



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

**Instituto de Ciencias Económico Administrativas**

Sistema de ecuaciones simultáneas solución gráfica de un caso didáctico.

Profesor(a):

Briones Juárez Abraham

Araiza Corres Eduardo

Judith Alejandra Velázquez Castro

Julio – Diciembre 2023



# Tema: Sistema de ecuaciones simultaneas solución gráfica de un caso didáctico

## Resumen

La comprensión de un sistema de ecuaciones simultaneas aplicados a un caso de estudio, requiere que los alumnos resuelvan la parte teórica sobre la comprensión del problema, la parte técnica de la formulación matemática y la utilización de métodos para establecer estrategias de solución, así como desarrollar la interpretación del caso para establecer conclusiones al respecto.

Por lo anterior, en este trabajo se despliega las distintas fases de dominio teórico y práctico ilustrando con un problema didáctico que se resuelve bajo el método gráfico. Lo anterior, para fortalecer el conocimiento de los alumnos de la asignatura de modelos matemáticos para el turismo.

**Palabras Clave:** Comprensión de problemas, sistema de ecuaciones, método gráfico.

## Abstract

Understanding a system of simultaneous equations applied to a case study requires that students have skills to solve the theoretical part to understanding the problem, as well, the technical part of mathematical formulation and the use of solution methods to establish solution strategies, thus they will be able to develop the interpretation of the case to draw conclusions about it.

Therefore, in this work, the different phases of theoretical and practical mastery are displayed, illustrating with a didactic problem that is solved under graphic, method to strengthen the students' knowledge of the subject of mathematical models for tourism.

**Keywords:** Understanding problems, system of equations, graphic method.

## Objetivo General

Objetivos:

Presentar los elementos que fortalecen las habilidades de comprensión y solución de un sistema de ecuaciones simultáneas a través de un ejemplo didáctico y su solución por el método gráfico.

## Objetivos Específicos

### Objetivos:

- Presentar los fundamentos algebraicos para trabajar con un sistema de ecuaciones simultáneas.
- Presentar los fundamentos teóricos para entender el problema y estructurarlo de forma matemática.
- Presentar la técnica de solución ilustrando las propiedades gráficas y algebraicas
- Desarrollar una conclusión del caso didáctico a partir de su solución.

# Introducción

Desarrollar habilidades para resolver sistemas de ecuaciones simultáneas en distintos campos del conocimiento es una tarea compleja (Trejo Trejo & Camarena Gallardo, 2011), debido a que en el proceso de enseñanza aprendizaje se integran diversos aspectos como la elección de los materiales, las estrategias docentes y los antecedentes del alumnado.

En este material didáctico, se presenta un esfuerzo de los docentes de la asignatura de modelos matemáticos para reforzar los materiales de estudio a la asignatura, cuyo principal propósito consiste fortalecer las habilidades analíticas a través de distintos métodos de solución numérica y gráfica.

# Presentación teórica del sistema de ecuaciones simultáneas

Las ecuaciones son proporciones que indican la igualdad de dos expresiones (Haeussler y Paul 2002). Estas ecuaciones, pueden tener distintas características de acuerdo con las expresiones algebraicas o términos que lo componen (Baldor, 2017).

## ecuaciones

Un sistema de ecuaciones lineales integra un número determinado de ecuaciones y de incógnitas con exponente de grado uno (García, 2006).

Un sistema de ecuaciones simultaneas expresa una relación simbólica compuesta por datos conocidos (coeficientes) y datos desconocidos (variables), que generalmente componen el argumentos de las ecuaciones, y que se ubicados del lado izquierdo de la igualdad. Los términos independientes expresados por constantes se ubican del dalo derecho como muestra el siguiente ejemplo:

$$x - y + z = 9$$

$$x - 2y + 3z = 32$$

$$x - 4y + 5z = 62$$

# De acuerdo con el álgebra abstracta:

- Un cuerpo consiste en dos operaciones binaria y en una serie de consideraciones que se enumeran a continuación:
- 1)  $a+b=b+a$ , con  $a, b$  y el resultado que pertenecen al campo.
- 2)  $a \cdot b=b \cdot a$ , con  $a, b$  y el resultado que pertenecen al campo.
- 3)  $a+e=e+a=a$  con el neutro aditivo  $e$ , el cual es único y pertenece al campo.
- 4)  $a+a^{-1}=a^{-1}+a=e$ , con  $a^{-1}$  como el inverso aditivo que pertenece al campo.
- 5)  $a \cdot e'=e' \cdot a=a$  con el neutro multiplicativo  $e'$ , el cual es único y pertenece al campo.
- 6)  $a \cdot a^{-1}=a^{-1} \cdot a=e'$  con  $a^{-1}$  como el inverso multiplicativo que pertenece al campo.
- 7)  $(a+b)c= a(c)+b(c)$ , con propiedad distributiva entre los elementos del campo.

