






Control de velocidad para servomecanismos libre de modelo Speed control for model-free servomechanisms

E. Cortez-Dena ^{a,*}, H. J. Contreras-Mendoza ^a, M. Mastranzo-Pérez ^b, E. Ramírez-Muñoz ^b, J. F. Guerrero-Castellanos ^a

^aFacultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 72000, Puebla, Puebla, México.

^bFLEXOWARE, 72030, Puebla, Puebla.

Resumen

En este trabajo se propone un control no lineal con rechazo activo de perturbaciones como controlador de velocidad para servomotores y servomecanismos. En la actual propuesta, tanto la perturbación total, como la ganancia de control no son conocidas, lo cual lo hace muy atractivo en aplicaciones industriales. El control se evaluó experimentalmente usando la plataforma experimental “servo-system”. Se realiza un comparativo de los resultados obtenidos con la técnica de control propuesta frente a un controlador proporcional integral y se discuten los resultados.

Palabras Clave: Control acotado, servomecanismos, ADRC, observador, tiempo-real.

Abstract

In this work, a nonlinear control with active rejection of disturbances is proposed as a speed controller for servomotors and servomechanisms. In the current proposal, both the total disturbance and the control gain are not known, which makes it very attractive in industrial applications. The control was experimentally evaluated using the “servo-system” experimental platform. A comparison of the results obtained with the proposed control technique against a proportional integral controller is made and the results are discussed.

Keywords: Bounded control, servomechanisms, ADRC, observer, real-time.

1. Introducción

La mecatrónica y en especial la robótica, está considerada como una ciencia multidisciplinar que engloba diferentes técnicas: mecánica, electrónica, informática, control, etc. El diseño, el modelado, la simulación, el control, así como el análisis de los resultados de un desarrollo robótico dependen de sus componentes y sus características tecnológicas. La arquitectura de un robot se puede dividir en diferentes niveles: mecánica, electrónica de potencia, control de movimiento e interfaz de programación.

Para la unidad de control, los sistemas robóticos se implementan con tarjetas que contienen microprocesadores de gama alta, que soportan interrupciones y trabajan en tiempo real. Usualmente son arquitecturas del tipo dedicado basadas en DSP's para realizar los cálculos matemáticos de la planificación de trayectorias (Gao, 2014).

El control PID, y en especial el PI, es el controlador más utiliza-

do durante más de 90 años, sobretodo en procesos industriales. Debido a las exigencias de un control más preciso, con una velocidad de respuesta más rápida, pero sobre todo, la capacidad de adaptarse a los cambios del entorno es necesario ir más allá del PID. Las técnicas de control mediante rechazo activo de perturbaciones conocidas como ADRC se hereda del PID, que utiliza una ley de control basada en errores, ya que en la práctica el error es fácil de obtener (Zhang y Furusho, 1998)(Li *et al.*, 2012). Entre las características técnicas y conceptuales del ADRC que se mejoran con respecto al PID son: una ecuación diferencial simple como generador de perfiles transitorios, un TD tolerante al ruido, la capacidad de control tanto lineal como no lineal y la estimación, así como el rechazo de la perturbación total. Dichas características forman un control que no depende de un modelo dinámico preciso de la planta. El ADRC es un reemplazo capaz del PID en términos de precisión, rechazo de perturbaciones y practicidad (Hao *et al.*, 2021). El ADRC puede

*Autor para correspondencia: edgar.cortez@alumno.buap.mx

Correo electrónico: edgar.cortez@alumno.buap.mx (Edgar Cortez Dena), hector.contrerasme@alumno.buap.mx (Hector Jonathan Contreras Mendoza), maribel.mastranzo@flexoware.com (Maribel Mastranzo Pérez), edgar.ramirez@flexoware.com (Edgar Ramírez Muñoz), fermi.guerrero@correo.buap.mx (José Fermi Guerrero Castellanos).

