

Seguimiento de trayectoria de un robot manipulador móvil de 8 grados de libertad: KUKA youBot. Trajectory tracking of an 8 degrees of freedom mobile manipulator robot: KUKA youBot.

J. G. Pérez-Fuentevilla ^{a,*}, A. B. Morales-Díaz ^b, A. Rodríguez-Ángeles ^c

^aDepartamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV-IPN, 07360, CDMX, México.

^bRobótica y manufactura avanzada, CINVESTAV-Saltillo, 25900, Ramos Arizpe, México.

^cDepartamento de Ingeniería Eléctrica, CINVESTAV-IPN, 07360, CDMX, México.

Resumen

En este trabajo se propone un controlador no lineal basado en un esquema de control por par calculado que resuelve el problema de seguimiento de trayectoria a nivel de posición y velocidad para un robot manipulador móvil (RMM) de 8 grados de libertad considerando una base móvil diferencial de tipo (2,0) que satisface la restricción no holonómica. Se presenta un análisis de estabilidad usando el método de Lyapunov; se logra demostrar estabilidad semiglobal, uniforme y últimamente acotada (UUB). Se obtienen resultados experimentales usando el modelo KUKA youBot. Los resultados presentan una buena convergencia y desempeño del control aún teniendo incertidumbres paramétricas.

Palabras Clave: Robot manipulador móvil, Restricción no holonómica, Control por par calculado, Seguimiento de trayectoria, Incertidumbres paramétricas, KUKA youBot.

Abstract

In this paper, a nonlinear controller based on the computed torque technique for solving the trajectory tracking problem is proposed. An 8 degrees of freedom mobile manipulator robot (RMM) considering a (2,0) type differential robot that satisfies the non-holonomic constraint is used. Stability analysis using the Lyapunov's method is presented; semiglobal, uniform and ultimate boundedness (UUB) stability is proved. Experimental results, using KUKA youBot's model, are obtained. Results show good control performance and convergence even in presence of parametric uncertainties.

Keywords: Mobile manipulator robot, Non-holonomic constraint, Computed torque controller, Trajectory tracking, Parametric uncertainties, KUKA youBot.

1. Introducción

El estudio de los robots manipuladores móviles (RMM) se ha vuelto de interés debido a las posibilidades en el ramo industrial (Zhou *et al.*, 2022), en temas de seguridad (Saitoh *et al.*, 1995), de servicios (Chi-wu y Ke-fei, 2009), en sistemas cooperativos (Sugar y Kumar, 1999) o incluso en algo tan cotidiano como abrir una puerta (Nagatani y Yuta, 1995).

Una de las ventajas en este tipo de robots es el alcance que se puede obtener a diferencia de un robot manipulador fijo; además, la redundancia de los RMM permite alcanzar o tomar posturas en algún punto del espacio imposibles para un robot

de base fija.

Se han estudiado diversas técnicas de control para el seguimiento de trayectoria en este tipo de robots. Hay trabajos en los que se añade una compensación robusta tomando como base un controlador PD clásico (Chi-wu y Ke-fei, 2009), enfoques más sofisticados en donde se diseña un sistema de seguimiento adaptable basado en redes neuronales (Wang *et al.*, 2014) o leyes de control basada en un esquema ADRC (Ningyue *et al.*, 2015).

En este trabajo se propone un controlador por par calculado añadiendo términos de corrección sobre el error de posi-

* Autor para correspondencia: jorge.perezf@cinvestav.mx

Correo electrónico: jorge.perezf@cinvestav.mx (Jorge Gustavo Pérez-Fuentevilla), america.morales@cinvestav.edu.mx (América Berenice Morales-Díaz), aangeles@cinvestav.mx (Alejandro Rodríguez-Ángeles).

ción y compensación de gravedad para resolver el problema de seguimiento tomando como modelo el robot KUKA youBot, un RMM pensado con fines educativos y de investigación que cuenta con una base móvil de tipo omnidireccional —el cual se opera como una base diferencial— y un manipulador de 5 GDL (Bischoff *et al.*, 2011). Además, se presenta su validación experimental.

2. Planteamiento del problema.

En este caso, se define una trayectoria deseada para el móvil y una diferente para el efector final, siempre y cuando se comparta el espacio de trabajo.

Se considera la configuración del robot mostrada en la Figura 1, note que el móvil se considera de tipo unicycle y por lo tanto está gobernado por el modelo cinemático (1).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \omega\end{aligned}\quad (1)$$

x, y son las coordenadas del móvil en el plano x_0, y_0 ; θ es la orientación del móvil con respecto a x_0 ; v, ω son las velocidades longitudinal y angular, respectivamente.