Con ello, se instruye a las alumnas y alumnos a utilizar las operaciones de suma y multiplicación para obtener expresiones algebraicas semejantes que mantengan las propiedades de igualdad y el equilibrio de las ecuaciones.

Por ejemplo en el sistema de ecuaciones de la diapositiva anterior, si se quiere igualar la primera ecuación a cero entonces por la propiedad 4:

$$x- \quad y+ \quad z \quad -9 = 9-9$$

$$x- \quad y+ \quad z \quad -9 = 0$$

# Concepto de lógica matemática

- El “modus ponens” de acuerdo con (Epp, 2011), es un concepto de la lógica simbólica deductivista que toma la forma de  
Si  $p$ , entonces  $q$ ;  
 $p$ : luego
- La lógica matemática sirve para aplicar las propiedades del campo en ecuaciones que conformen un sistema de ecuaciones simultáneas.
- Esto resulta conveniente ya que más que memorizar técnicas matemáticas, permite aplicarlas de manera consistente.

$q$

Si  $p: x - y + z = 9$ , entonces  $q: x - y + z + a^* = 9 + a^*$ ;  
 $p: x - y + z - 9 = 9 - 9$ , luego

$q: x - y + z - 9 = 0$

Lo mismo aplica para las demás propiedades.

# Ejemplo didáctico

Se presenta a continuación un ejemplo y su solución gráfica:

En un estacionamiento público se tienen registro de que hay 93 vehículos estacionados entre automóviles y motocicletas, al contar el total de llantas que se observan en el sitio se registran 290.

Con la información anterior determine ¿El número de automóviles y motocicletas que hay en el estacionamiento?

# 1.- Comprensión del problema

- Se debe reflexionar sobre las siguientes interrogante
- ¿Cuál es el objetivo del problema?
- ¿Cómo estructurar el problema de manera matemática?

## 2.- Definición de variables

Primero se define el objetivo del ejercicio.

- En este caso el objetivo consiste en determinar el número de automóviles y motocicletas que hay en el estacionamiento.
- Con ello, el alumnado deberá identificar las variables y nombrarlas de acuerdo a la notación matemática, por ejemplo:
- $x$  = número de automóviles
- $y$  = número de motocicletas

### 3.- Estructuración matemática del problema

Para generar las ecuaciones nos apoyamos de una matriz de relaciones, tomando en cuenta el número de vehículos y de llantas por vehículo.

Así se tiene lo siguiente:

	Automóviles	Motocicletas	Total
Vehículos	$x$	$y$	93
Llantas	$4x$	$2y$	290

## 4.- Determinación de relaciones

Con la ayuda de la matriz de relaciones y con la comprensión del texto del ejercicio se sabe que el total de vehículos se obtiene por:

$$x+y$$

El total de llantas se obtiene por:

$$4x+2y$$

## 5.- Presentación del sistema de ecuaciones simultáneas

Con los datos anteriores se forma el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas.

$$\cdot x+y=93$$

$$\cdot 4x+2y=290$$

# Consideraciones del sistema

Dado el sistema

$$x+y=93$$

$$4x+2y=290$$

- 1) El alumnado debe reconocer la distinción entre el sistema de ecuaciones simultáneas, y las ecuaciones de las rectas que describen el sistema.
- 2) El alumno debe identificar que la solución del sistema se obtiene al encontrar el punto de intersección de las rectas del sistema.

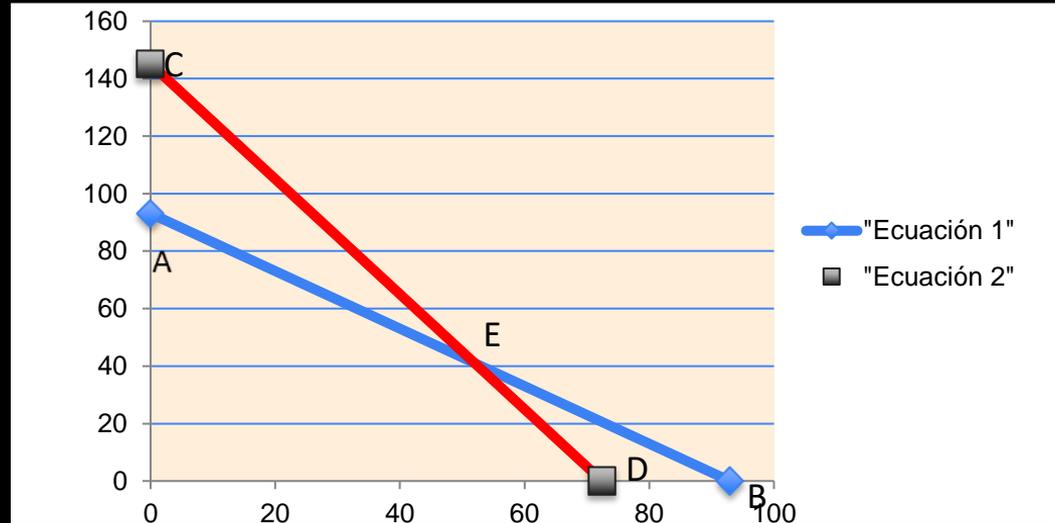
## Procedimiento:

Para visualizar el gráfico, en la primera ecuación se calculan los puntos extremos. Para ello, se asume que una variable tiene valor cero y se calcula el valor de la otra variable; de la misma forma, en esta ecuación, se asume que la segunda variable tiene valor cero y se calcula la primera. El mismo procedimiento se sigue con la segunda ecuación, para nombrar los puntos y obtener el gráfico tal y como se muestra en la siguiente diapositiva.

# Desarrollo

x	y	
1	1	93 PUNTO
0	93	A
93	0	B
4	2	290
0	145	C
72.5	0	D

## Método Gráfico



# Resultado

- Ahora ya tenemos una solución visible, que se muestra en el punto de intersección al cual llamaremos punto E. No obstante, no conocemos los valores exactos de las variables “x” y “y”. Para encontrarlos, podemos resolver las ecuaciones por algún método.

# Solución del sistema de ecuaciones simultáneas.

En este caso el sistema se resuelve por el método de sustitución. Por tanto, primero se nombran las ecuaciones del sistema.

- $x+y=93$  .....1
- $4x+2y=290$ .....2

# Procedimiento

1) Se despeja “x” en la ecuación 1.

$$x=93-y$$

2) Se sustituye el despeje de “x” en la ecuación 2.

$$4(93-y)+2y=290$$

3) Se aplica la propiedad 7 de la diapositiva 10, y se reducen los términos semejantes.

$$372-4y+2y=290$$

$$372-2y=290$$

4) Se aplica la propiedad 4 de la diapositiva 10 y se realizan las operaciones pertinentes.

$$372-372-2y=290-372$$

$$-2y= -82$$

5) Se aplica la propiedad 6 de la diapositiva 10.

$$-2(-1/2) y = -(-1/2) 82$$

6) Se obtiene el valor de la variable “y”

$$y = 41 \text{ Motocicletas}$$

7) *Por analogía del despeje X obtenemos el despeje de  $y=93-x$*

*Se calcula el valor de “x” a partir de la siguiente ecuación.*

$$4x+2(93-x)=290$$

8) Se aplica la propiedad 7 de la diapositiva 10.

$$4x+186-2x=290$$

9) *Se reducen términos semejantes y se aplica la propiedad 4 de la diapositiva 10.*

$$2x+186-186=290-186$$

$$2x=104$$

10) Se aplica la propiedad 6 de la diapositiva 10.

$$2(1/2)x=104(1/2)$$

$$x= 104/2$$

11) Se obtiene el resultado de la variable “x”

$$x=52 \text{ Automóviles}$$

12) Se realiza la comprobación del ejercicio y se redacta la conclusión del ejercicio.

$$4x+2y=290$$

$$4(52)+2(41)=290$$

$$208+82=290$$

$$290=290$$

Dado que en el gráfico la coordenada  $E = (52, 41)$ , se concluye que en estacionamiento hay 52 autos y 41 motocicletas.

# Conclusiones

- El presente trabajo ilustra un caso didáctico que se resuelve por el método gráfico, en el cual se ilustran y aplican las propiedades de campo al sistema de ecuaciones simultáneas para encontrar su solución. Así mismo, se presentan recomendaciones de lo que debe observar el alumnado para incrementar su conocimiento en la temática y con ello fortalecer sus conocimientos en la materia.

# Bibliografía

- Haeussler, E. y Paul, R. (2002) Matemáticas para Administración y Economía. ED. Pearson Prentice Hall, México.
- Baldor, A. (2017), Algebra 3<sup>a</sup>. Edición, Editorial Patria, México.
- García, J. (2006) Algebra lineal sus aplicaciones en economía, ingeniería y otras ciencias. Publicaciones DELTA, Madrid España.
- Epp, S. (2011) Discrete mathematics an introduction to mathematical reasoning. Book/cole Cengage learning USA.
- Trejo T. E., & Camarena G. P., (2011). Análisis cognitivo de situaciones problema con sistemas de ecuaciones algebraicas en el contexto del balance de materia. *Educación Matemática*, 23(2), 65–90.