:  
$$a_1x + b_1y = c_1 \quad (1)$$
$$a_2x + b_2y = c_2 \quad (2)$$
- Resolviendo este sistema por el método general, se tiene:

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad (3)$$

$$y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad (4)$$

- Véase que ambas fracciones tienen el mismo denominador  $a_1b_2 - a_2b_1$  y esta expresión es el desarrollo del determinante:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \quad (5)$$





- Formada con los coeficientes de las incógnitas en las ecuaciones (1) y (2). Este es el determinante del sistema.
- El numerador de  $x$ ,  $c_1b_2 - c_2b_1$  es el desarrollo del determinante.

$$\begin{vmatrix} C_1 & b_1 \\ C_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

Que se obtiene del determinante del sistema (5) con sólo sustituir en él la columna de los coeficientes de  $x$   $\begin{matrix} a_1 \\ a_2 \end{matrix}$  por la columna de los términos independientes  $\begin{matrix} c_1 \\ c_2 \end{matrix}$  de las ecuaciones (1) y (2).





- El numerador de  $y$ ,  $a_1c_2 - a_2c_1$  es el desarrollo del determinante.

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

Que se obtiene del determinante del sistema (5) con sólo sustituir en él la columna de los coeficientes de  $y$   $b_1$   $b_2$  por la columna de los términos independientes  $c_1$   $c_2$  de las ecuaciones dadas.

- Por tanto, los valores de  $x$  y  $y$ , igualdades (3) y (4), pueden escribirse.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$







- Visto lo anterior, podemos decir que para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por determinantes:
- 1) El valor de  $x$  es una fracción cuyo denominador es el determinante formado con los coeficientes de  $x$  y  $y$  (determinante del sistema) y cuyo numerador es el determinante que se obtiene sustituyendo en el determinante la columna de los coeficientes de  $x$  por la columna de los términos independientes de las ecuaciones dadas.





- 2) El valor de  $y$  es una fracción cuyo denominador es el determinante del sistema y cuyo numerador es el determinante que se obtiene sustituyendo en el determinante del sistema la columna de los coeficientes de  $y$  por la columna de los términos independientes de las ecuaciones dadas.





- Ejemplo: Resolver por determinantes el siguiente sistema de ecuaciones.

$$5x + 3y = 5$$

$$4x + 7y = 27$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 27 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{35 - 81}{35 - 12} = -2$$

$$x = -2$$

$$y = 5$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 4 & 27 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}} = \frac{135 - 20}{35 - 12} = 5$$





- Ejemplo: Resolver por determinantes el siguiente sistema de ecuaciones.

$$9x + 8y = 12$$

$$24x - 60y = -29$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 8 \\ -29 & -60 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & 8 \\ 24 & -60 \end{vmatrix}} = \frac{-720 + 232}{-540 - 192} = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 12 \\ 24 & -29 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & 8 \\ 24 & -60 \end{vmatrix}} = \frac{-261 - 288}{-540 - 192} = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{3}{4}$$





Ejemplo: Resolver por determinantes el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{7}$$

$$\frac{x+4}{3} - \frac{y-9}{6} = \frac{8}{3}$$

Quitando denominadores  $7x + 7 = 5y - 10$

$$2x + 8 - y + 9 = 16$$

Reduciendo  $7x - 5y = -17$

$$2x - y = -1$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -17 & -5 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{17 - 5}{-7 + 10} = 4 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 7 & -17 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-7 + 34}{-7 + 10} = 9$$

$$x = 4$$

$$y = 9$$





# BIBLIOGRAFIA

- BALDOR, Aurelio, “Ecuaciones Simultaneas de primer grado con dos incógnitas” en Algebra, 2<sup>a</sup> reimpresión, ed. Grupo Patria, México, 2009 pp. 319-337.