Es bien sabido que este tipo de plataformas móviles satisfacen la restricción no holonómica:

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0 \quad (2)$$

Definimos los parámetros:

- $m_m, m_b, m_i, i = 1, \dots, 5$: Masas de la base móvil, del eslabón fijo, y del i -ésimo eslabón del manipulador.
- h_b, h_c : Distancia desde el piso hasta la base móvil, y altura del móvil.
- R : Radio de las ruedas.
- p_x, p_y, p_z : Distancia al centro de masa del móvil.
- L : Distancia medida desde el eje longitudinal del móvil hasta una de sus ruedas.
- $L_i, i = b, 1, \dots, 5$: Longitud del i -ésimo eslabón.
- $L_{c_i}, i = b, 1, \dots, 5$: Distancia al centro de masa del i -ésimo eslabón.
- r_b, r_c : Radio medido desde el centro del eslabón fijo a la base del segundo eslabón, y al centro de masa del primer eslabón, respectivamente.
- L_x : Distancia medida desde el centroide del móvil hasta el centroide del eslabón fijo.
- $I_i = \text{diag}(I_{ixx}, I_{iyy}, I_{izz}), i = m, b, 1, \dots, 5$: Tensores de inercia del móvil y del i -ésimo eslabón.
- b_{q_i} : Coeficiente de fricción viscosa relacionada con la coordenada generalizada q_i .

El vector de coordenadas generalizadas se define como $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6 \ q_7 \ q_8]^T = [x \ y \ \theta \ \phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ \phi_4 \ \phi_5]^T$.

2.1. Cinemática directa.

El vector de posición que relaciona el marco de referencia del efector final con el marco inercial es

$${}^0\mathbf{O}_e = [x_{ef} \ y_{ef} \ z_{ef}]^T \quad (3)$$

$$\begin{aligned}x_{ef} &= x + L_x \cos \theta + [r_b + L_2 \sin \phi_2 + L_3 \sin (\phi_2 + \phi_3) \\ &\quad + (L_4 + L_5) \sin (\phi_2 + \phi_3 + \phi_4)] \cos (\phi_1 - \theta) \\ y_{ef} &= y + L_x \sin \theta - [r_b + L_2 \sin \phi_2 + L_3 \sin (\phi_2 + \phi_3) \\ &\quad + (L_4 + L_5) \sin (\phi_2 + \phi_3 + \phi_4)] \sin (\phi_1 - \theta) \\ z_{ef} &= h_b + h_c + L_1 + L_b + L_2 \cos \phi_2 + L_3 \cos (\phi_2 + \phi_3) \\ &\quad + (L_4 + L_5) \cos (\phi_2 + \phi_3 + \phi_4)\end{aligned}$$

2.2. Cinemática inversa.

De la Figura 1, las orientaciones del efector final son:

$$\theta - \phi_1 = \zeta_{ef} \quad (4)$$

$$\phi_2 + \phi_3 + \phi_4 = \psi_{ef} \quad (5)$$

donde

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}} \right) \quad (6)$$

Podemos definir una orientación deseada ζ_{ef_d} en (4) y obtener ϕ_1 . Igualmente una posición deseada para el efector final $[x_{ef_d} \ y_{ef_d} \ z_{ef_d}]^T$ en (3) y, en adición con (5) (usando una orientación deseada ψ_{ef_d}), se obtiene un sistema de ecuaciones no lineales que se puede resolver numéricamente para ϕ_2, ϕ_3 y ϕ_4 . Finalmente, note que la orientación restante del efector final está directamente afectada por ϕ_5 , por lo que siempre podemos definir una función deseada dependiente del tiempo.

2.3. Modelo dinámico.

El modelo dinámico completo del sistema está dado por

$$\mathbf{D}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} \quad (7)$$

donde $\mathbf{D}(\mathbf{q})$ es la matriz de inercia, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ es la matriz de Coriolis, $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ es el vector de fuerzas gravitacionales, $\mathbf{F}_f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ es el vector de fuerzas de fricción y $\boldsymbol{\tau} = [F_x \ F_y \ \tau_c \ \tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4 \ \tau_5]^T$ es el vector de fuerzas y torques del sistema, con F_x y F_y las fuerzas traslacionales del móvil sobre x_0 y y_0 respectivamente, τ_c el torque con el que gira el móvil respecto a su centro, y $\tau_j, j = 1, \dots, 5$ los torques del j -ésimo eslabón. En la Figura 2 se muestran todas las fuerzas y torques presentes en el móvil.

El problema del modelo (7) es que no cumple con la restricción no holonómica (2). Por lo que se hace un mapeo del modelo cinemático (1) incorporando la restricción al modelo completo con una transformación, vea (Portillo Vélez, 2013).

De tal forma que podemos escribir el modelo que satisface la restricción (2) como sigue:

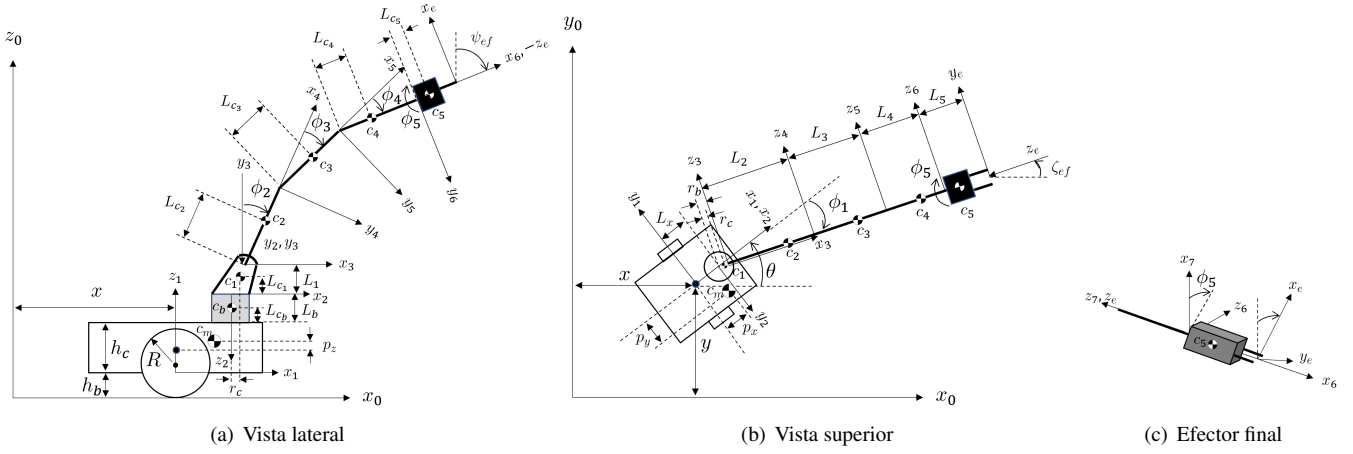


Figura 1: Configuración del robot.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{D}}(\mathbf{q}) \dot{\eta} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \eta + \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) + \bar{\mathbf{F}}_f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \bar{\boldsymbol{\tau}}(\mathbf{q}) \\ \dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{S}(\mathbf{q}) \eta \end{aligned} \quad (8)$$

Donde

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{D}}(\mathbf{q}) &= \mathbf{S}^T(\mathbf{q}) \mathbf{D}(\mathbf{q}) \mathbf{S}(\mathbf{q}) \\ \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \mathbf{S}^T(\mathbf{q}) \mathbf{D}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{S}}(\mathbf{q}) + \mathbf{S}^T(\mathbf{q}) \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{S}(\mathbf{q}) \\ \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) &= \mathbf{S}^T(\mathbf{q}) \mathbf{G}(\mathbf{q}) \\ \bar{\mathbf{F}}_f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \mathbf{S}^T(\mathbf{q}) \mathbf{F}_f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ \bar{\boldsymbol{\tau}}(\mathbf{q}) &= \mathbf{S}^T(\mathbf{q}) \mathbf{B}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\tau}_{\text{red}} \end{aligned}$$

Siendo

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 5} \\ \sin \theta & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 5} \\ 0 & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 5} \\ \mathbf{0}_{5 \times 1} & \mathbf{0}_{5 \times 1} & \mathbf{1}_{5 \times 5} \end{bmatrix} \quad (9)$$

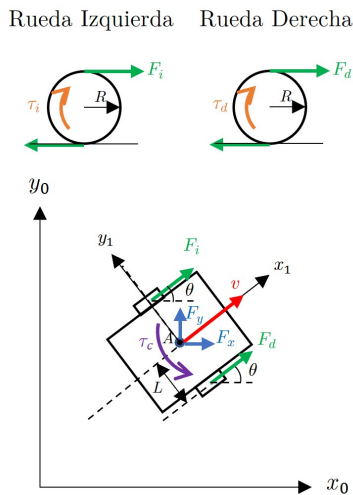


Figura 2: Descripción de fuerzas y torques en el móvil.

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} \cos \theta & \frac{1}{R} \cos \theta & \mathbf{0}_{1 \times 5} \\ \frac{1}{R} \sin \theta & \frac{1}{R} \sin \theta & \mathbf{0}_{1 \times 5} \\ \frac{L}{R} & -\frac{L}{R} & \mathbf{0}_{1 \times 5} \\ \mathbf{0}_{5 \times 1} & \mathbf{0}_{5 \times 1} & \mathbf{1}_{5 \times 5} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\mathbf{1}_{5 \times 5}$ es la matriz identidad de dimensión 5, $\mathbf{0}_{m \times n}$ un vector de ceros de $m \times n$.

En el modelo (8) ya se considera un vector de torques reducido $\boldsymbol{\tau}_{\text{red}} = [\tau_i \ \tau_d \ \tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4 \ \tau_5]^T$ donde τ_i y τ_d son los torques a nivel de rueda del móvil; y un nuevo vector de estados $\eta = [\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3 \ \eta_4 \ \eta_5 \ \eta_6 \ \eta_7]^T = [v \ \dot{\theta} \ \dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_4 \ \dot{\phi}_5]^T$.

3. Estrategia de control.

El problema de seguimiento de trayectoria para un robot diferencial se puede resolver considerando un robot virtual en un esquema lider-seguidor (Infante *et al.*, 2019; Gutiérrez *et al.*, 2017).

