

# Asistencia robotizada adaptable del miembro superior basado en respuesta biomecánica y fisiológica del humano

## Adaptive robotic assistance of the upper limb based on biomechanical and physiological response of the human

E. Valdés-Rincón <sup>a,\*</sup>, O.A. Domínguez-Ramírez <sup>b</sup>, L.R. Lechuga-Gutiérrez <sup>c</sup>

<sup>a</sup>Escuela Preparatoria Número 3, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.

<sup>b</sup>Centro de Investigación en Tecnologías de Información y Sistemas, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.

<sup>c</sup>CRIP, CONACYT, Ciudad de México, México

### Resumen

Dentro de los procesos de rehabilitación por medio de asistencia robotizada se estudian diferentes aplicaciones y múltiples tipos de control, permitiendo la repetición de los procesos. Los resultados de estos estudios no consideran las condiciones del humano dentro del lazo de control, por lo cual se plantea el caracterizar el esfuerzo del usuario por medio de las señales mioeléctricas del miembro superior obtenidas por el brazalete Myo, siendo el modificador de un indicador dentro de la consigna de control PD+G. Con lo cual, se tomó muestras de las señales mioeléctricas mientras se realizó una tarea con el robot, procesadas con un filtro Kernel Gaussiano, para la caracterización del esfuerzo por medio del método de polinomios anidados. Los resultados obtenidos permiten establecer una región dentro del espacio de trabajo del robot donde el esfuerzo del paciente es el mínimo, de esta forma incorporar condiciones biomecánicas dentro del proceso de guiado háptico.

**Palabras Clave:** Biomecánica, Retroalimentación de fuerza, Rendimiento humano, Rehabilitación, Electromiografía.

### Abstract

Within the rehabilitation processes by means of robotic assistance, different applications and multiple types of control are studied, allowing the repetition of the processes. The results of these studies do not consider the conditions of the human within the control loop, for which it is proposed to characterize the user's effort through the myoelectric signals of the upper limb obtained by the Myo bracelet, being the modifier of an indicator within of the PD+G control setpoint. With which, samples of the myoelectric signals were taken while a task was performed with the robot, processed with a Kernel Gaussian filter, for the characterization of the effort by means of the nested polynomials method. The results obtained allow establishing a region within the robot's workspace where the patient's effort is minimal, thus incorporating biomechanical conditions within the haptic guidance process.

**Keywords:** Biomechanics, Force Feedback, Human Performance, Rehabilitation, Electromyography.

## 1. Introducción

Debido a que la rehabilitación de un paciente con discapacidad en el miembro superior recibe fisioterapia de forma que los métodos tradicionales implican una repetición de actividades incentivando el proceso de reaprendizaje de las acciones de movilidad (van der Putten et al., 1999), (Cameron, 2013), (Winstein and Kay, 2015). En la metodología moderna el paciente recibe asistencia robotizada, misma que tiene por objetivo la regulación mediante la interacción con un robot, el cual

guía el movimiento del miembro superior (Marchal-Crespo and Reinkensmeyer, 2009) algunas de estas metodologías siguen protocolos clínicos como NASA-TLX, mismo que fue implementado en (Rivera et al., 2013) y (Gálvez et al., 2015). Por otro lado, se ha estudiado la obtención de las señales mioeléctricas (EMG) relacionado con el miembro superior por medio del brazalete de control de gestos Myo. Algunos estudios relacionados con el procesamiento y caracterización de las señales EMG para la posterior manipulación de diferentes dis-

\* Autor para correspondencia: elizabeth.valdez@uaeh.edu.mx

**Correo electrónico:** elizabeth.valdez@uaeh.edu.mx (Elizabeth Valdés-Rincón), omar@uaeh.edu.mx (Omar Arturo Domínguez-Ramírez), luis.lechuga@conacyt.mx (Luis Rey Lechuga-Gutiérrez).

**Historial del manuscrito:** recibido el 08/11/2022, última versión-revisada recibida el 08/11/2022, aceptado el 08/11/2022, publicado el 11/11/2022. **DOI:** <https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial5.10205>



positivos como en (J..Brazeiro et al., 2015), (Guachamin, 2017) y (Gutierrez et al., 2018). A partir de los gestos preestablecidos del brazalete Myo se ha logrado controlar un robot manipulador para diferentes tareas (de los Santos Bojórquez, 2015). O estudios que enlazan las señales EMG con exoesqueletos de articulaciones (Campoverde and Nacipucha, 2016) o el miembro completo (Villeda et al., 2013) para facilitar movilidad del miembro superior.

La utilización del guiado háptico con la finalidad de rehabilitación va desde el diagnóstico de personas con problemas neuronales (Dominguez-Ramirez et al., 2004), hasta la implementación de sistemas maestro-esclavo para la rehabilitación del usuario (Turijan-Rivera et al., 2013). El contar con dispositivos robóticos en la rehabilitación del paciente permiten una repetición precisa e igualitaria de cada actividad, aunque se cuenta con problemas asociados al paciente, que también representan problemas relacionados con la plataforma al no considerar la incertidumbre que genera la condición humana en la interacción. La solución planteada promueve ajustar la trayectoria de control con respecto al esfuerzo generado por el usuario (paciente) caracterizado por medio de las EMG con el mismo tipo de consigna de movimiento permitiendo que con el ciclo de repeticiones se mejore el seguimiento de la trayectoria.

Por lo que el objetivo de la investigación es el diseño de un sistema de interacción hombre-robot para tareas de neurorehabilitación bajo el criterio de asistencia basado en requerimientos espacio-fuerza del usuario empleando retroalimentación mioeléctrica. El logro de una adaptación de la trayectoria con respecto al esfuerzo caracterizado por medio de las señales EMG brinda la inclusión de las condiciones del paciente dentro de la tarea de control para su proceso de rehabilitación.

## 2. Marco Teórico

Se presenta información teórica importante para el desarrollo de la investigación realizada, misma que permite dar un panorama de lo realizado durante la misma.