estimar y compensar en tiempo real las perturbaciones internas (endógenas) y externas (exógenas) desconocidas del sistema, es una estrategia de control no lineal mejora los rendimientos estáticos y dinámicos, tiene una gran robustez y adaptabilidad. Dado que no depende de un modelo preciso del sistema, es muy robusto frente a variaciones de parámetros, perturbaciones y ruidos (Huang y Xue, 2014)(Hao et al., 2021). Tiene las ventajas de una buena robustez a las perturbaciones externas del sistema, una respuesta dinámica rápida sin sobreimpulso. La única desventaja requiere una mayor capacidad de cómputo que el PID y una mayor complejidad de sintonización del sistema controlador-observador. Desgraciadamente, la técnica de ADRC, asume que la ganancia de control es bien conocida, lo cual no siempre es cierto.

Es objetivo de este trabajo es el de reportar el proceso de diseño, implementación, experimentación y resultados en el diseño de un simple control para la regulación de velocidad, que explota las características de las técnicas ADRC y las simplicidad del PI. A diferencia del clásico ADRC, en la actual propuesta, tanto la perturbación total, como la ganancia de control no son conocidas.

2. Control para un sistema incierto

Considere el siguiente sistema

$$\dot{x} = \alpha(u - h) \quad (1)$$

con $x \in \mathbb{R}$ el estado, $u \in \mathbb{R}$ el control y donde $\alpha, h(\cdot) \in \mathbb{R}$ se asumen desconocidos. El objetivo de control, es hacer que $x \rightarrow x_d, \dot{x}_d = 0$, cuando $t \rightarrow \infty$ a pesar de la incertidumbre en el modelo, representada por α , y el disturbio $h(\cdot)$, el cual representa la suma de disturbios endógenos y exógenos y que puede ser variante en el tiempo.

Antes de enunciar el resultado principal, se hacen las siguientes consideraciones:

1. $\alpha > 0$ tal que $\alpha \in [\alpha_{min}, \alpha_{max}]$
2. $h(\cdot) \in [h_{min}, h_{max}]$
3. $u(t) \in [-M, M], \forall M > 0$
4. $\left| \frac{dh(\cdot)}{dt} \right| \leq h_0$

Definición 2.1. (Función de Saturación) Dada una constante positiva M , la función continua y no decreciente $\sigma_M : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es definida como:

$$\begin{aligned} (1) \sigma_M &= s \text{ si } |s| < M; \\ (2) \sigma_M &= M \cdot \text{sign}(s) \text{ ; en otro caso} \end{aligned} \quad (2)$$

Considere al sistema (1) con la siguiente ley de control dinámica

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \lambda_f(u - z) \\ u &= \sigma_M(\lambda(x_d - x) + z) \end{aligned} \quad (3)$$

sea $e_x = x - x_d$ y $e_z = z - h$, el error de seguimiento y el error de estimación, respectivamente. Además, sea $X_e = (e_x \ e_z)^T$ el vector de estado en coordenadas del error. Entonces, después de un tiempo suficientemente grande, el vector de error queda confinado en la siguiente vecindad del origen.

$$\|X_e(t)\| \leq \frac{h_0}{\lambda_M} \quad (4)$$

h_0 se definió anteriormente y λ_M es el mayor valor propio de la matriz $A_s = \frac{1}{2}(A_e + A_e^T)$, donde A_e está dada por:

$$\begin{pmatrix} -\alpha\lambda & \alpha \\ -\lambda_f\lambda & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Observación 2.2. Note que la variable z dada en la primera ecuación de (3) tiene trayectorias acotadas, esto es:

$$|z(t)| \leq M \quad (6)$$

por lo tanto e_z siempre se mantendrá acotado, i.e., $|e_z(t)| \leq c$, para algún $c > 0$

Demostración 1. Considere la dinámica de las variables de error:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= \dot{x} - \dot{x}_d = \alpha[-\sigma_M(\lambda e_x - z) - h] \\ \dot{e}_z &= \dot{z} - \dot{h} = \lambda_f[-\sigma_M(\lambda e_x - z) - z] - \dot{h} \end{aligned} \quad (7)$$

