




Control PID deslizante con generador de tiempo base para un sistema de levitación magnética

Sliding PID control with base time generator for a magnetic levitation system

J. Victorino-Aguilar ^{a,*}, O. A. Domínguez-Ramírez ^a, J. Peña-Ramírez ^b

^aÁrea Académica de Computación y Electrónica, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.

^bDepartamento de Electrónica y Telecomunicaciones, CONACYT-CICESE, 22860, Ensenada, México.

Resumen

Los controladores PID deslizantes han sido diseñados para su aplicación en tareas de seguimiento en sistemas robóticos. Posteriormente, la aplicación de la teoría de atractores terminales se usó para robustecer este tipo de controladores. En este artículo, se presentan los resultados experimentales del uso de un PID deslizante con generador de tiempo base para regular la posición de un sistema de levitación magnética.

Palabras Clave: Control por modos deslizantes, suspensión magnética, planeación de trayectoria.

Abstract

Sliding PID controllers have been designed for application in tracking tasks in robotic systems. Subsequently, the application of the terminal attractors theory was used to strengthen this type of controllers. In this article, the experimental results of the use of a sliding PID with time base generator to regulate the position of a magnetic levitation system are presented.

Keywords: Control by sliding modes, magnetic suspension, tracking planning.

1. Introducción

Desde hace décadas, el estudio y construcción de sistemas de levitación magnética se ha desarrollado, siendo el control de este tipo de plataformas el tema más abordado (Wong, 1986) y (Charara, 1996). Recientemente, el uso de estos sistemas ha tomado relevancia debido al desarrollo de nuevas tecnologías como los trenes de levitación magnética, coginetes magnéticos, frenos magnéticos y dispositivos de suspensión magnética en coches (M. Wenk, 2018). El uso de distintas técnicas de control para sistemas de levitación magnética, se enfocan en proporcionar mayor estabilidad a partir del modelo del sistema, dichas estrategias como el control por modos deslizantes, control robusto, control no lineal, control fraccional (Al-Muthairi and Zribi, 2004), (Hajjaji and Ouladsine, 2001), (C. Muresan and Keyser, 2001) entre otras, generan condiciones de incertidumbre al no contar con un modelo exacto de la dinámica del sistema. También, existen trabajos que emplean controles basados en lógica difusa como en (J. Ollervides and Dzul, 2010), el cual, se emplea para el control de dicho sistema sin conocer

la dinámica. Sin embargo, a conocimiento de los autores de este trabajo, no existen trabajos que contemplen la planificación de la trayectoria para robustecer la estabilidad del sistema con los controles ya mencionados.

El control aplicado en este trabajo tiene sus orígenes en (Parra-Vega and Arimoto, 1995), donde se propone una representación de coordenadas generalizadas a partir del error que induce un modo deslizante y da lugar a una convergencia exponencial robusta, posteriormente en (Parra-Vega and Arimoto, 2001), se presenta la estructura del control PID deslizante el cual es un control libre del modelo del sistema, creado para el seguimiento de trayectorias en robots manipuladores. Posteriormente, en (P. Morasso and Spada, 1997), se propone el uso de la teoría de atractores terminales para generar un perfil de movimiento en robots, el cual se integra al control PID deslizante en (Parra-Vega, 2001), (V. Parra-Vega and Akella, 2004) y (V. Parra-Vega and Domínguez-Ramírez, 2003) para mejorar el desempeño y hacer que las propiedades de estabilidad sean más fuertes. En el trabajo realizado en (O. A. Domínguez-Ramírez and Cervan-

*Autor para correspondencia: jhonatan.victorino@uaeh.edu.mx

Correo electrónico: jhonatan.victorino@uaeh.edu.mx (Jhonatan Victorino Aguilar), omar@uaeh.edu.mx (Omar Arturo Domínguez Ramírez), jpena@cicese.mx (Jonatan Peña Ramírez).

tes, 2011), se propone un perfil de movimiento para un robot, basado en un polinomio de quinto grado, que genera las condiciones planteadas en (P. Morasso and Spada, 1997) para el uso de generadores de tiempo base en robots.

El uso del control PID deslizante con generador de tiempo base se ha implementado previamente para sistemas robóticos, en los últimos años, en los trabajos realizando en (R. Raygosa and Munoz, 2015) y (C. Yang and Dan, 2020), este tipo de estructuras de control se ha utilizado en sistemas robóticos móviles tipo submarino. En este artículo, se implementa un control PID deslizante con el uso de generadores de tiempo base para un sistema electromecánico no robótico, bajo un esquema de control en cascada para la convergencia en tiempo finito de la posición en un levitador magnético.