### 2.1. Filtro Kernel Gausseano

Las señales mioeléctricas (EMG) empleadas durante las pruebas de caracterización se someten a un proceso de filtrado, mismo que se realizó por medio de una función Kernel Gaussiana (A.Mohammed et al., 2011). A continuación, se presenta una serie de definiciones para la construcción del filtro empleado. *Definición:* Sea  $I \in [0, N] \subset \mathbb{Z}$  y  $\Theta(I)$  una función Heaviside. La **función Kernel Gaussiana**  $\alpha : [0, N] \rightarrow \mathbb{R}$  esta descrita por:

$$\alpha(I) = \frac{Ie^{1-I/T_s}}{T_s} \Theta(I) \quad (1)$$

donde  $\alpha_{max} = \alpha(T_s)$ . Con  $T_s$  tal que  $T_s \ll N$ . Además  $\alpha(I)$  cumple

$$\lim_{I \rightarrow \infty} \alpha(I) = 0$$

*Definición:* Sea  $I \in [0, N] \subset \mathbb{Z}$ ,  $F(k) \in \mathbb{R}$  el valor de una señal en el instante  $k$  y  $|F(k)|$  el valor absoluto de la función  $F(k)$  con  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ . Se define a la función  $\beta(I)$  como:

$$\beta(I) = |F(k)|\alpha(I) \quad (2)$$

con  $\beta_{max} = \beta(T_s) = |F(k)|$ . *Definición:* Sea  $\alpha(I)$  la función Kernel Gaussiana,  $\{F(k)\} \subset \mathbb{R}$  el conjunto de valores de una señal  $F$  y  $|F(k)|$  valor absoluto de  $F(k)$  con  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ . La familia de  $\beta(I)$  esta descrita por:

$$\begin{aligned} \beta(0) &= |F(0)|\alpha(k) \\ \beta(1) &= |F(1)|\alpha(k-1) \\ \beta(2) &= |F(2)|\alpha(k-2) \\ \beta(3) &= |F(3)|\alpha(k-3) \\ &\vdots \\ \beta(N) &= |F(N)|\alpha(k-N) \end{aligned} \quad (3)$$

Para la implementación del filtro se aplica la superposición de las funciones  $\beta(I)$  con  $I = 0, 1, 2, \dots, N$  representada por (4). La señal obtenida con la función  $SB$  es la sometida al proceso de clasificación.

$$SB = \sum_{i=1}^N \beta(i) \quad (4)$$

El valor absoluto de la función  $F(k)$  en la familia de  $\beta(I)$  permite no perder información durante el filtrado; esto debido a que la señal final es una suma de funciones cuya amplitud es directamente proporcional al valor recibido por el sensor, al contar con valores con amplitud negativa produciría una interpretación errónea de  $SB$ .

### 2.2. Polinomios Anidados

La clasificación se basa en el método de Polinomios Anidados, mismas que se ajusta para múltiples dimensiones por una función polinomial con un conjunto de parámetros. Iniciando con la descripción del proceso de ajuste en una dimensión. Dado un conjunto de datos  $(x_i, y_i)$  con  $\{x, y\} \in \mathbb{R}$ , se desea encontrar una función  $y = p(x)$  que mejor se aproxime a esos datos; ahora se propone un polinomio de grado  $n$  de la forma:

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n \quad (5)$$

Una vez establecido el polinomio se determinan sus parámetros minimizando una función de costo, la cual se propone con la forma:

$$C = \sum_{i=0}^m (f(x_i) - y_i)^2 / 2 \quad (6)$$

$$C = \sum_{i=0}^m (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + a_3x_i^3 + \dots + a_nx_i^n - y_i)^2 / 2 \quad (7)$$

Derivando parcialmente a  $C$  para obtener la tasa de cambio de la función de costo con respecto a cada una de las variables  $(a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial a_0} &= \sum_{i=0}^m (f(x_i) - y_i) \cdot 1 \\ \frac{\partial C}{\partial a_1} &= \sum_{i=0}^m (f(x_i) - y_i) \cdot x_i \\ &\vdots \\ \frac{\partial C}{\partial a_n} &= \sum_{i=0}^m (f(x_i) - y_i) \cdot x_i^n \end{aligned} \quad (8)$$

Obteniendo un sistema de  $n + 1$  ecuaciones, con  $n + 1$  incógnitas. Y proponiendo:

$$\begin{aligned} c_k &= x_0^k + x_1^k + x_2^k + x_3^k + \dots + x_n^k \\ &\text{con } (k = 0, \dots, 2n) \\ t_k &= x_0^k y_0 + x_1^k y_1 + x_2^k y_2 + x_3^k y_3 + \dots + x_n^k y_n \\ &\text{con } (k = 0, \dots, n) \end{aligned} \quad (9)$$

así el sistema de  $n + 1$  ecuaciones

$$\begin{aligned} a_0c_0 + a_1c_1 + a_2c_2 + \dots + a_nc_n &= t_0 \\ a_1c_1 + a_2c_2 + a_3c_3 + \dots + a_{n+1}c_{n+1} &= t_1 \\ a_2c_2 + a_3c_3 + a_4c_4 + \dots + a_{n+2}c_{n+2} &= t_2 \\ &\vdots \\ a_nc_n + a_{n+1}c_{n+1} + a_{n+2}c_{n+2} + \dots + a_{2n}c_{2n} &= t_n \end{aligned} \quad (10)$$

representa el sistema de ecuaciones matricial:

$$\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & \dots & c_n \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_{n+1} \\ c_2 & c_3 & c_4 & \dots & c_{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_n & c_{n+1} & c_{n+2} & \dots & c_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0 \\ t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

representando el arreglo de forma matricial:

$$Ck_{[n \times n]}A_{[n \times 1]} = Tk_{[n \times 1]} \quad (12)$$

donde  $Ck$  es la matriz de los coeficientes, en la que intervienen todos los  $n$ -parámetros de la variable  $x$ ,  $Tk$  es la columna de términos constantes que contiene las salidas deseadas, y  $A$  la columna de las incógnitas constantes a encontrar. Si el determinante de  $Ck$  no es nulo, existe una matriz inversa  $Ck^{-1}$ ; resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$A = Ck^{-1}Tk \quad (13)$$