De la Observación 2.2, se asegura que e_z se mantiene acotada. Ahora se analizarán las trayectorias de la variable e_x . Para ello se propone la siguiente Función de Lyapunov candidata

$$V = \frac{1}{2}e_x^2 \quad (8)$$

Derivamos a lo largo de la trayectoria del sistema

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_x \dot{e}_x = e_x(-\alpha\sigma_M(\lambda e_x - z) - \alpha h) \\ &= -e_x\alpha\sigma_M(\lambda e_x - z) - e_x\alpha h \end{aligned} \quad (9)$$

Asumiendo que $|\lambda e_x| > 2z$ entonces $|\lambda e_x - z| \geq z + \varepsilon$ con ε lo suficientemente pequeño. De la Observación 2.2 tenemos que:

$$|z(t)| < M \quad (10)$$

por lo que $|\lambda e_x - M| \geq M + \varepsilon$.

Esto implica que $\lambda e_x - M$ tiene el mismo signo que λe_x , es decir, tiene el mismo signo que e_x . Ahora, tomando la consideración que $|h(t)| \leq h_{max}$ se tiene:

$$\dot{V} \leq -\alpha|e_x|\sigma_M(M + \varepsilon) + \alpha|e_x|h_{max} \quad (11)$$

Asumiendo que:

$$h_{max} < \min(M + \varepsilon, M) = M \quad (12)$$

Se puede asegurar que la función decrecerá, es decir $\dot{V}_2 < 0$; en consecuencia la variable e_x entra al conjunto:

$$\Phi = \{e_x : |\lambda e_x| < 2M\} \quad (13)$$

Al entrar en este conjunto, e_x evoluciona en la parte lineal de σ_M por lo tanto el sistema (7) se convierte en:

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= -\alpha[\lambda e_x + \alpha z - h] \\ \dot{e}_z &= -\lambda_f \lambda e_x - \dot{h} \end{aligned} \quad (14)$$

Reescribiendo el sistema en forma matricial, tenemos que:

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\alpha\lambda & \alpha \\ -\lambda_f\lambda & 0 \end{pmatrix}}_{A_e} \begin{pmatrix} e_x \\ e_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \dot{h} \quad (15)$$

Para analizar la estabilidad de (15) se analizan los valores propios de A_e .

$$|s\mathbb{I} - A_e| = \begin{vmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -\alpha\lambda & \alpha \\ -\lambda_f\lambda & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} s + \alpha\lambda & -\alpha \\ \lambda_f\lambda & s \end{vmatrix}$$

Así el polinomio característico queda definido como:

$$|s\mathbb{I} - A_e| = s^2 + s\alpha\lambda + \alpha\lambda_f\lambda = 0 \quad (16)$$

puesto que $\alpha, \lambda, \lambda_f > 0$, entonces A_e es una matriz Hurwitz. Así, para el sistema dado por

$$\dot{X}_e = A_e X_e + B \dot{h} \quad (17)$$

las trayectorias del vector de error se pueden acotar por

$$X_e(t) = e^{A_e(t-t_0)} X_e(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A_e(t-\tau)} B(\dot{h}) d\tau \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \therefore \|X_e(t)\| &\leq \|e^{A_e(t-t_0)}\| \|X_e(t_0)\| \\ &\quad + \int_{t_0}^t \|e^{A_e(t-\tau)}\| \|B\dot{h}(\tau)\| d\tau \quad (19) \end{aligned}$$

$$\leq \frac{h_0}{\lambda_M} \quad (20)$$

Donde λ_M es el mayor valor propio $\frac{1}{2}(A_e + A_e^T)$

3. Control de velocidad de un servosistema

3.1. Descripción del sistema

El Modular Servo System (MSS) es una plataforma de desarrollo experimental mostrada en la Fig. 1. La interfaz de alimentación 1, suministra la energía al Motor 2 además de hacer las conexiones correspondientes para realizar la comunicación de la señal del Tacogenerador 3 con la tarjeta RT-DAC/PCI instalada en la computadora 4 la cual opera directamente con el ecosistema de MATLAB donde se introduce el sistema de control. La plataforma de desarrollo proporciona un módulo de carga inercial 5 para realizar las pruebas correspondientes.