La distribución del contenido de este artículo se realiza de la siguiente manera, a partir de esta sección introductoria. En el capítulo 2, se introduce el modelo matemático de la dinámica del sistema de levitación magnética, el capítulo 3, expone el control PID deslizante y el generador de tiempo base; en el capítulo 4, se realizan las simulaciones y pruebas experimentales del control en el sistema y posteriormente se presentan las conclusiones del trabajo realizado.

2. Modelo del dispositivo de levitación magnética

El modelado se realiza a partir del análisis del circuito equivalente aproximado de dicho sistema fabricado por la empresa Quanser (Quanser, 2019), en el cual, se identifican componentes eléctricos, mecánicos y se definen criterios (J. Ollervides and Dzul, 2010) y (A. E. Fitzgerald and Umas, 2004) para la obtención de la representación matemática de su dinámica (Victorino, 2021) y (J. Ollervides and Dzul, 2010).

A partir del modelado de sistemas dinámicos por Euler-Lagrange, se define $\zeta^T = [q(t) \quad y(t)]$ que representa el vector de coordenadas generalizadas, donde $q(t)$ representa la carga eléctrica en Coulombs (C), y $y(t)$ la salida de la planta que representa la distancia entre la cara inferior del electroimán y la parte superior de la esfera en metros (m). Dado que $\zeta \in \mathbb{R}^n$ con $n = 2$; el cálculo de las energías cinéticas y potenciales de cada elemento del sistema, representados por k_1 (Poznyak, 2005), k_2 , p_1 y p_2 (Gregory, 2006), dan origen al Lagrangiano definido por:

$$L = \frac{1}{2} \frac{K}{y(t)} \dot{q}(t)^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}(t)^2 + mg(y(t) + r - c). \quad (1)$$

A partir de (1), se obtiene las ecuaciones de la dinámica del sistema:

$$U_1 = K \frac{\ddot{q}(t)}{y(t)} - K \frac{\dot{q}(t)\dot{y}(t)}{y(t)^2}, \quad (2)$$

$$U_2 = m\ddot{y}(t) + K \frac{\dot{q}(t)^2}{2y(t)^2} - mg. \quad (3)$$

En (2) no considera el fenómeno de dispersión, dado por la función $F(\dot{q}) = \frac{1}{2} R_T \dot{q}^2$. Derivando con respecto de la carga se tiene que $\frac{\partial}{\partial \dot{q}} F(\dot{q}) = R_T \dot{q}$ con $R_T = R_c + R_s$ (J. Ollervides and Dzul (2010)). Ahora se tiene que las ecuaciones (2) y (3) tienen la forma:

$$U_1 = K \frac{\ddot{q}(t)}{y(t)} - K \frac{\dot{q}(t)\dot{y}(t)}{y(t)^2} + R_T \dot{q}(t), \quad (4)$$

$$U_2 = m\ddot{y}(t) + K \frac{\dot{q}(t)^2}{2y(t)^2} - mg. \quad (5)$$

El sistema de levitación es un sistema SIMO, conformado por una única entrada física de control para la corriente en términos de la variación del voltaje en las terminales de la bobina, esta entrada se ve reflejada en (4). La ecuación que describe la dinámica de la parte mecánica no tiene una entrada física de control, por lo que ahora las ecuaciones (4) y (5) tienen la forma:

$$K \frac{\ddot{q}(t)}{y(t)} - K \frac{\dot{q}(t)\dot{y}(t)}{y(t)^2} + R_T \dot{q}(t) = U, \quad (6)$$

$$m\ddot{y}(t) + K \frac{\dot{q}(t)^2}{2y(t)^2} - mg = 0. \quad (7)$$

Para el sistema de ecuaciones (6) y (7), la representación estándar de Euler-Lagrange matricial queda expresada de la siguiente manera:

$$H(\dot{q}, y)\ddot{\zeta} + C(\dot{q}, \dot{y}, q)\dot{\zeta} + G = U, \quad (8)$$

por lo tanto se tiene:

$$\begin{bmatrix} \frac{K}{y(t)} & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_T & -\frac{K\dot{q}(t)}{y(t)^2} \\ \frac{K\dot{q}(t)}{2y(t)^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

con:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{K}{y(t)} & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K\dot{y}(t)}{y(t)^2} \\ \frac{K\dot{q}(t)}{2y(t)^2} & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad y \quad U = \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix},$$

donde $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de momentos de inercias, $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz que considera las aceleraciones centrífugas y de coriolis, $G \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ la matriz de efectos gravitatorios, $U \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ el vector de fuerzas no conservativas, $\ddot{\zeta}$ el vector de aceleraciones de las coodenadas generalizadas y $\dot{\zeta}$ el vector de velocidades de las coodenadas generalizadas.