Para extender de una dimensión a las dimensiones  $d$ , cada conjunto de soluciones ( $A_{[n \times 1]}$ ) se propone como un vector fila en una matriz de Vandermonde en modo  $n$ -dimensional (matriz de Vandermonde anidada), es decir, para un campo escalar  $d$ -dimensional (con un polinomio de grado  $n$  para cada dimensión), la matriz polinomial anidada asociada es:

$$MV = \begin{pmatrix} p_{y1} \cdot 1 & p_{y1} \cdot x_1 & p_{y1} \cdot x_1^2 & \dots & p_{y1} \cdot x_1^n \\ p_{y2} \cdot 1 & p_{y2} \cdot x_2 & p_{y2} \cdot x_2^2 & \dots & p_{y2} \cdot x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{yk} \cdot 1 & p_{yk} \cdot x_k & p_{yk} \cdot x_k^2 & \dots & p_{yk} \cdot x_k^n \end{pmatrix} \quad (14)$$

donde  $k$  es el  $k$ -ésimo conjunto de entradas,  $p_{yi}$  es el  $i$ -ésimo vector de la matriz de Vandermonde para la entrada  $y$ , es decir:

$$p_{yi} = \begin{bmatrix} p_{zi} \cdot 1 & p_{zi} \cdot y_i & p_{zi} \cdot y_i^2 & \dots & p_{zi} \cdot y_i^n \end{bmatrix} \quad (15)$$

para lo cual  $p_{zi}$  representa el  $i$ -ésimo vector de la matriz de Vandermonde de la dimensión  $z$ , así sucesivamente hasta terminar con las  $m$  dimensiones. Una vez completa la matriz de Vandermonde  $m$ -dimensional, se puede aplicar el método de mínimos cuadrados recursivo para resolver el sistema de ecuaciones. Para evaluar la arquitectura de los polinomios anidados, se recomienda utilizar el método  $n$ -dimensional de Horner extendido a polinomios anidados, la razón de esto es que, al anidar ecuaciones, la información se pierde porque la solución de los polinomios de dimensiones más profundas alimenta polinomios de capas superiores perdiendo información por el redondeo que realiza el software, provocando una acumulación del error que a su vez provoca que la solución diverja de la real. El algoritmo de Horner trata de evaluar un polinomio de la forma más eficiente; si se tiene la ecuación:

$$p_x = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 \quad (16)$$

La forma más eficiente de evaluar un polinomio según el método de Horner es:

$$H(x, \bar{a}) = (((a_nx + a_{n-1})x + a_{n-2})x + \dots + a_1x) + a_0 \quad (17)$$

Dado que el concepto de polinomios anidados hace que  $a_i$  sea un nuevo polinomio. Para la primera dimensión se tendrá  $n + 1$  polinomios, donde  $n$  es el grado del polinomio de la primera dimensión; así sucesivamente para las dimensiones posteriores. Se puede proponer una expresión general, por ejemplo para tres dimensiones  $(x, y, z)$ , como:

$$p(x, y, z) = H(H(H(z, \bar{a}), y), x) \quad (18)$$

Con  $\bar{a}$  como el vector de constantes que resuelven el polinomio anidado.

### 2.3. Control PD+G

La implementación del control debe considerar el modelo dinámico del sistema y sus propiedades principales. Se cuenta con el modelo dinámico del dispositivo háptico (DH-GT) obtenido por el método de Euler-Lagrange, representado de forma general por (19).

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (19)$$

donde  $H(q)$ ,  $C(q, \dot{q})$ ,  $G(q)$  y  $\tau$  son la matriz de fuerzas inerciales, la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis, el vector de fuerzas gravitacionales y el par de entrada al sistema, respectivamente. Considerando un control articular se tomó en cuenta a los vectores de posición  $q_d$  y velocidad  $\dot{q}_d$  deseadas, donde se desea encontrar  $\tau$  tal que la posición  $q$  siga las coordenadas articulares deseadas  $q_d$ , así como la velocidad  $\dot{q}$  se comporte como la velocidad deseada  $\dot{q}_d$ . Con la finalidad de considerar estabilidad en el sistema robótico, proponemos una función de Lyapunov de tal forma que  $V(q, \dot{q}) > 0$ , dado por:

$$V(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T H(q)\dot{q} + \frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p\tilde{q} \quad (20)$$

con lo cual al derivar se tiene:

$$\dot{V}(q, \dot{q}) = \dot{q}^T H(q)\ddot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T \dot{H}(q)\dot{q} + \tilde{q}^T K_p\dot{\tilde{q}} \quad (21)$$

si se despeja  $H(q)\ddot{q}$  de (19) y se sustituye en la ecuación anterior:

$$\dot{V}(q, \dot{q}) = \dot{q}^T (\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)) + \frac{1}{2}\dot{q}^T \dot{H}(q)\dot{q} + \tilde{q}^T K_p\dot{\tilde{q}} \quad (22)$$

Por la propiedad de anti-simetría (Silva et al., 2009); al ser  $\dot{q}_d$  un escalar se implica que  $\dot{\tilde{q}}^T = \dot{q}^T$ , con lo cual:

$$\dot{V}(q, \dot{q}) = \dot{q}^T \tau - \dot{q}^T G(q) + \dot{q}^T K_p\tilde{q} \quad (23)$$

Asegurando que  $\dot{V}$  es definida negativa se propone  $\dot{V} = -\dot{q}^T K_d\dot{q}$ ; con  $K_d = K_d^T > 0$ . De esta forma es fácil observar que el par de control  $\tau$  es dado por:

$$\tau = -K_p\tilde{q} - K_d\dot{\tilde{q}} + G(q) \quad (24)$$

El control  $\tau$  dado por (24) es conocido como el control PD+G, donde  $G(q)$  es la matriz de fuerzas gravitacionales del modelo dinámico del dispositivo háptico,  $K_p$  y  $K_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  son las matrices diagonales de ganancias de control proporcional y derivativa, respectivamente. Para la retroalimentación de fuerzas kinestésicas en el DH-GT, el par generalizado que se suministra a las articulaciones de la interfaz háptica se define por:

$$\tau = J^T F \quad (25)$$

donde  $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  es el vector de pares,  $J^T$  la traspuesta de la matriz Jacobiana  $J$  y  $F \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  es el vector de fuerzas que permite la interacción en el ambiente virtual. Al dispositivo DH-GT se le envía una retroalimentación de fuerza, con lo cual:

$$F = J^{-T} \tau \quad (26)$$

Un vez que se cuenta con el diseño del control prosigamos con el planteamiento de la tarea de seguimiento bajo la retroalimentación kinestésica.