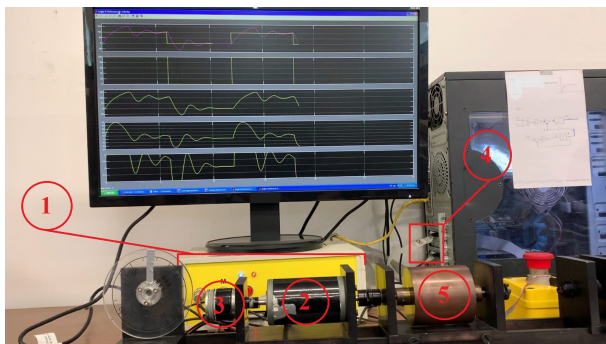


Figura 1: Captura del sistema

3.2. Modelo matemático del sistema

Se considera un motor de corriente directa como el mostrado en la Fig. 2, en donde además se marcan sus parámetros en Tabla 1.

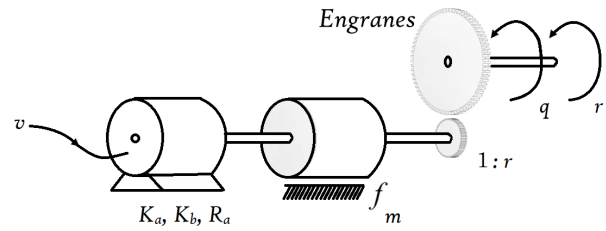


Figura 2: Modelo del sistema

El modelo matemático es:

$$\begin{cases} \tau_m = K_a i_a \\ v_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_b \\ e_b = K_b \dot{q}_m \\ q_m = r q \\ J_m \ddot{q}_m = \tau_m - B_m \dot{q}_m - \frac{\tau}{r} \end{cases} \quad (21)$$

Considerando la inductancia cero y expresándolo en términos de q el modelo puede escribirse como:

$$J_m \ddot{q} + B_m \dot{q} + \frac{K_a K_b}{R_a} \dot{q} + \frac{\tau}{r^2} = \frac{K_a}{r R_a} v \quad (22)$$

donde los parámetros del sistema son los mostrados en la Tabla 1.

Símbolo	Descripción	Unidades
q	Posición angular del eje de la carga	Rad
v	Voltaje de armadura	V
q_m	Posición angular del eje del motor	Rad
τ_m	Par en el eje del motor	Nm
i_a	Corriente de armadura	A
e_b	Fuerza contra electromotriz	V
R_a	Resistencia de armadura	Ω
L_a	Inductancia de armadura	H
K_a	Constante motor-par	Nm/A
K_b	Constante de contra reacción electromotriz	Vs/Rad
B_m	Constante de fricción	uN

Tabla 1: Parámetros

haciendo

$$a = \frac{K_a K_b}{J_m R} + \frac{B_m}{J_m}; b = \frac{K_a}{J_m r R}; c = \frac{1}{J_m r^2} \quad (23)$$

el modelo del motor DC puede escribirse como

$$\ddot{q} = -a\dot{q} + b v_a - c \tau \quad (24)$$

Para el diseño del control de velocidad, definamos a la variable de velocidad como $\omega = \dot{q}$. Entonces el sistema (24) se puede escribir como

$$\dot{\omega} = \alpha(v_a - h) \quad (25)$$

con $\alpha = b$ y $h = \frac{a}{b}\dot{q} + \frac{c}{b}\tau$

3.3. Control no lineal para la regulación de velocidad del MSS

Evidentemente el sistema (25) es de la forma de (1). Por lo tanto un control de la forma (3) permite regular la velocidad a una velocidad ω_d y rechazar la perturbación total $h(\dot{q}, \tau, t)$ activamente. Así entonces, tenemos el siguiente enunciado.

