

UAEH®

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo



Área Académica: Matemáticas

Tema: Fórmula de la derivada de la división de funciones

Profesor: Antonio López Jottar

Periodo: Julio – Diciembre 2018



Tema: Fórmula de la derivada de la división de funciones

Resumen: Demostración de la fórmula de la derivada de la división de funciones, a través de la definición de derivada

Palabras clave: Derivada, División, Funciones



Tema: Formula to derive the division of functions

Abstract: Demostración de la fórmula para la derivada de la división de funciones, a través de la definición de la derivada

Keywords: Derivative, Division, Functions.



DEFINICIÓN DE LA DERIVADA:


$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right]$$


Dada la función: $f(x) = \frac{u}{v}$

Entonces: $f(x + \Delta x) = \frac{u + \Delta u}{v + \Delta v}$



Por lo que:

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{u + \Delta u}{v + \Delta v} - \frac{u}{v}}{\Delta x}$$



Resolviendo la fracción del numerador:

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{v(u + \Delta u) - u(v + \Delta v)}{v(v + \Delta v)}}{\Delta x}$$



Por fracción equivalente y simplificando:

$$\frac{d}{dx} \frac{u}{v} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{vu + v\Delta u - uv - u\Delta v}{\Delta x}}{v(v + \Delta v)} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{v\Delta u - u\Delta v}{v(v + \Delta v)}$$



Aplicando propiedades de los límites

$$\frac{d}{dx} \frac{u}{v} = \frac{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} v \frac{\Delta u}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} u \frac{\Delta v}{\Delta x}}{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} v(v + \Delta v)} = \frac{v \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} - u \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta x}}{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} v^2 + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} v \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta v}$$



Como:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{dv}{dx} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} v^2 = v^2 \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} v = v \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta v = 0$$

Sustituyendo estos valores en la expresión anterior:

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2 + v * 0}$$

Por lo que finalmente se obtiene la fórmula para derivar la división de funciones:

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$



Bibliografía

Granville, W. A. Cálculo Diferencial e Integral, Ed. Limusa. México 2009

Stewart, J. Cálculo Diferencial e Integral. Ed. Thomson. México 1999



Datos del autor

- Autor: Mtro. Antonio López Jottar
- antonio_lopez@uaeh.edu.mx
- Escuela Preparatoria No. 2
- Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.
- País México.

