

## DESCRIPCIÓN DE ESTRUCTURAS GEOLÓGICAS PLEGADAS MEDIANTE LA GEOMETRÍA DIFERENCIAL

José Cruz Escamilla-Casas<sup>a</sup>, A. Blanco-Piñón<sup>a</sup>, I. Castillo-Pérez<sup>a</sup>, E. Cruz-Chávez<sup>a</sup>, L. E. Ortiz Hernández<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Área Académica de Ciencias de la Tierra y Materiales, UAEH, Mineral de la Reforma, Hidalgo  
jocesca@uaeh.edu.mx

### RESUMEN

En Geología Estructural, tradicionalmente la descripción de pliegues se ha hecho utilizando el modelo de pliegues cilíndricos. En consecuencia, la información geométrica fundamental se reduce a 2D. Lo anterior se debe a que en el modelo cilíndrico, todas las secciones transversales perpendiculares a los ejes de los pliegues son idénticas. Alternativamente, la creciente utilización de datos tridimensionales, tales como los colectados mediante GPS, sensores remotos, sísmica tridimensional de reflexión, etc. han permitido el uso de la geometría diferencial para la descripción minuciosa de estructuras geológicas plegadas. Consecuentemente, la geometría diferencial, constituye una herramienta novedosa e imprescindible para cuantificar rigurosamente la geometría medida y modelada de estructuras geológicas. En el presente trabajo, se hace referencia al concepto de curvatura geológica para la descripción de estructuras plegadas a través del método de la geometría diferencial. Adicionalmente, se sugiere la aplicación de este método para describir otros tipos de estructuras, ya que proporciona un marco de referencia para la descripción cuantitativa de superficies curvas y planas. Así mismo, se presenta un ejemplo de aplicación para el análisis y cuantificación de pliegues geológicos, a través de representaciones gráficas generadas mediante la compilación de códigos en MATLAB®. Se hace una comparación ilustrada entre el método de la geometría diferencial y el método convencional, tomando en cuenta las bondades, eficacia y versatilidad de cada uno para la descripción de estructuras geológicas. Finalmente, se presenta la ejemplificación sobre el uso del método de la geometría diferencial para el modelado de estructuras plegadas. Esto último se hace considerando que el modelado es parte fundamental y crítica de la Geología Estructural y de la exploración actual, *e. g.* por hidrocarburos, minería, etc.

**Palabras Clave:** pliegues, geometría diferencial, curvatura geológica, modelado, geología estructural.

### ABSTRACT

Traditionally, in structural geology the description of folds has been made by means of the cylindrical model. Consequently, the fundamental geometric information is reduced to 2D because in the cylindrical model, all sections perpendicular to the fold axis are identical. On the other hand, the progressive use of 3D data such as GPS, remote sensing, 3D seismic reflection etc. has promoted the

application of differential geometry in the description of folded structures. Therefore, differential geometry has become a new and powerful tool to rigorously quantify both, the modeled and measured geometry of geologic structures. In this work, the concept of geologic curvature is applied for the description of folded structures by using differential geometry. Additionally, the use of this method is strongly suggested, because it provides a reliable framework for the quantitative description of either, plane and curved surfaces. For such, a sample application is presented here for the analysis and quantification of geologic folds through graphic representations and compiled MATLAB® codes. An illustrated comparison between the traditional method and the differential geometry for the description of geological structures is presented here, by taking into account the versatility, efficiency, and benefits of each. Finally, a worked example is presented to illustrate the use of differential geometry in the modeling of folded structures; bearing in mind that modeling is a fundamental component of modern Structural Geology and critical for the actual exploration techniques, *e.g.* oil, mining, etc.

**Keywords:** folds, differential geometry, geologic curvature, modeling, structural geology.

## 1. INTRODUCCIÓN

La descripción de estructuras geológicas ha sido tradicionalmente efectuada a partir de datos bidimensionales colectados en el campo y haciendo uso de la brújula tipo Brunton. Es decir, una estructura plana se describe mediante lecturas de rumbo y echado. Así mismo, las estructuras lineales se describen por medio de pares de lecturas que corresponden a la dirección y a la inclinación. A partir de esos pares de lecturas, se derivan los datos en estructuras asociadas entre sí tales como el “pitch”, “rake”, echado aparente y el buzamiento, este último se considera aquí como la dirección del echado. En el caso particular en estructuras plegadas, las descripciones se hacen suponiendo que estas se han formado bajo la generatriz de un cilindro en el espacio.