Proposición 3.1. *Considere la dinámica del sistema MSS dada por (25). Entonces el siguiente control, permite regular la velocidad de manera práctica.*

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \lambda_f(u - z) \\ u &= \sigma_M(\lambda(\omega_d - \omega) + z) \end{aligned} \quad (26)$$

3.4. Control PI para la regulación de velocidad del MSS

Ahora, vamos a considerar que la carga τ es nula, i.e., $\tau = 0$. Entonces el modelo es tal que acepta una función de transferencia de la siguiente forma

$$P(s) = \frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{b}{s + a} \quad (27)$$

La ley de control proporcional integral (PI) de dos grados de libertad está dada por:

$$u = -yk_p + (r - y)\frac{k_i}{s} \quad (28)$$

Recordando que la función de transferencia de la planta es (27), en lazo cerrado la función de transferencia es:

$$y = P(s) \left(-yk_p + (r - y)\frac{k_i}{s} \right) \quad (29)$$

por lo que la función de transferencia en lazo cerrado queda

$$\frac{y}{r} = \frac{k_i b}{s^2 + s(a + bk_p) + bk_i} \quad (30)$$

al igualar esta función de transferencia con la de sistema de segundo orden tenemos

$$\begin{aligned} k_i &= \frac{w_n^2}{b} \\ k_p &= \frac{2w_n\zeta - a}{b} \end{aligned} \quad (31)$$

Para la implementación de el control PI diseñado, ingresamos los valores que el MSS nos proporciona siendo así $a = 0,961$, $b = 178,8$, $w_n = 13,3716$ y $\zeta = 0,5912$.

3.5. Metodología

Se realizaron diferentes pruebas para realizar el experimento, el cual concluye con los siguientes 4 para obtener los datos necesarios. En cada experimento se deja actuar el control diseñado para el sistema durante 30 segundos con una señal de referencia idéntica para todos los experimentos siendo así una señal cuadrada periódica de amplitud 100 y periodo de 12 segundos con un ancho de pulso del 50 %.

Se registran los datos de amplitud y tiempo de la referencia y la señal de salida del sistema, además de la señal de control suministrada a la planta. Primeramente se realiza para el control

PI con el sistema libre de carga, graficando sus resultados para posteriormente realizar el mismo experimento pero añadiendo una carga inercial a la plataforma del sistema, registrando así la nueva gráfica y comparando los resultados obtenidos con el mismo control.

Este ejercicio se repite para el control de rechazo de perturbaciones, comparando así las respuestas del mismo control entre el sistema con carga inercial y sin ella.

Para finalizar se comparan los resultados gráficos de ambos diseños de control tanto con carga como sin carga inercial, para hacer un análisis de los resultados obtenidos en los diferentes experimentos y realizar las debidas conclusiones del diseño y resultado de este tipo de controles.

En el diseño implementado en Simulink que corresponde al control de rechazo de perturbaciones, es importante hacer notar que para el diseño del control de rechazo de perturbaciones se hace uso de un módulo de saturación el cual tiene como parámetros -12 a 12 dado y es propio del control, mientras que el otro módulo de saturación con el que cuentan ambos sistemas correspondiente a los parámetros -1 a 1 es necesario para asignarlo a la entrada de la planta propia del MSS.

4. Resultados

Los resultados gráficos que se obtuvieron del control PI se muestran en la Fig. 3 la cual muestra el seguimiento del sistema a la señal de referencia requerida de manera casi idéntica, siendo el tiempo de respuesta relativamente rápido.