2.1. Propiedades de los sistemas Euler-Lagrange

Para distintos sistemas mecánicos que se pueden representar por el principio de Euler-Lagrange, se exhiben algunas propiedades útiles de (8) para el análisis de estabilidad. Propiedades: Existen escalares positivos β_i , donde $i = 0, \dots, 5$ tal que

$$\|H(\zeta)\| \geq \lambda_m(H(\zeta)) > 0,$$

$$\|H(\zeta)\| \leq \lambda_M(H(\zeta)) < \infty,$$

$$\|C(\zeta, \dot{\zeta})\| \leq \beta_2 \|\dot{\zeta}\|,$$

$$\|G(\zeta)\| \leq \beta_3 < \infty,$$

$$\|\dot{\zeta}_r\| \leq \alpha \|\Delta\zeta\| + \beta_4 + \gamma \|\sigma\|,$$

$$\|\ddot{\zeta}_r\| \leq \alpha \|\Delta\dot{\zeta}\| + \beta_5, \quad (10)$$

donde $\lambda_m(A) \geq \beta_0 > 0$, $\lambda_M(A) \leq \beta_1 < \infty$ representan los valores propios mínimos y máximos de una matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, respectivamente. $\|A\| = \sqrt{\lambda_M(A^T A)}$, y $\|b\|$ de un vector $b \in \mathbb{R}^n$ representan las normas inducidas de Frobenius y Euclidiana del

vector, respectivamente. Estas constantes se pueden calcular a partir del estado del sistema, las trayectorias deseadas, las ganancias de realimentación y los límites superiores conservadores del modelo dinámico del sistema, además de que se supone que $q_d \in C^2$ (V. Parra-Vega and Domínguez-Ramírez, 2003), con lo cual, se pueden validar dichas propiedades para el sistema de levitación.

3. Control PID deslizante

3.1. Error dinámico

Como (8) es parametrizable linealmente, por el producto de un regresor $Y = Y(\zeta, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta}) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ compuesto de funciones no lineales conocidas y un vector $\Theta \in \mathbb{R}^p$ que representa los parámetros desconocidos pero constantes, entonces la parametrización $Y\Theta$ puede escribirse en términos de una referencia nominal $\dot{\zeta}_r$; y su derivada $\ddot{\zeta}_r$ de la siguiente manera (Slotine and Li, 1987)

$$H(\zeta)\ddot{\zeta}_r + (B_0 + C(\zeta, \dot{\zeta}))\dot{\zeta}_r + G(\zeta) = Y_r\Theta, \quad (11)$$

donde el regresor Y_r de la ecuación (8) en (11) produce el error dinámico en lazo abierto S_r de la siguiente manera:

$$H(\zeta)\dot{S}_r + (B_0 + C(\zeta, \dot{\zeta}))S_r = F - Y_r\Theta, \quad (12)$$

donde S_r es el error extendido nominal definido por

$$S_r = \dot{\zeta} - \dot{\zeta}_r. \quad (13)$$

Ahora, considere la siguiente referencia nominal $\dot{\zeta}_r$ definida de la siguiente manera (Parra-Vega and Arimoto, 1995)

$$\dot{\zeta}_r = \dot{\zeta}_d - \alpha(t)\Delta\zeta + S_d - \gamma\sigma, \quad (14)$$

y

$$\dot{\sigma} = \text{sgn}(\Delta S),$$

donde γ es una matriz definida positiva, σ es la función signo de los errores extendidos de las coordenadas generalizadas y

$$\Delta S = S - S_d, \quad (15)$$

$$S = \Delta\dot{\zeta} + \alpha(t)\Delta\zeta, \quad (16)$$

$$S_d = S(t_0)e^{-k(t-t_0)}, \quad (17)$$

para un $\alpha(t) > 0$, $\Delta\zeta$ y $\Delta\dot{\zeta}$ es el error y su derivada. La ganancia de realimentación variable en el tiempo $\alpha(t)$ se define más adelante, y $S(t_0)$ representa $S(t)$ en $t = t_0$. Sustituyendo la ecuación (14) en (13) da lugar a

$$S_r = \Delta S + \gamma\sigma. \quad (18)$$

Notar que $\ddot{\zeta}_r = \ddot{\zeta}_d - \alpha(t)\Delta\dot{\zeta} + \dot{S}_d - \gamma\text{sgn}(\Delta S)$ es discontinuo. Este término es relevante para análisis de estabilidad.