#### 2.4. Mínimo de una función por medio de la derivada

Se presentan la información teórica necesaria para la determinación del mínimo, que consta de definiciones y teoremas mostradas en (Martínez and G.D. Villa Salvador, 2003).

**Definición:** Sean  $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $A$  un conjunto abierto y  $\vec{x}_0 \in A$ :

- 1) Un punto  $\vec{x}_0 \in A$  se llama *extremo* si  $f(\vec{x}_0)$  es un máximo o un mínimo local.
- 2) Un punto  $\vec{x}_0 \in A$  se llama *crítico* si  $f$  es diferenciable en  $\vec{x}_0$  y  $Df(\vec{x}_0) = 0$ .

**Definición:** Sean  $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función diferenciable,  $A$  un conjunto abierto y  $\vec{x}_0 \in A$  un punto extremo de  $f$ . Entonces  $Df(\vec{x}_0) = 0$ , es decir,  $\vec{x}_0$  es un punto crítico. **Definición:** Se llama el hessiano de  $f$  en  $\vec{x}_0$  a  $D^2 f(\vec{x}_0)$  con respecto a la base canónica de  $\mathbb{R}^n$ .

$$D^2 f(\vec{x}_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_1 \partial x_i} & \dots & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_2 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_2 \partial x_i} & \dots & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_i \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_i \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_i \partial x_i} & \dots & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_i \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_n \partial x_i} & \dots & \frac{\partial^2 f(\vec{x}_0)}{\partial x_n \partial x_n} \end{pmatrix} \quad (27)$$

**Definición:** Sea  $B : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función bilineal. Entonces:

1. Si  $B(\vec{x}, \vec{x}) > 0$  para toda  $\vec{x} \neq \vec{0}$ ,  $B$  se llama *positiva definida*.
2. Si  $B(\vec{x}, \vec{x}) \geq 0$  para toda  $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $B$  se llama *positiva semidefinida*.

**Teorema de Silvester:** Sea  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función bilineal simétrica cuya matriz con respecto a alguna base es:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, a_{ij} = a_{ji} \quad (28)$$

, entonces la forma cuadrática  $Q(\vec{x}) = f(\vec{x}, \vec{x})$  es positiva definida si y sólo si  $\det A_k > 0$  para toda  $k = 1, 2, \dots, n$ , donde

$$A_k = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} \end{pmatrix} \quad (29)$$

**Teorema** Si  $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es una función de clase  $C^2$ ,  $A$  un conjunto abierto.

1. Si  $\vec{x}_0$  es un punto crítico tal que  $D^2 f(\vec{x}_0)$  es positiva definida, entonces  $f$  tiene un mínimo local en  $\vec{x}_0$ .
2. Si  $f$  tiene un mínimo local en  $\vec{x}_0$ , entonces  $D^2 f(\vec{x}_0)$  es positiva semidefinida.

Una vez considerada la información teórica proseguimos con el desarrollo del control para el dispositivo háptico.

### 3. Tarea de seguimiento con retroalimentación kinestésica

Con respecto a las tareas de seguimiento de plateadas para la investigación se presentaron dos trayectorias diferentes, la primera trayectoria de seguimiento es una circunferencia que posteriormente se utilizará para la tarea de implementación del control bajo consideraciones fisiológicas, y una segunda trayectoria de seguimiento compuesta por espirales verticales.

#### 3.0.1. Seguimiento de una circunferencia

Se propone la primera trayectoria de seguimiento por medio de las ecuaciones paramétricas de una circunferencia determinando la posición deseada  $x_d^T = (x_d, z_d, y_d)$  para el efector final del DH-GT, donde  $t$  será el tiempo.

$$\begin{aligned} x_d &= 0,03 \sin(10t) \\ z_d &= 0,03 \cos(10t) \\ y_d &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Las ganancias del control  $K_p$  y  $K_d$  implementadas en la trayectoria planteada se muestran en la Tabla (1), relacionando cada ganancia con el par  $\tau$  correspondiente.

Tabla 1: Ganancias  $K_p$  y  $K_d$  del control PD+G.

Circulo		Espiral Horizontal		Espiral Vertical	
$\tau$	$K_p$	$K_d$	$\tau$	$K_p$	$K_d$
1	11.21	0.12	1	11.11	0.1
2	15.51	0.13	2	15.51	0.1
3	14.31	0.11	3	14.11	0.1

La figura (2) contiene la gráfica de seguimiento de trayectoria en el espacio operacional, la cual muestra la trayectoria deseada en rojo contra la trayectoria realizada por el DH-GT en azul durante el experimento. Mientras que la señal de fuerza establecida para cada una de las articulaciones del robot háptico se observa en la figura (3).

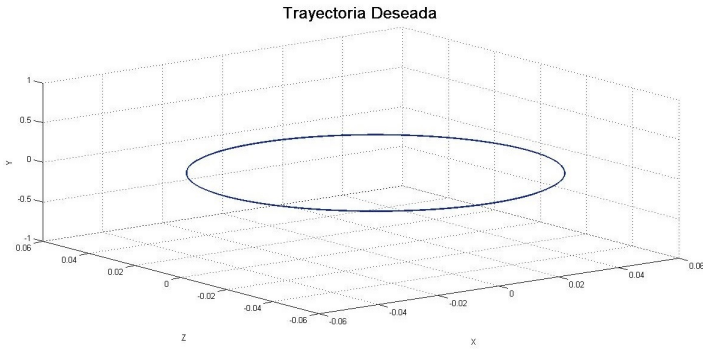


Figura 1: Trayectoria deseada para la circular.