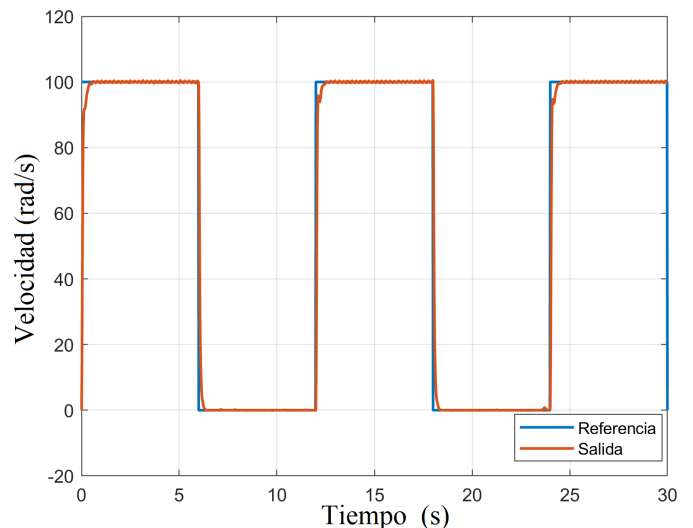


Figura 3: Gráfica de respuesta control PI sin carga

Este nos muestra una señal de control que podemos observar en la Fig. 4 donde claramente se nota que no existe saturación dado que se encuentra en un rango de -3V a 10V.

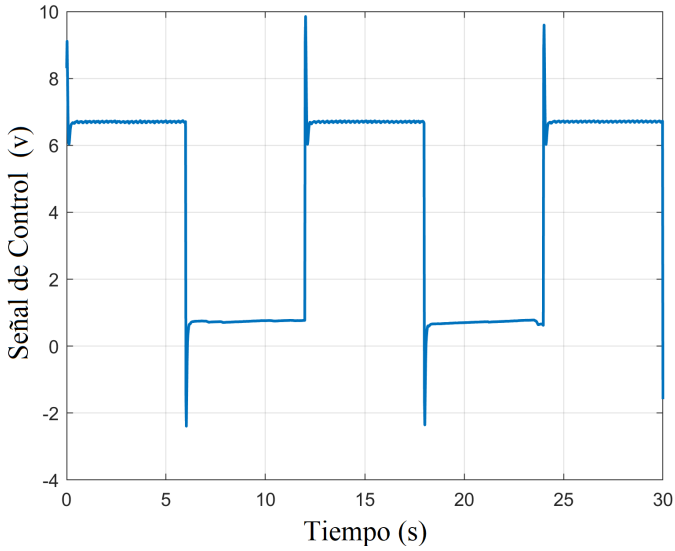


Figura 4: Gráfica de señal de control PI

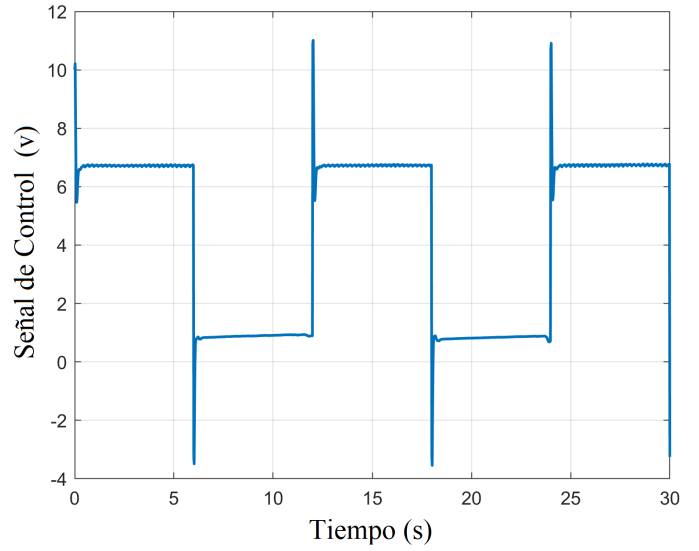


Figura 6: Gráfica de señal de control no lineal de rechazo de perturbaciones

De manera similar en la Fig. 5 observamos el comportamiento de la señal de control por rechazo de perturbaciones, que presenta mínimas diferencias con su homólogo del control PI.