Sean $\mathbf{q}_d = [q_{1d} \ q_{2d} \ q_{3d} \ q_{4d} \ q_{5d} \ q_{6d} \ q_{7d} \ q_{8d}]^T = [x_d \ y_d \ \theta_d \ \phi_{1d} \ \phi_{2d} \ \phi_{3d} \ \phi_{4d} \ \phi_{5d}]^T$ los valores deseados para las posiciones; y $\boldsymbol{\eta}_d = \mathbf{S}^T(\mathbf{q}_d) \dot{\mathbf{q}}_d = [\eta_{1d} \ \eta_{2d} \ \eta_{3d} \ \eta_{4d} \ \eta_{5d} \ \eta_{6d} \ \eta_{7d}]^T = [v_d \ \dot{\theta}_d \ \dot{\phi}_{1d} \ \dot{\phi}_{2d} \ \dot{\phi}_{3d} \ \dot{\phi}_{4d} \ \dot{\phi}_{5d}]^T$ los valores deseados de velocidad. Se toma en cuenta que todas las trayectorias de referencia son funciones *suaves* y al menos dos veces diferenciables con respecto al tiempo.

De manera general, se tienen los errores en los estados:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_q &= \mathbf{q}_d - \mathbf{q} = [e_x \ e_y \ e_\theta \ e_{\phi_1} \ e_{\phi_2} \ e_{\phi_3} \ e_{\phi_4} \ e_{\phi_5}]^T \\ \mathbf{e}_\eta &= \boldsymbol{\eta}_d - \boldsymbol{\eta} = [e_v \ \dot{e}_\theta \ \dot{e}_{\phi_1} \ \dot{e}_{\phi_2} \ \dot{e}_{\phi_3} \ \dot{e}_{\phi_4} \ \dot{e}_{\phi_5}]^T \end{cases} \quad (11)$$

En el marco local del robot se tiene, con respecto al robot virtual,

$$\mathbf{e}_r = \begin{bmatrix} e_{r_x} \\ e_{r_y} \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} \quad (12)$$

Se considera la ley de control

$$\begin{aligned} \tau_{\text{red}} = & \mathbf{P}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{H}(\mathbf{q}) \left[\mathbf{I}^{-1}(\mathbf{q}, \eta) + \dot{\eta}_d + \mathbf{K}_p \mathbf{e}_\eta \right. \\ & \left. + \mathbf{U}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_d, \eta_d) + \mathbf{G}^*(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_f^*(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Donde

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_d, \eta_d) = & \left[u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5 \quad u_6 \quad u_7 \right]^T \\ u_1 = & k_1 e_{r_x}, \quad u_2 = k_2 v_d \frac{\sin e_\theta}{e_\theta} e_{r_y} + k_3 e_\theta \\ u_3 = & k_4 e_{\phi_1}, \quad u_4 = k_5 e_{\phi_2}, \quad u_5 = k_6 e_{\phi_3} \\ u_6 = & k_7 e_{\phi_4}, \quad u_7 = k_8 e_{\phi_5} \end{aligned}$$

Se considera que las trayectorias de referencia para el móvil v_d y $\dot{\theta}_d$ cumplen con la restricción no holonómica.

Sean las ganancias

$$k_i > 0, \quad i = 1, \dots, 8.$$

$\mathbf{K}_p = \text{diag}(k_{p_1}, k_{p_2}, k_{p_3}, k_{p_4}, k_{p_5}, k_{p_6}, k_{p_7}) \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ es una matriz diagonal definida positiva, $\mathbf{U}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_d, \eta_d)$ es un vector que corrige el error a nivel de posición y $\mathbf{G}^*(\mathbf{q})$ es el término de compensación de gravedad.

Definanse los términos $\mathbf{P}(\mathbf{q}) = \mathbf{S}^T(\mathbf{q}) \mathbf{B}(\mathbf{q})$, $\mathbf{H}(\mathbf{q}) = \bar{\mathbf{D}}(\mathbf{q})$, $\mathbf{I}^{-1}(\mathbf{q}, \eta) = \bar{\mathbf{D}}^{-1}(\mathbf{q}) \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \eta$, $\mathbf{G}^*(\mathbf{q}) = \bar{\mathbf{D}}^{-1}(\mathbf{q}) \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q})$, $\mathbf{F}_f^*(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \bar{\mathbf{D}}^{-1}(\mathbf{q}) \bar{\mathbf{F}}_f(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$.

3.1. Dinámica en lazo cerrado.

Sustituyendo el control (13) en (8), se obtiene la ecuación en lazo cerrado:

$$\dot{\mathbf{e}}_\eta + \mathbf{K}_p \mathbf{e}_\eta + \mathbf{U}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_d, \eta_d) = 0 \quad (14)$$

De (14), se pueden extraer las últimas 5 ecuaciones

$$\ddot{\phi}_i + k_{p_{i+2}} \dot{\phi}_i + k_{i+3} e_{\phi_i} = 0, \quad i = 1, \dots, 5. \quad (15)$$

(15) se trata de un conjunto de 5 ecuaciones lineales y desacopladas correspondientes a los eslabones del manipulador, por lo que, haciendo las ganancias $k_{p_{i+2}}, k_{i+3} > 0$ obtenemos estabilidad asintótica para e_{ϕ_i} y $\dot{\phi}_i$, esto es, las posiciones y velocidades del manipulador. Esto se puede extrapolar para un manipulador de n GDL.