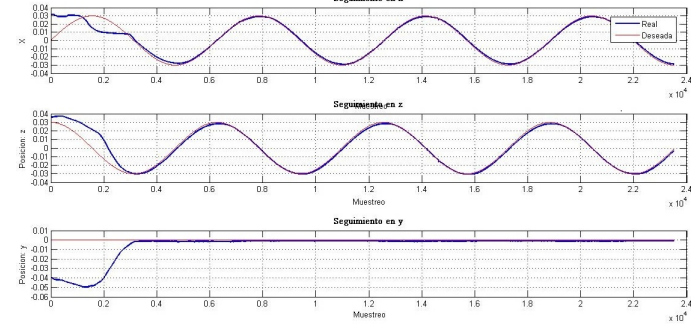


Figura 2: Seguimiento de la trayectoria en el espacio operacional.

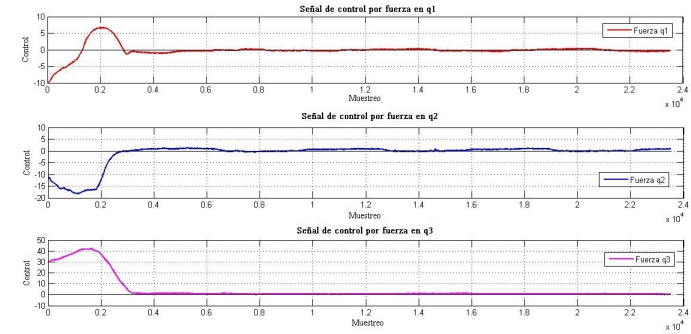


Figura 3: Fuerza de retroalimentación para cada articulación.

### 3.0.2. Seguimiento de una espiral horizontal

Se propone la siguiente trayectoria de seguimiento bajo las ecuaciones paramétricas de una espiral horizontal (figura (4)), determinando con (31) la posición deseada  $x_d = x_d, z_d, y_d$  para el efector final del DH-GT.

$$\begin{aligned} x_d &= rt \sin(10t) \\ z_d &= rt \cos(10t) \\ y_d &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

donde  $r$  es el radio e inicia en 0,02 y  $t$  el tiempo.

Las ganancias del control  $K_p$  y  $K_d$  implementadas en la trayectoria planteada se muestran en la Tabla (1), relacionando cada ganancia con el par  $\tau$  correspondiente.

La figura (5) contiene la gráfica de seguimiento de trayectoria en el espacio operacional, la cual muestra la trayectoria deseada en rojo contra la trayectoria realizada por el DH-GT en azul durante el experimento. Mientras que la señal de fuerza retroalimentación del robot, proporcionadas por el control para cada una de las articulaciones del dispositivo háptico se presentan en la figura (6).

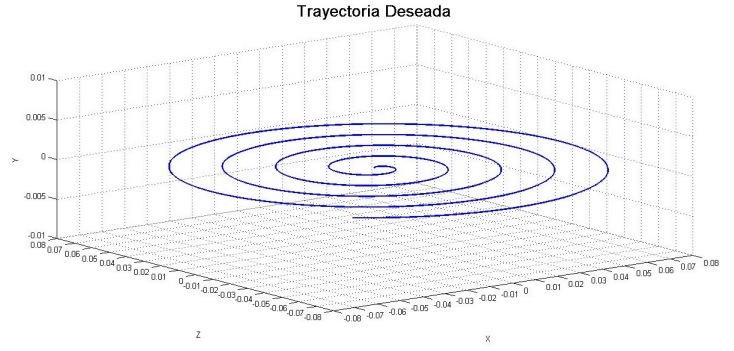


Figura 4: Trayectoria deseada para la espiral horizontal.

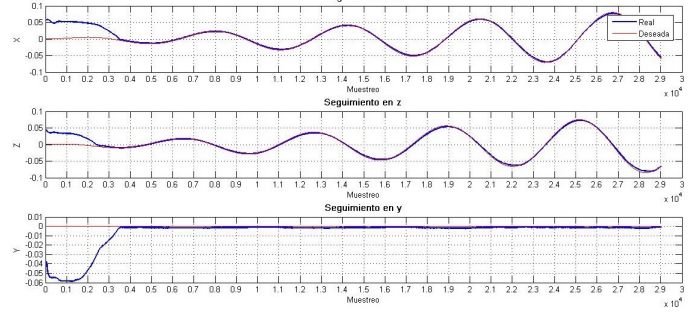


Figura 5: Seguimiento de la trayectoria en el espacio operacional.

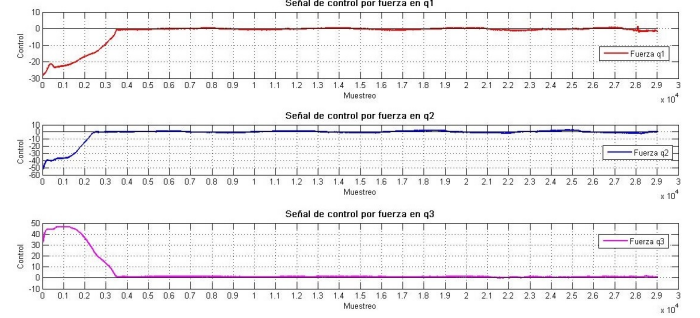


Figura 6: Fuerza de retroalimentación para cada articulación.

### 3.0.3. Seguimiento de una espiral vertical

Se propone la segunda trayectoria de seguimiento bajo las ecuaciones paramétricas de una espiral Horizontal con cambio de radios (ver figura (7)), determinando con estas ecuaciones la posición deseada  $x_d = x_d, z_d, y_d$  para el efector final del DH-GT.

$$\begin{aligned} x_d &= (r + 0,01a) \sin(10t) \\ z_d &= (r + 0,01a) \cos(10t) \\ y_d &= -0,08 + (-1^a)t \end{aligned} \quad (32)$$

donde  $r$  es el radio e inicia en 0,02,  $t$  el tiempo y  $a = 0, 1, 2, \dots, 6$  es el número de ciclo completado cada  $t = 8$ .

Las ganancias del control  $K_p$  y  $K_d$  implementadas en la trayectoria planteada se muestran en la Tabla (1), relacionando cada ganancia con el par  $\tau$  correspondiente. La figura (8) contiene la gráfica de seguimiento de trayectoria en el espacio operacional, la cual muestra la trayectoria deseada en rojo contra la trayectoria realizada por el DH-GT en azul durante el experimento. Mientras que la señal de fuerza retroalimentación del robot, proporcionadas por el control para cada una de las articulaciones del dispositivo háptico se presentan en la figura (9).