Incluso las estructuras que se generan por una generatriz cónica, se consideran finalmente cilíndricas ya que un segmento de un cono puede ser inscrito dentro de un segmento de un cilindro. Sin embargo, cuando esos segmentos son pequeños, el modelo cilíndrico falla en la descripción de la estructura plegada. Para tal efecto, es necesario aplicar nuevos métodos que permitan la descripción de estructuras plegadas tanto cilíndricas como no cilíndricas. Un ejemplo de lo anterior es el caso del análisis de estructuras plegadas mediante la red estereográfica. El uso de la red estereográfica es un método efectivo y tradicional, pero que trabaja asumiendo que los pliegues son cilíndricos y adicionalmente, cuenta con la limitante de no poder diferenciar entre una estructura sinforme y una antiforme o entre un anticlinal y un sinclinal. Por otro lado, las estructuras plegadas no necesariamente tienen una dirección en la cual su geometría permanece constante. Un ejemplo de estructuras de este tipo son las que se analizan con fines económicos como lo es en la exploración petrolera. Por lo tanto, se hace patente la necesidad de describir y analizar a las estructuras plegadas en tres más que en dos dimensiones.

Los métodos actuales que analizan la curvatura de superficies geológicas, se basan en la geometría diferencial, un campo de las matemáticas que trata de la descripción de curvas y superficies curvas. Algunas de estas técnicas ya se utilizan de manera cotidiana en trabajos modernos de geología estructural y han sido adoptados para usarse en múltiples aplicaciones.

En la primera parte de este trabajo, se hace una discusión breve sobre las clasificaciones para visualizar y describir pliegues geológicos. En la segunda parte, se presenta el ejemplo de un pliegue analizado matemáticamente en 3D mediante un código compilado en el programa computacional MATLAB® [1]. Finalmente, se hace una comparación entre ambos métodos.

## 2. ASPECTOS TEÓRICOS

La parte teórica de este estudio consiste en repasar los conceptos que dan soporte al método de la geometría diferencial aplicada a la descripción y cuantificación de estructuras geológicas. El término curvatura se utiliza para describir como una superficie cambia su forma localmente. Generalmente se puede distinguir entre curvatura extrínseca (la cual siempre depende de cómo un objeto está colocado en el espacio) y la curvatura intrínseca, la cual corresponde al interior del objeto y que puede ser descrita mediante la métrica de Riemann).





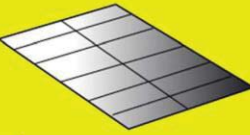
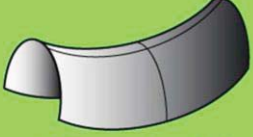
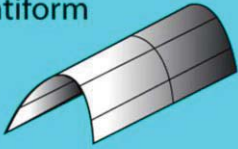
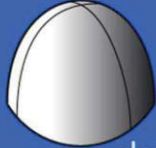
Esto es, en la geometría intrínseca, dos superficies son iguales si es que es posible que una se transforme en la otra sin que exista deformación, por ejemplo, un cilindro localmente es un plano. Mientras que en la geometría extrínseca, debe existir una isometría en  $\mathbb{R}^3$  entre los dos objetos, es decir, un plano y un cilindro son dos objetos diferentes. Aunque se consideran en la aplicación del método, los términos estándar de la geometría diferencial no se discutirán a fondo, ya que rebasarían el alcance del presente trabajo; *e.g.* el operador de forma y la primera y segunda formas fundamentales [2]. Por otro lado, en cuanto al objeto central del presente trabajo, los pliegues son superficies geológicas que pueden ser determinadas de manera única por medio de su curvatura. De ahí que su clasificación debe basarse en los valores de curvatura.

Por sus generatrices, los pliegues pueden ser cilíndricos o desarrollables. Los pliegues desarrollables se forman por una superficie regulada donde las generatrices son adyacentes, es decir, líneas inclinadas que se intersectan mutuamente en un punto. Alternativamente, existen las superficies no desarrollables y son aquellas en las cuales las líneas inclinadas o generatrices no se intersectan mutuamente.