3.2. Generador de tiempo base

Para el sistema de levitación magnética y en general para los sistemas electromecánicos, se tiene la dificultad para regular el comportamiento transitorio de la trayectoria generada con respecto al tiempo de movimiento y la forma del perfil de velocidad. Una estrategia para dar solución a dicho problema es hacer uso de la teoría de atractores terminales adoptando una ganancia $\alpha(t)$ para relajar la ecuación de control (P. Morasso and Spada, 1997). Considerando la siguiente ecuación diferencial de primer orden y variante en el tiempo,

$$\dot{z} = -\alpha(t)z \quad (19)$$

con:

$$\alpha(t) = \alpha_0 = \frac{\dot{\phi}}{(1-\phi) + \rho}, \quad (20)$$

$\alpha_0 = 1 + \epsilon$ donde $0 < \epsilon \ll 1$, $0 < \rho \ll 1$, ϕ es una función escalar variante en el tiempo que se diseña para ir suavemente de 0 a 1 en un tiempo finito $t = t_b > 0$ y $\dot{\phi}$ es la derivada de ϕ tal que $\dot{\phi}(t) = \dot{\phi}(t_b) = 0$. La solución de la ecuación (19) tiene la forma

$$z(t) = z(t_0)[(1-\phi) + \rho]^{1+\epsilon}, \quad (21)$$

y la ganancia $\alpha(t)$ puede ser $\alpha(t_b) > 0$ con t_b independiente de la condición inicial, esto hará que $\phi(t_b) = 1$ y esto produce que $z(t_b) = z(t_0)\rho^{1+\epsilon} > 0$ pero tan pequeño como se necesite. Por lo tanto, si nuestro controlador produce una ecuación similar a $\dot{z} + \alpha(t)z = 0$, para z como los errores de seguimiento de posición del sistema, entonces surge la convergencia de tiempo finito (Parra-Vega, 2001).

Si (20) es el término utilizado en (16), el cual es un elemento que permitirá regular la convergencia; las derivada temporal constituye la velocidad empleada en el control a través del cálculo de los errores dinámicos. Si se diseña un $\phi(t)$ como un polinomio de quinto grado de tal manera que tenga un comportamiento deseado descrito anteriormente junto con su derivada de la forma

$$\phi(t) = a_3 \frac{(t-t_0)^3}{(t_b-t_0)^3} - a_4 \frac{(t-t_0)^4}{(t_b-t_0)^4} + a_5 \frac{(t-t_0)^5}{(t_b-t_0)^5}.$$

En el caso de la mayoría de los sistemas y tareas, se da el caso de que $t_0 = 0$, por lo que se tiene

$$\phi(t) = a_3 \frac{t^3}{(t_b)^3} - a_4 \frac{t^4}{(t_b)^4} + a_5 \frac{t^5}{(t_b)^5},$$

derivando temporalmente el polinomio se tiene el termino $\dot{\phi}$ como

$$\dot{\phi}(t) = 3a_3 \frac{t^2}{(t_b)^3} - 4a_4 \frac{t^3}{(t_b)^4} + 5a_5 \frac{t^4}{(t_b)^5}.$$

En la Figura 1 se muestra la respuesta que se desea obtener en la regulación a través del polinomio propuesto.

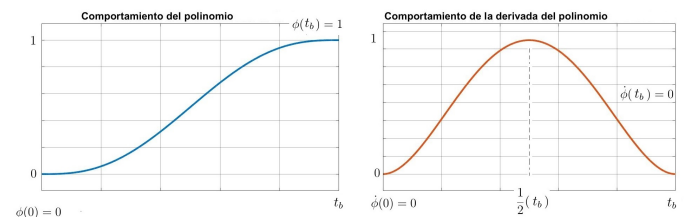


Figura 1: Respuesta del polinomio y su derivada temporal.

Donde el polinomio $\phi(t)$ corresponde a una trayectoria suave tanto al inicio como al final, lo cual rompe con los efectos inerciales debido al estado de reposo y de movimiento, t es el tiempo y tb es el tiempo de convergencia. Los coeficientes del polinomio $a_3 = 10$, $a_4 = 15$ y $a_5 = 6$ corresponden a los valores al resolver para las condiciones definidas en la Figura 1. Este comportamiento inducido por el polinomio sobre el error extendido permite un comportamiento suave al comenzar el experimento y al llegar al tiempo tb (O. A. Domínguez-Ramírez and Sepúlveda-Cervantes, 2011).

3.3. Control PID deslizante

Un controlador PID no lineal descentralizado sin modelo es: Teorema 1: Considere la dinámica del sistema E-L (8) en lazo cerrado con el control descrito de la siguiente manera:

$$F = -k_d S_r$$

$$= -k_p \Delta \zeta - k_d \Delta \dot{\zeta} + k_d S_d - k_i \int_{t_0}^t \text{sgn}(\Delta S) dS_\zeta \quad (22)$$

Donde S_r está dado por $S_r = \Delta S + \gamma \sigma$, k_d es una matriz diagonal simétrica definida positiva de $n \times n$, $k_p = k_d \alpha(t)$ y $k_i = k_d \gamma$ (Parra-Vega and Arimoto, 2001).