Para la parte correspondiente al móvil, se tiene el conjunto de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} \dot{e}_v + k_{p_1} e_v + k_1 e_{r_x} & = 0 \\ \ddot{\theta} + k_{p_2} \dot{\theta} + k_2 v_d \frac{\sin(e_\theta)}{e_\theta} e_{r_y} + k_3 e_\theta & = 0 \end{cases} \quad (16)$$

3.2. Dinámica de los errores.

Definimos los errores

$$\mathbf{e}_\gamma = \left[e_{r_x} \quad e_{r_y} \quad e_\theta \quad \dot{e}_\theta \quad e_v \right]^T \quad (17)$$

$$\mathbf{e}_\mu = \left[e_{\phi_1} \quad \dot{e}_{\phi_1} \quad e_{\phi_2} \quad \dot{e}_{\phi_2} \quad e_{\phi_3} \quad \dot{e}_{\phi_3} \quad e_{\phi_4} \quad \dot{e}_{\phi_4} \quad e_{\phi_5} \quad \dot{e}_{\phi_5} \right]^T \quad (18)$$

Donde (17) es el vector de errores correspondientes a la base móvil, y (18) es el vector de errores correspondientes al manipulador.

Definimos el vector completo del error como sigue

$$\mathbf{e}_\Gamma = \left[\mathbf{e}_\gamma^T \quad \mathbf{e}_\mu^T \right]^T \quad (19)$$

Tomando en cuenta la definición de los errores en (12), (11) y el modelo cinemático (1), se tiene:

$$\begin{cases} \dot{e}_x & = \dot{x}_d + (e_v - v_d) \cos(\theta_d - e_\theta) \\ \dot{e}_y & = \dot{y}_d + (e_v - v_d) \sin(\theta_d - e_\theta) \\ \dot{e}_{r_x} & = v_d \cos(e_\theta) + (\dot{\theta}_d - \dot{e}_\theta) e_{r_y} + e_v - v_d \\ \dot{e}_{r_y} & = (\dot{e}_\theta - \dot{\theta}_d) e_{r_x} + v_d \sin(e_\theta) \\ \dot{e}_\theta & = e_{\eta_2} \\ \dot{e}_{\phi_i} & = e_{\eta_{i+2}}, \quad i = 1, \dots, 5. \end{cases} \quad (20)$$

Las ecuaciones (15), (16) y (20) conforman lo que llamamos dinámica de los errores.

Debido a la linealización que se logró en el lazo cerrado para la parte del manipulador, solo es necesario demostrar la estabilidad para la parte del móvil, es decir, para \mathbf{e}_γ .

3.3. Análisis de estabilidad.

Propóngase la función candidata de Lyapunov

$$V(\mathbf{e}_\Gamma) \triangleq \frac{1}{2} k_1 (e_{r_x}^2 + e_{r_y}^2) + \frac{1}{2} (k_3 e_\theta^2 + \dot{e}_\theta^2 + e_v^2) \quad (21)$$

Derivando respecto al tiempo y usando (20) y (16)

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}_\Gamma) = & k_1 v_d e_{r_x} (\cos(e_\theta) - 1) + k_1 v_d e_{r_y} \sin(e_\theta) \\ & - k_2 v_d \frac{\sin(e_\theta)}{e_\theta} \dot{e}_\theta e_{r_y} - k_{p_2} \dot{e}_\theta^2 - k_{p_1} e_v^2 \end{aligned} \quad (22)$$

Luego, se quiere demostrar

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}_\Gamma) \leq & \left\| k_1 v_d e_{r_x} (\cos(e_\theta) - 1) \right\| + \left\| k_1 v_d e_{r_y} \sin(e_\theta) \right\| \\ & + \left\| k_2 v_d \frac{\sin(e_\theta)}{e_\theta} \dot{e}_\theta e_{r_y} \right\| - \left\| k_{p_2} \dot{e}_\theta^2 \right\| - \left\| k_{p_1} e_v^2 \right\| \leq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

Considerando que

$$\begin{aligned} \|e_{r_x}\| & \leq \|\mathbf{e}_\Gamma\|, \quad \|e_{r_y}\| \leq \|\mathbf{e}_\Gamma\| \\ \|\dot{e}_\theta\| & \leq \|\mathbf{e}_\Gamma\|, \quad \|e_v\| \leq \|\mathbf{e}_\Gamma\| \end{aligned}$$

Se acota (23) término a término de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} k_1 \|v_d\| \|e_{r_x}\| \|\cos(e_\theta) - 1\| & \leq 2k_1 \|v_d\| \|\mathbf{e}_\Gamma\| \\ k_1 \|v_d\| \|e_{r_y}\| \|\sin(e_\theta)\| & \leq k_1 \|v_d\| \|\mathbf{e}_\Gamma\| \\ k_2 \left\| v_d \frac{\sin(e_\theta)}{e_\theta} \dot{e}_\theta e_{r_y} \right\| & \leq k_2 \|v_d\| \|\mathbf{e}_\Gamma\|^2 \\ k_{p_2} \|\dot{e}_\theta^2\| & \leq k_{p_2} \|\mathbf{e}_\Gamma\|^2 \\ k_{p_1} \|e_v^2\| & \leq k_{p_1} \|\mathbf{e}_\Gamma\|^2 \end{aligned}$$

De tal forma que (23) se puede re-escribir como sigue:

$$\dot{V}(\mathbf{e}_r) \leq 3k_1 \|v_d\| \|\mathbf{e}_r\| + (k_2 \|v_d\| - k_{p_2} - k_{p_1}) \|\mathbf{e}_r\|^2 \quad (24)$$

Se pueden establecer condiciones para asegurar que $\dot{V}(\mathbf{e}_r) \leq 0$. De esta forma, se consigue una *estabilización semiglobal* en un conjunto compacto que se puede hacer arbitrariamente grande al ajustar los valores de las ganancias (Khalil, 2015, pp. 198-199), donde el sistema será estable, aunque de forma acotada.