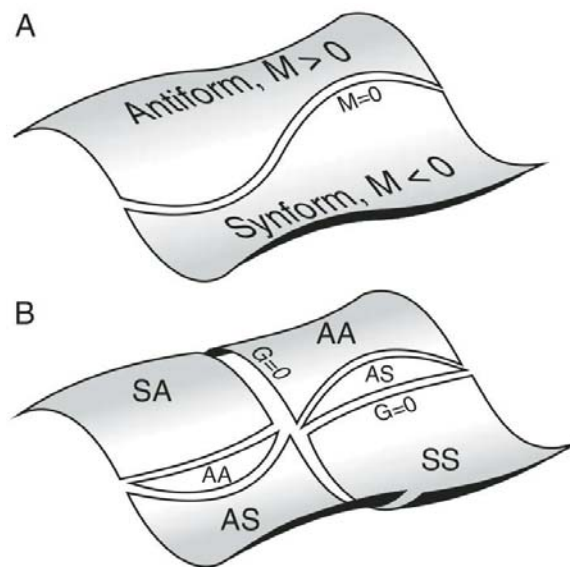
## 3. CURVATURA GEOLÓGICA

Las técnicas nuevas proporcionan datos en 3D (*e.g.* los sondeos sísmicos y los levantamientos con GPS de alta precisión) que indican que los pliegues en la naturaleza muy frecuentemente difieren significativamente del modelo cilíndrico. La geometría diferencial se hace útil en este aspecto cuando resuelve el problema de clasificación al hacer uso de los signos de curvatura.

La curvatura Gaussiana y la curvatura promedio, en particular, proporcionan las herramientas necesarias para este fin. Las descripciones de pliegues en 3D pueden ser consultadas en la literatura, siendo las más sobresalientes las propuestas por Mynatt et al. [3] (Fig. 1) y la de Lisle y Toimil [4] (Fig. 2).

	$k_G < 0$	$k_G = 0$	$k_G > 0$
$k_M < 0$	 <p>synformal saddle</p>	 <p>synform</p>	 <p>basin</p>
$k_M = 0$	 <p>perfect saddle</p>	 <p>plane</p>	
$k_M > 0$	 <p>antiformal saddle</p>	 <p>antiform</p>	 <p>dome</p>

**Figura 1.** Clasificación de la curvatura geológica de Mynatt [3]. La curvatura geológica en un punto sobre la superficie puede ser determinada a partir de las curvaturas media y Gaussiana en ese mismo punto.



**Figura 2.** Partición de la superficie del pliegue para definir pliegues separados de acuerdo a Lisle y Toimil [4]: A. La línea de curvatura media cero ( $M$ ) separa antiformes de sinformes. B. Las líneas de curvatura Gaussiana cero ( $G$ ) permiten la subdivisión en cuatro tipos básicos de sinformes y antiformes: SA sinclástico antiforme, AA anticlástico antiforme, AS anticlástico sinforme, SS sinclástico sinforme.

Para capturar la información geométrica cuantitativa de las superficies geológicas, tanto los pliegues naturales como teóricos, se han utilizado los algoritmos de Mynatt [3]. A pesar de que los geólogos tienden a aproximar los pliegues a la generatriz cilíndrica, estos no son realmente así en la naturaleza. Por otro lado, ha resultado útil la aproximación de algunas estructuras a formas idealizadas, y cuantificar cuán alejada está la superficie geológica de la idealizada.

El umbral de curvatura de Bergbauer  $k_t$  [5], especifica un valor absoluto de curvatura debajo del calculado a partir de las curvaturas principales con cualquiera de los dos signos y se fijan en cero. Éste valor hace que las superficies puedan ser clasificadas como sinformes, antiformes o planas. Así mismo, las sillitas de montar (saddles) pueden ser localizadas en los puntos de la superficie en donde  $|k_{min} + k_{max}| < k_t$ .