4. Implementación y resultados

Para tener un control de la intensidad corriente del circuito electromagnético y de la posición del objeto a levitar, se propone un esquema de control en cascada mostrado en la Figura 2, el cual es descrito a continuación. El control PID deslizante se utiliza para la posición ($\zeta(t)$) de la esfera, y el control lineal PI para la corriente ($i(t)$). El comportamiento del control PI es ideal para el control de la corriente, debido a que se requiere una reacción rápida para su regulación a través de la tensión ($V(t)$) en el debanado del electroimán, la regulación de la corriente estabiliza el campo electromagnético, el cual, está directamente relacionado a la distancia del entrehierro existente en el sistema como se muestra en la ecuación (7). A su vez, se requiere el control de la distancia del entrehierro ($\zeta(t)$), esto se realiza por medio de la dinámica inducida por acción del control PID deslizante, cuya salida de control, es la corriente requerida ($i_d(t)$) para llevar al sistema a la referencia de posición deseada ($\zeta_d(t)$) como se visualiza en la ecuación (6).

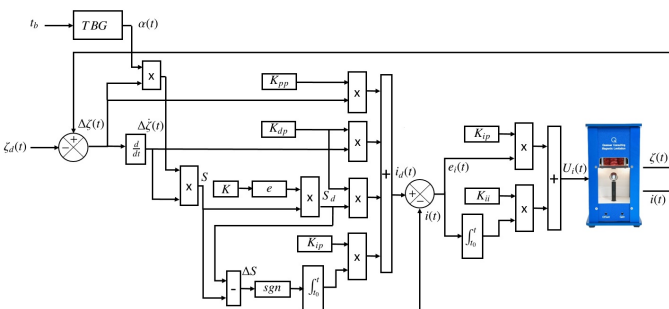


Figura 2: Esquema del control en cascada para el sistema de levitación magnética.

4.1. Simulación

La simulación del esquema de control a partir de las ecuaciones dinámicas del sistema se realiza en Simulink de Matlab. Se programa la dinámica del sistema descrito por las ecuaciones (6) y (7), el control PID deslizante descrito por (22) y un control PI lineal $U(t) = K_{ip} e_i(t) + K_{ii} \int_{t_0}^t e_i(\tau) t(\tau)$ donde $U(t)$ es la señal de control de corriente en volts (V) y $e_i(t) = i_d(t) - i(t)$. Al ejecutar la simulación con las siguientes especificaciones: $K_{pp} = -210$, $K_{dp} = 105$, $K_{ip} = -330$, $K_{ip} = 6$, K_{ii} , $Tb = 10s$, una referencia de $\zeta_d(t) = 0,007m$ y un tiempo de simulación de 15 segundos se obtienen los siguientes resultados.

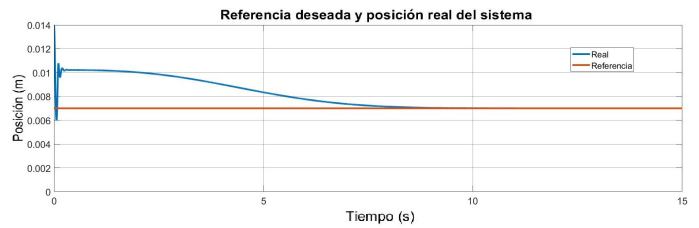


Figura 3: Respuesta del sistema ante una referencia de posición de 7mm y un tiempo de convergencia de 10s.

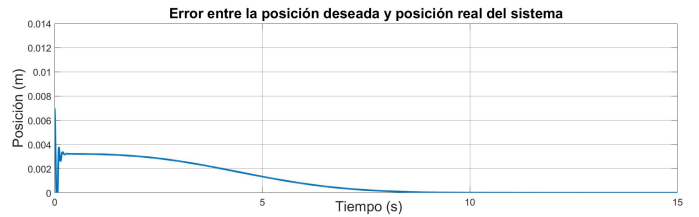


Figura 4: Error generado entre la referencia de posición de 7mm y la respuesta del sistema con un tiempo de convergencia de 10s.

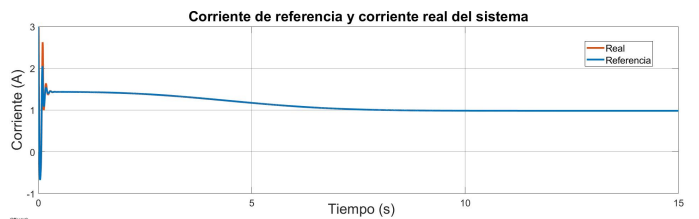


Figura 5: Respuesta del circuito eléctrico ante la referencia generada por la salida del control de posición.