Es fácil observar que el control PD+G permite el correcto seguimiento de la trayectoria, sin presentar un gran esfuerzo

después de los momentos iniciales.

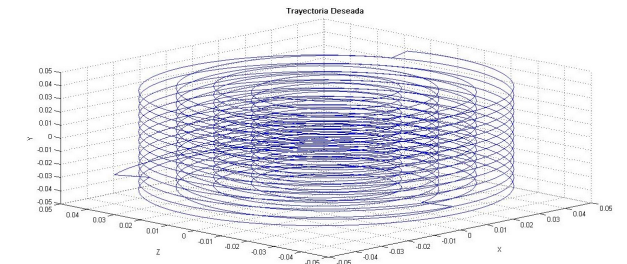


Figura 7: Trayectoria deseada para la espiral vertical.

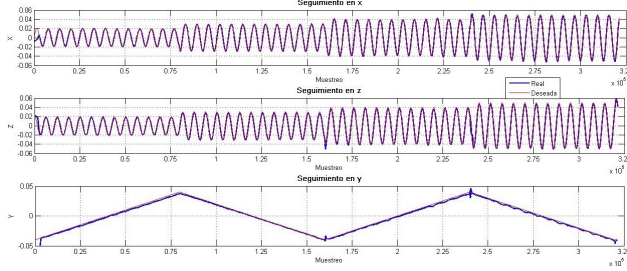


Figura 8: Seguimiento de la trayectoria en el espacio operacional.

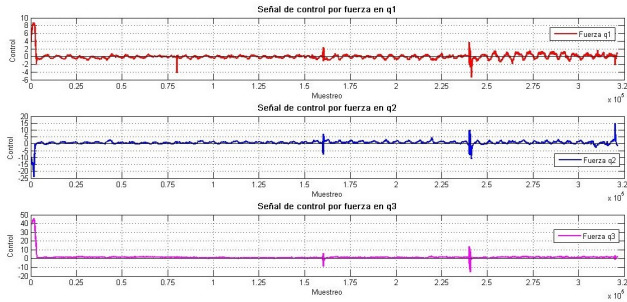


Figura 9: Fuerza de retroalimentación para cada articulación.

#### 4. Detección del esfuerzo kinestésico en la interacción háptica basado en el método de polinomios anidados

Para la obtención del esfuerzo con base a las señales EMG en interacción con el dispositivo háptico se cuenta con una plataforma experimental como se muestra en figura (10), para después seguir el proceso descrito a continuación.



Figura 10: Plataforma experimental.

#### 4.1. Señal EMG y su procesamiento

El filtro establecido con la función Kernel Gaussiana es aplicado por separado a cada uno de los ocho sensores mieléctricos obteniendo ocho señales filtradas. Como resultado del procesamiento de una de las muestras bajo este filtro se observa en la figura (11).

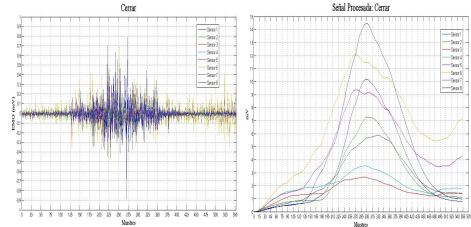


Figura 11: Señal obtenida (izquierda) y señal procesada (derecha) para los ocho sensores.

Posteriormente se calculará la norma dos de los 8 sensores de tal forma que:

$$N_{EMG} = \sqrt{\sum_{i=1}^8 S_i^2} \quad (33)$$

donde  $S_i$  es el valor del sensor electromiográfico  $i$ , con  $i = 1, 2, \dots, 8$ .

#### 4.2. Detección del esfuerzo kinestésico en dos dimensiones

Una vez procesados los datos se prosigue a la detección del esfuerzo en la interacción háptica por medio de la obtención de una función que nos describa el esfuerzo para su detección. Se obtuvo la posición del seguimiento de una trayectoria en dos dimensiones, estos datos nos permitieron conocer la posición en el espacio de trabajo de la mano; se realiza una selección de las posiciones obtenidas de tal forma que coincidan con la frecuencia de muestreo de las señales mioeléctricas por medio de una correlación lineal.

Tomando en cuenta la información en el plano  $xz$  del robot, se construye una matriz de correlación de entrenamiento  $MC_{Esf}$  como en (34), que contiene la posición como entradas y la norma de las señales mioeléctricas  $N_{EMG}$  en el transcurso de la trayectoria como salida.

$$MC_{Esf} = [x, z, N_{EMG}] \quad (34)$$

Los resultados que se mostraran para la detección del esfuerzo en dos dimensiones serán bajo el seguimiento de la trayectoria espiral horizontal del dispositivo háptico. Por medio de polinomios anidados de grado dos ( $m = 3$ ) en dos dimensiones cuya forma desarrollada está dada por:

$$P(x, z) = a_9 + a_8x + a_7x^2 + a_6z + a_5xz + a_4x^2z + a_3z^2 + a_2xz^2 + a_1x^2y^2 \quad (35)$$

Al entrenar los polinomios anidados con los datos de la matriz de correlación se obtienen los coeficientes  $a_i$  (con  $i = 1, 2, \dots, 9$ ) del polinomio desarrollado (35), de tal forma que se obtiene el

siguiente polinomio :

$$\begin{aligned}
 P(x, z) = & (-9,8356e - 09) + (1,5794e - 07)x + \\
 & +(0,00011894)x^2 + (-3,0219e - 07)z + \\
 & +(-6,1384e - 05)xz + (0,0052275)x^2z + \\
 & +(0,00011554)z^2 + (0,0010373)xz^2 + \\
 & +(4,8725)x^2y^2
 \end{aligned} \quad (36)$$

En la figura (12) se muestra el campo vectorial donde se logran apreciar las zonas de mayor esfuerzo en los tonos rojos, mientras que los de menor esfuerzo en las zonas de color azul.