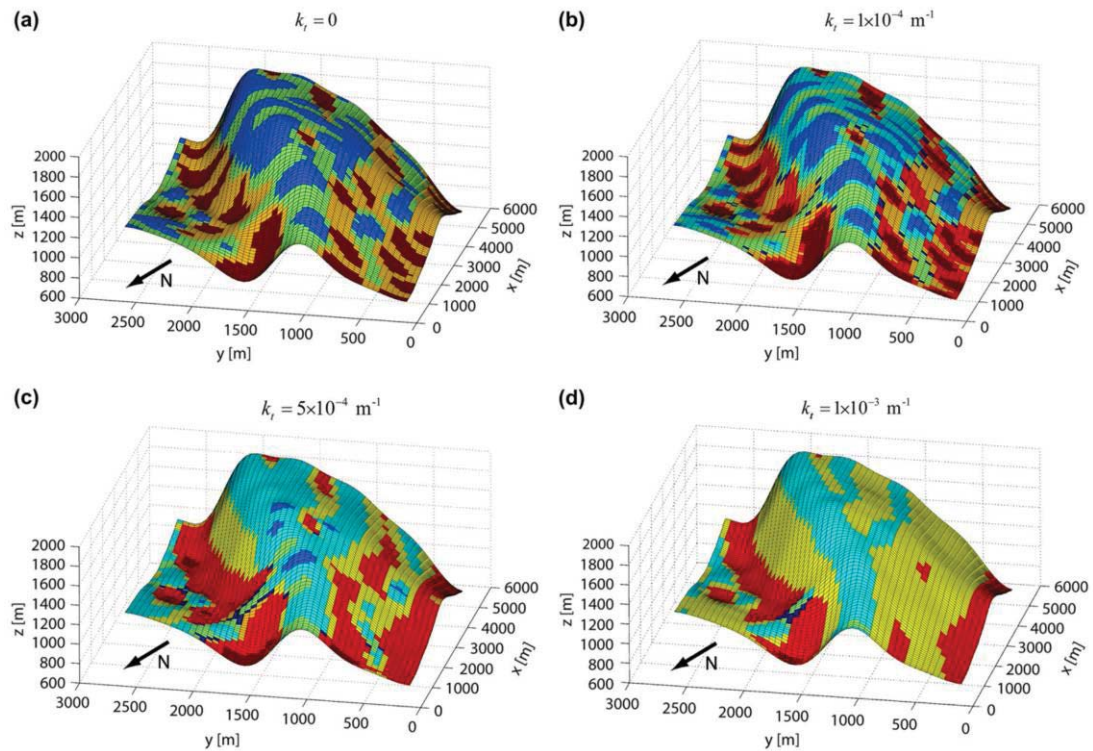
#### 4. LA PROYECCIÓN ESTRATIGRÁFICA Y LA GENERATRIZ CILÍNDRICA

La proyección estereográfica, por otro lado, ha sido un instrumento ancestral utilizado en la antigua Grecia desde el siglo II a.C. Ha ganado una gran popularidad debido a la facilidad con la que se pueden analizar las actitudes geológicas de planos, líneas y pliegues. Originalmente inició su popularidad entre los cristalógrafos, quienes adaptaron el método para describir ampliamente las propiedades ópticas y morfológicas de los cristales.

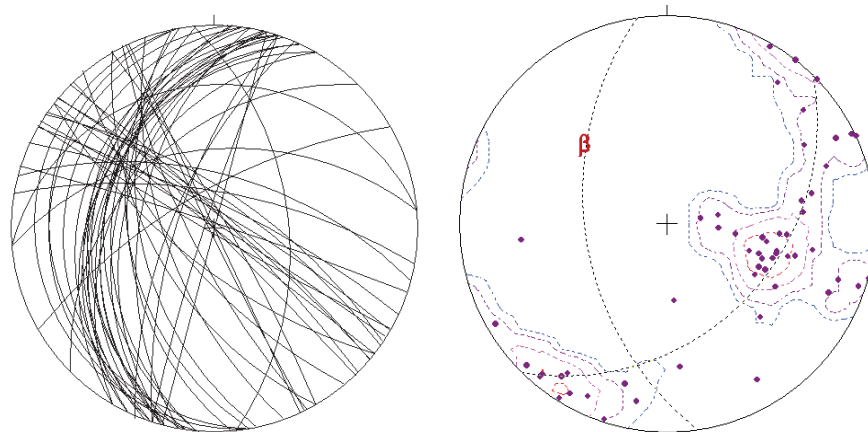
Para el análisis de pliegues mediante la proyección estereográfica, es necesario tener una población de datos que sobrepase las 50 entradas. Así mismo, es requisito indispensable que la colección de datos puntuales sea obtenida en ambos limbos del pliegue. Una vez realizado el gráfico de los círculos mayores que representan los datos de los limbos, los cuales se consideran estructuras planas, se procede a generar los polos de los planos. De esta manera, los polos formarán cúmulos representando un polo general de cada limbo. La perpendicular al círculo  $P_i$  y el eje Beta, representan el plano axial y el eje axial, respectivamente [6].

En el método de la proyección estereográfica, se puede tener una aproximación bastante acertada de lo que es la actitud geológica del plano y del eje axial. Por consiguiente, el método considera que el pliegue es geoméricamente cilíndrico. Por otro lado, al ser proyectados los datos de los limbos, las ubicaciones geográficas pierden sentido, ya que en la proyección estereográfica, solamente se consideran las direcciones e inclinaciones de los planos y líneas que conforman o que son parte de las estructuras geológicas.