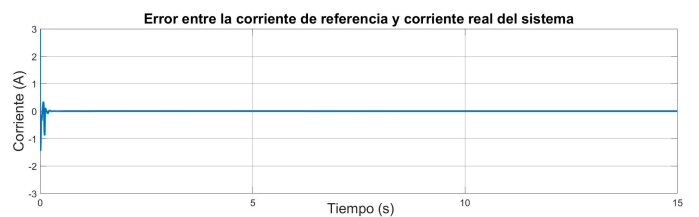


Figura 6: Error generado entre la referencia de corriente y la corriente real del sistema.

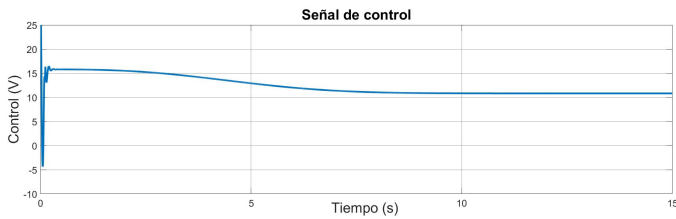


Figura 7: Señal de control generada por el control de corriente inyectada a la entrada del sistema como una señal de voltaje.

Se observa claramente en la Figura 3 que el uso del control PID deslizante con el uso del generador de tiempo base, hace que la trayectoria de la variable $\zeta(t)$ llega a la referencia deseada en $t = tb = 10$ llevando el error de posición a cero, mostrado en la Figura 4. En el lazo interno, se toma la señal de control de posición como referencia $F(t) = i_d(t)$, la corriente del circuito magnético es llevada a esta referencia (Figura 5) a través de la variación de la diferencia de potencial $U(t) = V(t)$, cerrando así el lazo de control de posición y se valida el funcionamiento en simulación del esquema de control propuesto.

4.2. Implementación del control en el sistema

Una vez validado el esquema de control en simulación, se realiza el experimento con el sistema físico haciendo uso de Simulink de matlab, ya que el fabricante proporciona una interfaz de comunicación estable a partir de dicho software. Se realizan dos pruebas, la primera con las siguientes especificaciones: $K_{pp} = -125$, $K_{dp} = 105$; $K_{ip} = -330$, $K_{ip} = 6$, $K_{ii} = 1500$ $Tb = 5s$ y una referencia de $\zeta_d(t) = 7mm$, obteniendo los siguientes resultados.

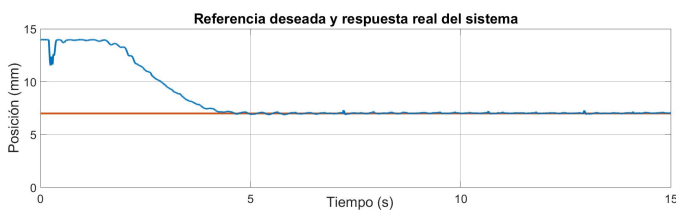


Figura 8: Respuesta del sistema MAGLEV ante una referencia de posición de 7mm y un tiempo de convergencia de 5s.

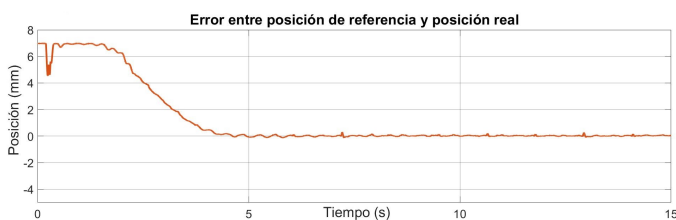


Figura 9: Error generado entre la referencia de posición de 7mm y la respuesta real del sistema con un tiempo de convergencia de 5s.

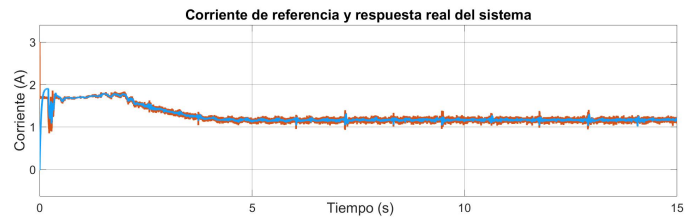


Figura 10: Respuesta real del circuito eléctrico ante la referencia generada por la salida del control de posición.

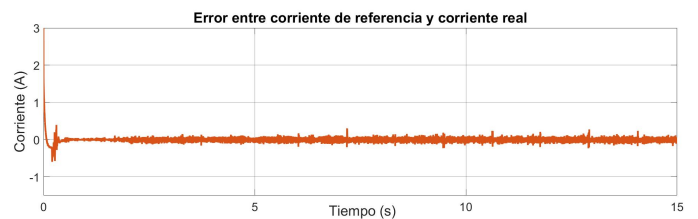


Figura 11: Error generado entre la referencia de corriente y la corriente real del sistema.