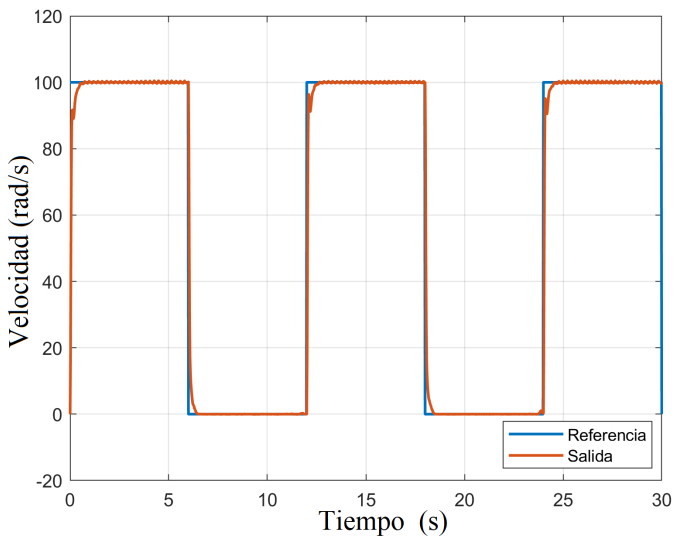


Figura 5: Gráfica de respuesta control no lineal de rechazo de perturbaciones sin carga

Es a continuación que a la plataforma de experimentos de INTECO el MSS se le implementa el módulo de carga inercial para realizar las siguientes pruebas. en el cual se muestra en la Fig. 7 la comparación de la señal de referencia dada al sistema y la señal de respuesta, la cual podemos notar que difieren de manera desproporcionada.

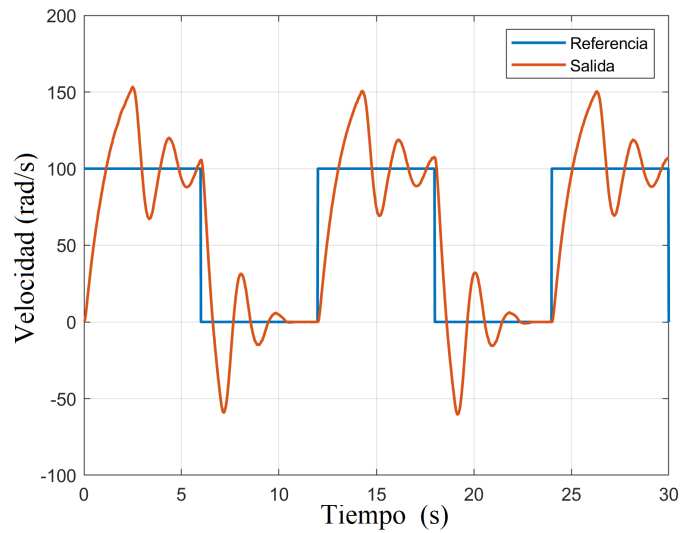


Figura 7: Gráfica de respuesta control PI con carga

Incluso la señal de control dada en la Fig. 6 es similar exceptuando que el rango de actuación es mas amplio extendiéndose desde los -4V hasta 11V.

Es en la Fig. 8 donde se puede notar que el control PI exige una señal de control de hasta 50V lo cual provoca que el control se sature y quede en lazo abierto, provocando el comportamiento previamente visto.

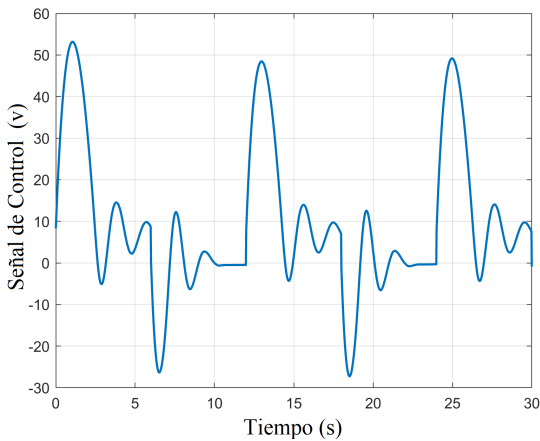


Figura 8: Gráfica de señal de control PI con carga

Mientras que los resultados arrojados por el control de rechazo de perturbaciones nos muestra una señal de salida del sistema relativamente atenuada en contra posición de su homóloga del control PI dando una señal máxima de 12V.