**Figura 3.** Figura mostrando la curvatura geológica de pliegues aleatorios así como las variaciones en la geometría. El código de colores corresponde a los mostrados en la Figura 1. Desde (a) hasta (d), los valores del umbral de la curvatura ( $k_t$ ) han sido cambiados para así simplificar los componentes de la estructura y mostrar únicamente a los más importantes.



**Figura 4.** Proyección estereográfica de los flancos de un pliegue (izquierda) y sus respectivos polos (derecha),  $n = 56$ . Los flancos se consideran estructuras planas. A partir de los cúmulos que forman los polos, se puede inferir la actitud estructural del plano y eje axial (B).

## 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las descripciones básicas de los pliegues se basan en el supuesto de que son cilíndricos, esto es que la superficie plegada puede ser descrita mediante sinformes y antiformes en dos dimensiones. Las superficies geológicas, sin embargo, son naturalmente no cilíndricas y por consiguiente, mucha de la información geométrica se pierde en las descripciones simplistas actualmente en uso. A partir de los trabajos de Mynatt [3] y Lisle y Toimil [4] se generan las clasificaciones que se basan en la descripción cuantitativa del pliegue utilizando la curvatura.

La curvatura es un concepto claramente explicado en la geometría diferencial y es ampliamente descrito mediante la primera y segunda forma fundamental. Los coeficientes de estas formas, en cambio, determinan la curvatura máxima y la curvatura mínima en cada punto de la superficie. Ambos valores, su promedio (curvatura media) y su producto (curvatura Gaussiana) son cantidades muy útiles para examinar superficies geológicas. La curvatura geológica es una combinación de la curvatura media y la curvatura Gaussiana (Fig. 3).

Por otro lado, la proyección estereográfica, se limita a un gráfico bidimensional en el que únicamente se pueden considerar las direcciones e inclinaciones de los elementos de un pliegue. La proyección estereográfica no es una herramienta que pueda soportar la descripción en 3D de las superficies plegadas (Fig. 4).

## 5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha examinado el método tradicional de la proyección estereográfica y el método novedoso de la geometría diferencial para describir y clasificar pliegues. Ambos métodos tienen ventajas y desventajas y esas mismas son las que dan lugar a las siguientes conclusiones: El método de la proyección estratigráfica tiene la ventaja de poder ser utilizada en campo, en sitios donde no hay electricidad, ni mucho menos acceso a la red. El gráfico que fue creado en la proyección estereográfica, concentra todos los datos y a partir de ahí genera una aproximación estadística de la orientación de los elementos del pliegue (eje y plano axiales). La proyección estratigráfica impide diferenciar entre un sinforme y un antiforme. La proyección estratigráfica no permite detectar variaciones en la geometría de la estructura plegada. El método de la geometría diferencial, es una herramienta que no puede aplicarse manualmente. Requiere de un ordenador y un software especializado, *e.g.* MATLAB®. La compilación de los algoritmos puede resultar un tanto complicada. Se requiere de equipo costoso y de alta precisión para coleccionar los datos, como lo es una unidad GPS. La generación de gráficos a diferentes resoluciones es factible mediante el método de la geometría diferencial con lo que se genera un cambio en el nivel de resolución. La geometría diferencial, es un método que debe ser empleado más frecuentemente con la finalidad de perfeccionarlo y desarrollarlo.

## BIBLIOGRAFÍA

1. MATLAB®, R.2011b, The MathWorks Inc., Natick, MA, 2011.
2. KUNZINGER, M. *Differential Geometry 1*. Lecture Notes. 2008. URL <http://www.mat.univie.ac.at/~mike/teaching/ss08/dg.pdf>.
3. MYNATT, I. BERGBAUER, S. and POLLARD, D. Using differential geometry to describe 3-D folds. *Journal of Structural Geology*, 2007, Vol. 29, p. 1256-1266.

4. LISLE, R. and TOIMIL, N. Defining folds in three-dimensional surfaces. *Geology*, 2007, vol. 35, p. 519-522.
5. BERGBAUER, S. The use of curvature analysis of folding and fracturing with application to the Emigrant Gap Anticline, Wyoming. PH.D Thesis, Stanford University, Stanford.
6. PHILLIPS, FC. Use of the stereographic projection in structural geology, *Hodder & Stoughton Educational; 3rd edition*, ISBN-13:978-0713123418, 1977, p. 96.