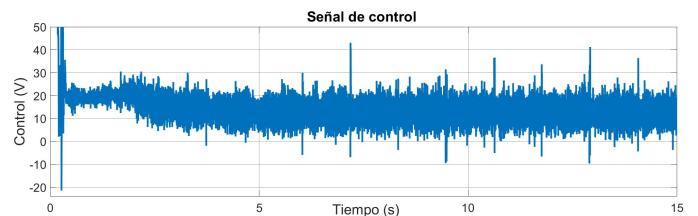


Figura 12: Señal de control generada por el control de corriente inyectada a la entrada del sistema como una señal de voltaje.

La segunda prueba se realiza con la finalidad de verificar que se tiene un control del tiempo de convergencia t_b a partir de generador de tiempo base, por lo que se utiliza un valor $t_b = 10s$, obteniendo los siguientes resultados.

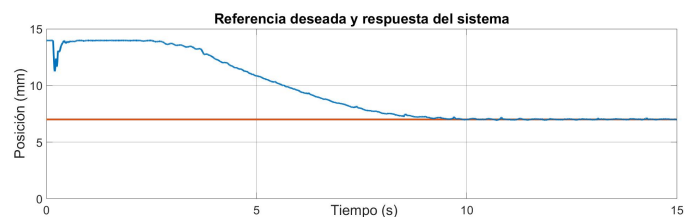


Figura 13: Respuesta del sistema MAGLEV ante una referencia de posición de 7mm y un tiempo de convergencia de 10s.



Figura 14: Error generado entre la referencia de posición de 7mm y la respuesta real del sistema con un tiempo de convergencia de 10s.

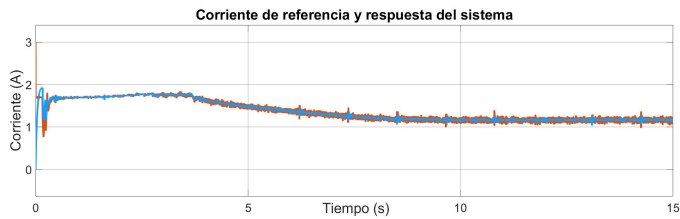


Figura 15: Respuesta real del circuito eléctrico ante la referencia generada por la salida del control de posición.

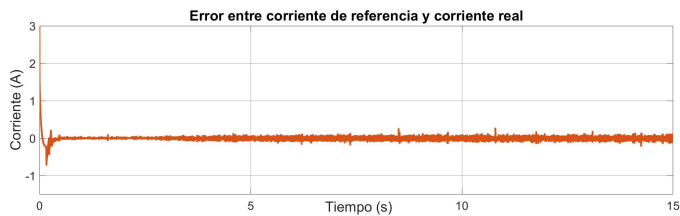


Figura 16: Error generado entre la referencia de corriente y la corriente real del sistema.

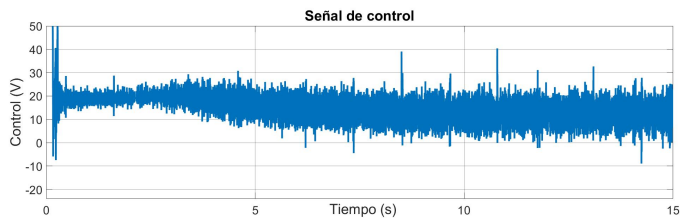


Figura 17: Señal de control generada por el control de corriente inyectada a la entrada del sistema como una señal de voltaje.

Con los resultados mostrados, se verifica el funcionamiento del control PID deslizante con el uso de un generador de tiempo base sobre el sistema de levitación magnética.

Conclusiones

La planificación de la trayectoria para la regulación de la posición de sistemas robóticos descrita en la subsección 3.2, a través de un control PID no lineal basado en teoría de modos deslizantes, es útil en la planificación de trayectorias de otros sistemas electromecánicos altamente inestables. Se valida de forma experimental, el uso de este tipo de estrategias de control en el levitador magnético bajo un esquema de control en cascada, en donde su uso en conjunto con un control lineal para la estabilización de la corriente $i(t)$ a través de la tensión de alimentación del subsistema eléctrico, no tiene repercusión sobre la convergencia en tiempo finito $t = t_b$ de la variable de estado del subsistema mecánico $y(t)$.

Con el uso del generador de tiempo base, se genera una trayectoria suave que permite la convergencia de la esfera que se encuentra en interacción con el campo electromagnético del sistema a la referencia de posición deseada, de modo que los efectos inerciales que se producen en la dinámica del sistema mecánico, son disipados antes de que el tiempo t_{DT} en el que la dinámica transitoria de la variable de estado es llevada a la referencia en

el tiempo deseado t_b , lo que genera condiciones de mayor estabilidad y garantiza control sobre el tiempo de convergencia de la variable $\zeta(t)$.