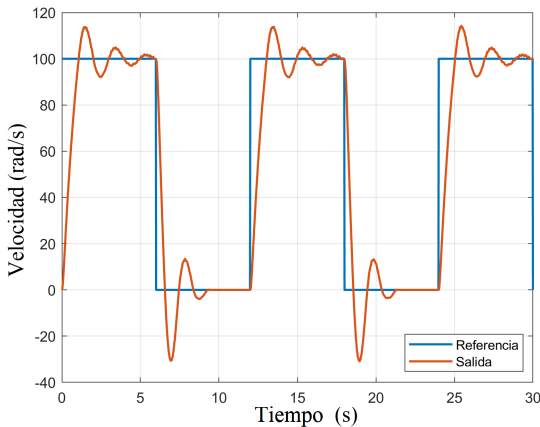


Figura 9: Gráfica de respuesta control no lineal de rechazo de perturbaciones con carga

Al revisar la señal de control suministrada al sistema notamos que aun que llega a saturar en algún momento al control no lo hace de manera tan drástica como el del PI.

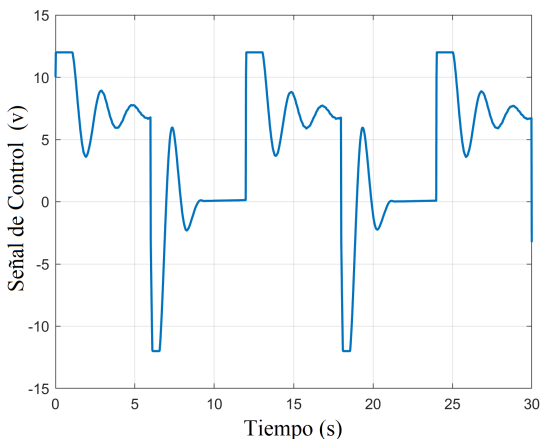


Figura 10: Gráfica de señal de control no lineal de rechazo de perturbaciones con carga

5. Conclusiones

El enfoque del control de rechazo de perturbaciones para tratar las perturbaciones en los procesos implementado al sistema ha sido eficaz para contra restar el error que puede ingresar al sistema servo.

Como se pudo observar el control PI es eficiente para tratar los sistemas que conocemos, dado que es necesario un modelo matemático preciso del sistema, el cual es difícil poder obtenerlo, dado a restricciones mismas de producción que la industria no suele otorgar, además como lo visto en este trabajo no es lo suficientemente robusto para soportar la señal de perturbación aplicada.

Mientras que el control de rechazo de perturbaciones nos da la ventaja de que no requiere de un modelo matemático preciso del sistema facilitándonos así la implementación del mismo en cualquier planta, además de que tiene un mejor rechazo a las perturbaciones que pueden existir en los diferentes tipos de procesos en el que puede ser aplicado. Es por ello que el método ocupado para el control del servo system resultó con mejores resultados en comparación con un controlador PI, al igual que se puede observar en las gráficas de los resultados que la señal de control tiene unos picos muy pequeños de saturación y esto vuelve al sistema más eficiente ya que no le demandará mucha corriente de trabajo, la elección de un control no lineal de rechazo de perturbaciones tiene muchas bondades para este tipo de sistemas.

Agradecimientos

Este trabajo fue parcialmente financiado mediante el proyecto 100305333-VIEP2022.

Referencias

- Gao, Z. (2014). Engineering cybernetics: 60 years in the making. *Control theory and technology*, 12(2):97–109.
- Hao, Z., Yang, Y., Gong, Y., Hao, Z., Zhang, C., Song, H., y Zhang, J. (2021). Linear/nonlinear active disturbance rejection switching control for permanent magnet synchronous motors. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 36(8):9334–9347.
- Huang, Y. y Xue, W. (2014). Active disturbance rejection control: Methodology and theoretical analysis. *ISA transactions*, 53(4):963–976.
- Li, S., Xia, C., y Zhou, X. (2012). Disturbance rejection control method for permanent magnet synchronous motor speed-regulation system. *Mechatronics*, 22(6):706–714.
- Zhang, G. y Furusho, J. (1998). A practical pid controller design for speed servo system. *IEEJ Transactions on Industry Applications*, 118(9):1095–1096.