3.3.1. Condición 1

Se pueden elegir ganancias tales que siempre se cumpla

$$k_2 \|v_d\| - k_{p_2} - k_{p_1} < 0 \quad (25)$$

3.3.2. Condición 2

Es necesario que el término de la derecha en (24) sea mayor que el término de la izquierda en magnitud, esto genera un intervalo para la norma del vector del error completo

$$\|\mathbf{e}_r\| \leq \frac{3k_1 \|v_d\|}{k_{p_2} + k_{p_1} - k_2 \|v_d\|} \quad (26)$$

De tal forma que no se puede asegurar convergencia asintótica, sino que se tiene un error acotado por arriba por una cantidad positiva, esto se llama estabilidad *UUB* (Khalil, 2015, p. 85).

4. Resultados experimentales.

Tómense en cuenta las ganancias de la Tabla 1 y los parámetros mostrados en (Pérez Fuentevilla, 2022).

De (1) y (6) se obtienen los valores deseados para las velocidades del móvil, tal que cumplen con la restricción (2) y $v_d \neq 0$.

$$v_d = \sqrt{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2}, \quad \dot{\theta}_d = \frac{\dot{x}_d \dot{y}_d - \ddot{x}_d \dot{y}_d}{v_d^2} \quad (27)$$

Se considera una trayectoria paramétrica circular con centro en $(x_c, y_c) = (-1, 0)$ y radio $r_d = 1$ para el móvil, con un tiempo final de $t_f = 24$ s.

$$\begin{cases} \delta(t) &= \frac{2\pi t}{t_f} - \sin\left(\frac{2\pi t}{t_f}\right) \\ x_d(t) &= x_c + r_d \cos(\delta(t)) \\ y_d(t) &= y_c + r_d \sin(\delta(t)) \end{cases} \quad (28)$$

Para el efector final se tiene una circunferencia con el mismo centro, pero con un radio $r_{ef} = 1.3$.

$$\begin{cases} \delta_{ef}(t) &= \delta(t) + \sin^{-1}\left(\frac{L_x}{r_{ef}}\right) \\ x_{ef_d}(t) &= x_c + r_{ef} \cos(\delta_{ef}(t)) \\ y_{ef_d}(t) &= y_c + r_{ef} \sin(\delta_{ef}(t)) \\ z_{ef_d}(t) &= 0.46 \end{cases} \quad (29)$$

Se definen las orientaciones deseadas del efector final como sigue:

$$\psi_{ef_d}(t) = \frac{\pi}{2}, \quad \zeta_{ef_d}(t) = \theta_d - \frac{\pi}{2} \quad (30)$$

Todas las condiciones iniciales son puestas en cero, excepto $\theta(0) = \pi/2$.

La plataforma experimental considerada es el robot KUKA youBot, vea la Figura 3. Éste robot cuenta con una base omnidireccional; sin embargo, nosotros la usamos como una base diferencial con la siguiente relación de torques en las llantas del KUKA, vea la Figura 4:

$$\tau_{r_0} = \tau_{r_2} = -\tau_i/2, \quad \tau_{r_1} = \tau_{r_3} = \tau_d/2 \quad (31)$$

También, se acotan las acciones de control de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} -10 \text{ [N} \cdot \text{m]} &\leq \tau_d, \tau_i, \tau_5 \leq 10 \text{ [N} \cdot \text{m]} \\ -15 \text{ [N} \cdot \text{m]} &\leq \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4 \leq 15 \text{ [N} \cdot \text{m]} \end{aligned}$$

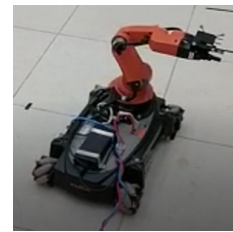


Figura 3: Plataforma experimental: KUKA youBot.

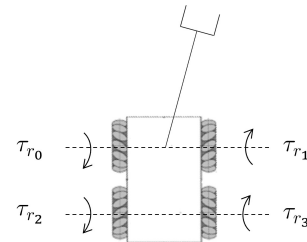


Figura 4: Torques en las llantas del KUKA youBot.