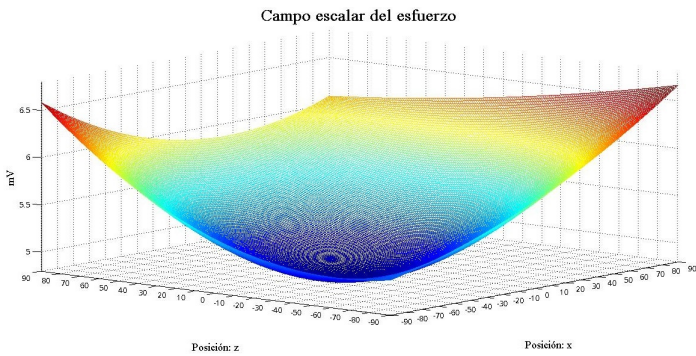


Figura 12: Detección del esfuerzo en dos dimensiones.

Con lo cual, se tiene que el polinomio  $P(x, z)$  dado en (36) describe el esfuerzo en el plano  $xz$  del espacio de trabajo del robot.

#### 4.3. Detección del esfuerzo kinestésico en tres dimensiones

Para el caso de tres dimensiones se sigue un procedimiento muy similar al anteriormente descrito. Se obtienen los valores de posición en el espacio  $xzy$  dados por el DH-GT, además de las señales mioeléctricas mientras se ejecuta la trayectoria. Con esta información se contruye la matriz de correlación de entrenamiento de los polinomios anidados  $MC_{Esf}$  como se muestra en(37), con los datos de posición  $x, z, y$  como entrada y la norma de las señales mioeléctricas  $N_{EMG}$  en el transcurso de la trayectoria como salida.

$$MC_{Esf} = [x, z, y, N_{EMG}] \quad (37)$$

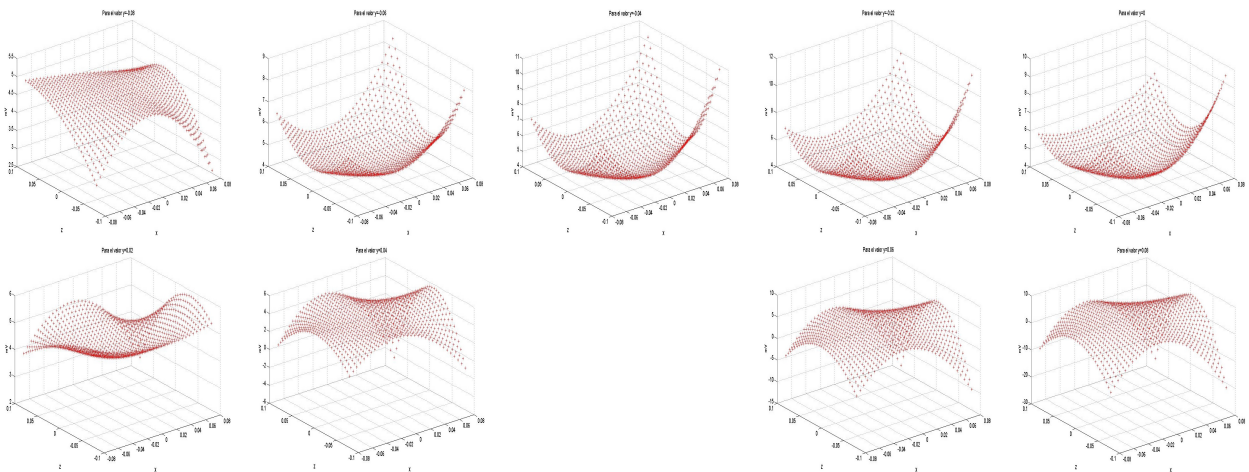


Figura 13: Descomposición conforme evoluciona y del campo escalar obtenido con el polinomio anidado.

Los resultados que se mostraran para la detección del esfuerzo están dados por medio de polinomios anidados de grado dos en dos dimensiones. Mismo que tiene la forma desarrolladas en (38):

$$\begin{aligned}
 P(x, z, y) = & a_{27} + a_{26}x + a_{25}x^2 + a_{24}z + a_{23}xz + \\
 & +a_{22}x^2z + a_{21}z^2 + a_{20}xz^2 + a_{19}x^2z^2 + \\
 & +a_{18}y + a_{17}xy + a_{16}x^2y + a_{15}zy + \\
 & +a_{14}xzy + a_{13}x^2zy + a_{12}z^2y + a_{11}xz^2y + \\
 & +a_{10}x^2z^2y + a_9y^2 + a_8xy^2 + a_7x^2y^2 + \\
 & +a_6zy^2 + a_5xzy^2 + a_4x^2zy^2 + a_3z^2y^2 + \\
 & +a_2xz^2y^2 + a_1x^2z^2y^2
 \end{aligned} \quad (38)$$

Para entrenamiento de los polinomios anidados en esta sección se considera la trayectoria de seguimiento del dispositivo háptico como la espiral vertical. Con dichos datos, la matriz de correlación obtiene los coeficientes  $a_i$  ( con  $i = 1, 2, \dots, 27$ ) del polinomio desarrollado (38) mostrados en la Tabla (2).

Tabla 2: Coeficientes del polinomio anidado desarrollado para la detección de esfuerzo en tres dimensiones.

Coficiente $i$	Valor	Coficiente $i$	Valor
$a_{27}$	-38583298	$a_{13}$	8.4740048
$a_{26}$	-1597401.8	$a_{12}$	-996.17713
$a_{25}$	-63620.969	$a_{11}$	98.419879
$a_{24}$	359974.14	$a_{10}$	4.150132
$a_{23}$	-14936.47	$a_9$	23663.895
$a_{22}$	-121.56345	$a_8$	1325.8365
$a_{21}$	-45198.469	$a_7$	203.88647
$a_{20}$	1170.7955	$a_6$	-2144.9822
$a_{19}$	127.4251	$a_5$	-13.772722
$a_{18}$	-2558741.2	$a_4$	1.720502
$a_{17}$	-102676.44	$a_3$	187.53616
$a_{16}$	-2546.3763	$a_2$	0.33072387
$a_{15}$	-18692.639	$a_1$	4.1874585
$a_{14}$	-1315.5966		

La figura(13) muestra muestra la descomposición de las entradas espaciales  $x, z$  conforme evoluciona y contra el valor del campo escalar obtenido del polinomio anidado.