Referencias

- A. E. Fitzgerald, C. K. and Umas, D. (2004). *Maquinas Eléctricas, 1a ed. México: Mc Graw Hill.*
- Al-Muthairi, F. and Zribi, M. (2004). Sliding mode control of a magnetic levitation system. *Mathematical Problems in Engineering.*
- C. Muresan, C. Ionescu, S. F. and Keyser, R. (2001). Fractional order control of unstable processes: the magnetic levitation study case. *Nonlinear Dynamics*, vol. 80.
- C. Yang, F. Y. and Dan, P. (2020). Adaptive sliding mode pid control for underwater manipulator based on legendre polynomial function approximation and its experimental evaluation. *Applied Sciences*, vol. 10:pp. 1728.
- Charara, A. (1996). Nonlinear control of a magnetic levitation system without premagnetization. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 4, no. 5:pp. 513–523.
- Gregory, R. D. (2006). *Classical mechanics an undergraduate text, 1a ed., UK: Cambridge University Press.*
- Hajjaji, A. E. and Ouladsine, M. (2001). Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 48:pp. 831–838.
- J. Ollervides, V. Santibañez, M. L. and Dzul, A. (2010). Aplicación de control borroso a un sistema de suspensión magnética: Comparación experimental. *RIAIM*, vol. 1.
- M. Wenk, J. Klühspies, e. a. (2018). *Maglev: Science Experiment or the Future of Transport Practical Investigation of Future Perspectives and Limitations of Maglev Technologies in Comparison with Steel-Wheel-Rail.*
- O. A. Domínguez-Ramírez, A. Jarillo-Silva, V. P.-V. and Sepúlveda-Cervantes, G. (2011). Neurorehabilitación robótica basada en guiado kinestésico local para miembro superior con movimiento involuntario. *Ciencia Universitaria*, vol. 2.
- O. A. Domínguez-Ramírez, A. Jarillo-Silva, V. P.-V. F. R.-S. and Cervantes, G. (2011). Neurorehabilitación robótica basada en guiado kinestésico local para miembro superior con movimiento involuntario. *Ciencia Universitaria*, no. 2:pp. 19 – 33.
- P. Morasso, V. S. and Spada, G. (1997). A computational theory of targeting movements based on force fields and topology representing networks. *Neurocomputing Elsevier*, vol. 15.
- Parra-Vega, V. (2001). Second order sliding mode control for robot arms with time base generators for finite-time tracking. *Dynamics and Control*, vol. 11:pp. 175–186.
- Parra-Vega, V. and Arimoto, S. (1995). Adaptive control for robot manipulators with sliding mode error coordinate system: free and constrained motions. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1:pp. 591–596.
- Parra-Vega, V. and Arimoto, S. (2001). Nonlinear pid control with sliding modes for tracking of robot manipulators. *IEEE International Conference on Control Applications.*
- Poznyak, A. S. (2005). *Modelado matemático de los Sistemas Mecánicos, Eléctricos y Electromecánicos, 1a ed., México: CINVESTAV.*
- Quanser (2019). *Magnetic levitation [online].* [https://www.quanser.com/products/magnetic-levitation.](https://www.quanser.com/products/magnetic-levitation)
- R. Raygosa, E. Olguín-Díaz, V. P.-V. and Muñoz, A. (2015). Control libre de modelo basado en modos deslizantes integrales para robots submarinos. *RIAI*, vol. 11:pp. 313–324.
- Slotine, J. J. E. and Li, W. (1987). On the adaptive control of manipulators. *Internat J. Robotics Research*, vol. 3:pp. 49–59.
- V. Parra-Vega, L. García-Valdovinos, A. C.-T. and Domínguez-Ramírez, O. A. (2003). Sliding pid control for tracking in finite time for robot arms. *International Conference on Advanced Robotics*, vol. 11.
- V. Parra-Vega, S. Arimoto, Y. L. G. H. and Akella, P. (2004). Dynamic sliding pid control for tracking of robot manipulators: Theory and experiments. *Robotics and Automation, IEEE Transactions*, vol. 19:pp. 967 – 976.
- Victorino, J. (2021). *Estímulo háptico basado en fuerza magnética de un sistema de levitación. Tesis de maestría, Departamento de computación y electrónica, UAEH, Mineral de la reforma, Hgo, México.*
- Wong, T. H. (1986). Design of a magnetic levitation control system undergraduate project. *IEEE Transactions On Education*, vol. E29, no. 4:pp. 196–200.