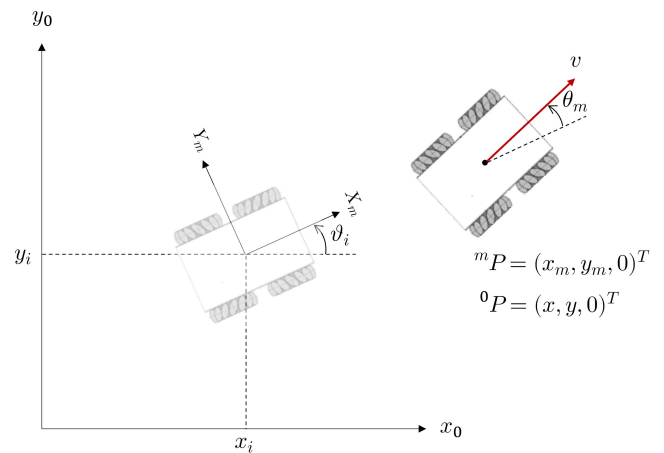


Figura 5: Relación entre marcos y coordenadas.

La plataforma móvil del KUKA youBot hace su propia definición de marco inercial (marco {m}) y retroalimenta las posiciones y orientación (x_m, y_m, θ_m) y la velocidad longitudinal

Tabla 1: Ganancias de control.

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_{p1}	k_{p2}	k_{p3}	k_{p4}	k_{p5}	k_{p6}	k_{p7}
700	555	300	1000	1000	2000	2500	100	400	720	350	350	350	350	350

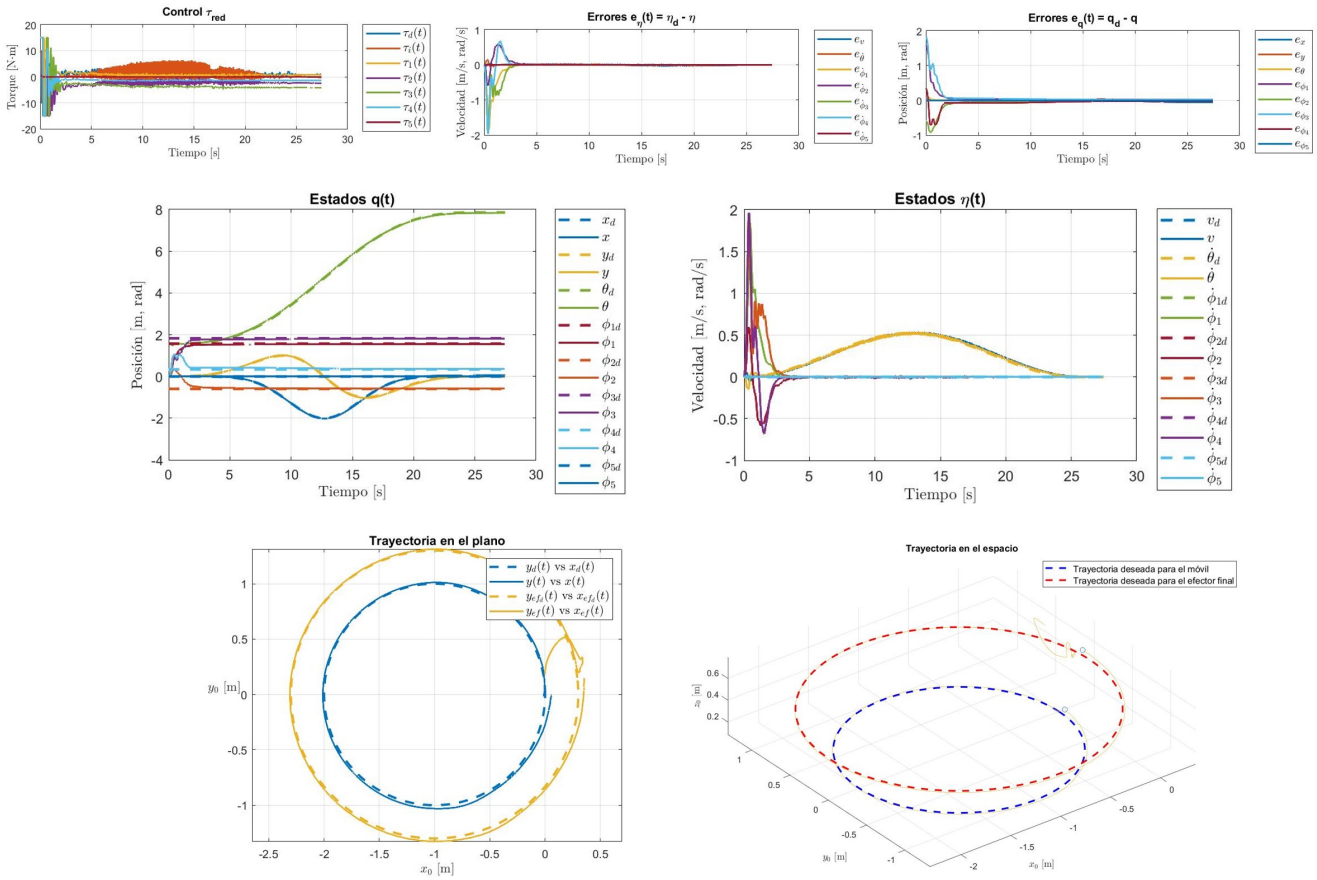


Figura 6: Gráficas de desempeño: Resultado experimental.

v , vea la Figura 5. Por lo que fue necesario hacer la siguiente transformación de coordenadas a nuestro marco inercial $\{0\}$.

$$\begin{cases} x &= x_i + x_m \cos(\vartheta_i) - y_m \sin(\vartheta_i) \\ y &= y_i + y_m \cos(\vartheta_i) + x_m \sin(\vartheta_i) \end{cases} \quad (32)$$

Donde (x_i, y_i) son las coordenadas del punto inicial de la base del KUKA respecto al marco $\{0\}$, (x_m, y_m) son las posiciones medidas y retroalimentadas por el KUKA respecto al marco $\{m\}$, y ϑ_i es la orientación inicial del marco $\{m\}$ respecto al marco $\{0\}$.

Para las velocidades cartesianas se tiene

$$\begin{cases} \dot{x} &= \dot{x}_m \cos(\vartheta_i) - \dot{y}_m \sin(\vartheta_i) \\ \dot{y} &= \dot{y}_m \cos(\vartheta_i) + \dot{x}_m \sin(\vartheta_i) \end{cases} \quad (33)$$

Donde $\dot{x}_m = v \cos(\theta_m)$ y $\dot{y}_m = v \sin(\theta_m)$. θ_m es el ángulo con el que rota el móvil respecto al marco $\{m\}$.

Para la orientación y velocidad angular respecto al marco $\{0\}$ se tiene

$$\theta = \vartheta_i + \theta_m, \quad \dot{\theta} = \dot{\theta}_m \quad (34)$$

Con estas consideraciones, y tomando en cuenta que los parámetros usados son aproximados, se obtienen las gráficas de desempeño mostradas en la Figura 6.

5. Conclusiones y trabajo futuro.

Se ha presentado un controlador que garantiza la convergencia de un RMM de 8 GDL a una trayectoria deseada y se ha validado experimentalmente usando el modelo del KUKA youBot. Se logró demostrar estabilidad semiglobal, uniforme y últimamente acotada y se han dado las condiciones en las que se satisface. Los resultados experimentales son congruentes con los resultados teóricos y muestran una buena convergencia a pesar de tener incertidumbres paramétricas, el error máximo obtenido fue de 6 cm.

Como trabajo futuro sería interesante extender el control al caso de sincronización con dos o más RMM añadiendo acoplamientos dinámicos con fines de manipulación cooperativa y una etapa de control de fuerza.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo del proyecto SEP CO-NACYT CB2017-2018-A1-S-26123.

Referencias

- Bischoff, R., Huggenberger, U., y Prassler, E. (2011). Kuka youbot - a mobile manipulator for research and education. En *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1–4.
- Chi-wu, B. y Ke-fei, X. (2009). Robust control of mobile manipulator service robot using torque compensation. En *2009 International Conference on Information Technology and Computer Science*, volumen 2, pp. 69–72.
- Gutiérrez, H., Morales, A., y Nijmeijer, H. (2017). Synchronization control for a swarm of unicycle robots: Analysis of different controller topologies. *Asian Journal of Control*, 19(5):1822–1833.
- Infante, M., Cruz Morales, R., Velasco-Villa, M., y Rodríguez Ángeles, A. (2019). Formación líder-seguidor para robots diferenciales con parámetros de seguimiento variables. En *Memorias del Congreso Nacional de Control Automático*. AMCA.
- Khalil, H. K. (2015). *Nonlinear Control*. Pearson Education, Upper Saddle River, NJ 07458.
- Nagatani, K. y Yuta, S. (1995). An experiment on opening-door-behavior by an autonomous mobile robot with a manipulator. En *Proceedings 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Human Robot Interaction and Cooperative Robots*, volumen 2, pp. 45–50 vol.2.
- Ningyue, Liyan, y Liukeeping (2015). The research of mobile manipulator trajectory tracking cooperative control based on the adrc. En *2015 Chinese Automation Congress (CAC)*, pp. 385–389.
- Portillo Vélez, R. d. J. (2013). *Control Multilateral de Agarre para Robots Cooperativos Maestro/Multi-Eslavo*. Tesis de doctorado, CINVESTAV Unidad Zacatenco.
- Pérez Fuentevilla, J. G. (2022). Parámetros del kuka youbot. <https://sites.google.com/view/parametroskuka/inicio>.
- Saitoh, M., Takahashi, Y., Sankaranarayanan, A., Ohmachi, H., y Marukawa, K. (1995). A mobile robot testbed with manipulator for security guard application. En *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volumen 3, pp. 2518–2523 vol.3.
- Sugar, T. y Kumar, V. (1999). Multiple cooperating mobile manipulators. En *Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.99CH36288C)*, volumen 2, pp. 1538–1543 vol.2.
- Wang, Y., Mai, T., y Mao, J. (2014). Adaptive motion/force control strategy for non-holonomic mobile manipulator robot using recurrent fuzzy wavelet neural networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 34:137–153.
- Zhou, Z., Li, L., Fürsterling, A., Durocher, H. J., Mouridsen, J., y Zhang, X. (2022). Learning-based object detection and localization for a mobile robot manipulator in sme production. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 73:102229.