Con estos datos se tiene como detectar el esfuerzo dentro del espacio de trabajo del DH-GT. Este polinomio permitira

posteriormente encontrar el punto espacial donde el esfuerzo sea mínimo para la persona y con esto modificar la trayectoria del control. Cabe recalcar que el proceso de entrenamiento de los polinomios anidados para la detección del esfuerzo es realizado fuera de línea, así como los cálculos para la obtención del mínimo mostrados a continuación.

## 5. Mínimo local de la detección del esfuerzo

Una vez conseguida la detección del esfuerzo, se requiere el mínimo del mismo. Para ello se aplicará criterio de la primera y segunda derivada.

### 5.1. Implementación criterio primer derivada

Se considera el polinomio anidado desarrollado de la detección del esfuerzo de tres dimensiones dado por (38). La primera derivada de (38) estará dada en la expresión (39):

$$DP(x, z, y) = \left( \frac{\partial P(x, z, y)}{\partial x}, \frac{\partial P(x, z, y)}{\partial z}, \frac{\partial P(x, z, y)}{\partial y} \right) \quad (39)$$

donde:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(x, z, y)}{\partial x} &= a_{26} + 2a_{25}x + a_{23}z + 2a_{22}xz + a_{20}z^2 + \\ &+ 2a_{19}xz^2 + a_{17}y + 2a_{16}xy + a_{14}zy + \\ &+ 2a_{13}xzy + a_{11}z^2y + 2a_{10}xz^2y + a_8y^2 + \\ &+ 2a_7xy^2 + 2a_4xzy^2 + a_2z^2y^2 + 2a_1xz^2y^2 \\ \frac{\partial P(x, z, y)}{\partial z} &= a_{24} + a_{23}x + a_{22}x^2 + 2a_{21}z + 2a_{20}xz + \\ &+ 2a_{19}x^2z + a_{15}y + a_{14}xy + a_{13}x^2y + 2a_{12}zy + \\ &+ 2a_{11}xzy + 2a_{10}x^2zy + a_6y^2 + a_5xy^2 + \\ &+ a_4x^2y^2 + 2a_3zy^2 + 2a_2xzy^2 + 2a_1x^2zy^2 \\ \frac{\partial P(x, z, y)}{\partial y} &= a_{18} + a_{17}x + a_{16}x^2 + a_{15}z + a_{14}xz + a_{13}x^2z + \\ &+ a_{12}z^2 + a_{11}xz^2 + a_{10}x^2z^2 + 2a_9y + 2a_8xy + \\ &+ 2a_7x^2y + 2a_6zy + 2a_5xzy + 2a_4x^2zy + \\ &+ 2a_3z^2y + 2a_2xz^2y + 2a_1x^2z^2y \end{aligned}$$

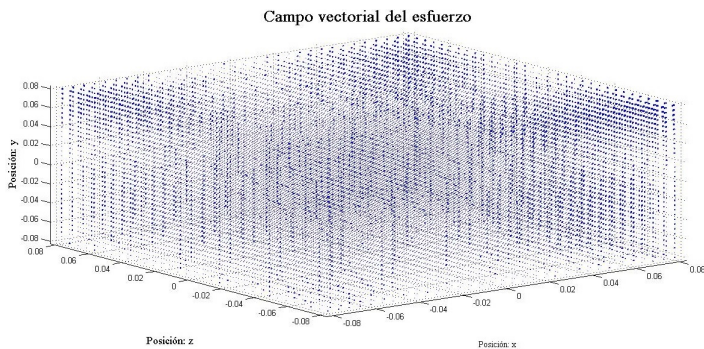


Figura 14: Espacio vectorial generado por el gradiente  $DP(x, z, y)$

La figura (14) muestra el espacio vectorial generado por el gradiente  $DP(x, z, y)$ . Por el teorema en (2.4) si se resuelve el sistema dado por (40) se encontrarán los puntos críticos, mismos que posteriormente se identificará alguno como mínimo local

$$\frac{\partial P(x, z, y)}{\partial x} = 0, \frac{\partial P(x, z, y)}{\partial z} = 0, \frac{\partial P(x, z, y)}{\partial y} = 0. \quad (40)$$

Se considera el espacio de trabajo del DH-GT para la solución numérica del sistema planteado en la ecuación (40), de lo cual se obtienen la siguiente lista de puntos críticos:

Tabla 3: Puntos críticos del polinomio de detección del esfuerzo en el espacio de trabajo planteado.

x	z	y
0.075027	-0.0034203	0.067773
0.0024576	-0.0032806	-0.016712
-0.035508	-0.021515	-0.07351
-0.014002	0.047496	0.053131
0.044943	-0.016402	-0.072375
0.023085	0.029933	0.025198
-0.030115	-0.020853	0.036585
0.023839	0.032976	-0.07928

Estos conjuntos serán evaluados en la segunda derivada del polinomio de detección de esfuerzo para conocer el punto donde se encuentre el mínimo local, mismo que posteriormente será utilizado para la modificación de la trayectoria que realizará el operador del DH-GT.

### 5.2. Implementación criterio segunda derivada

Del polinomio anidado desarrollado (38) se obtendrá la segunda derivada, misma que estará dada por (41)

$$D^2P(x, z, y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial z \partial y} \\ \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial y^2} \end{pmatrix} \quad (41)$$

donde:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial x^2} &= 2a_{25} + 2a_{22}z + 2a_{19}z^2 + 2a_{16}y + 2a_{13}zy + \\ &+ 2a_{10}z^2y + 2a_7y^2 + 2a_4zy^2 + 2a_1z^2y^2 \\ \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial x \partial z} &= a_{23} + 2a_{22}x + 2a_{20}z + 4a_{19}xz + a_{14}y + \\ &+ 2a_{13}xy + 2a_{11}zy + 4a_{10}xzy + a_5y^2 + \\ &+ 2a_4xy^2 + 2a_2zy^2 + 4a_1xzy^2 \\ \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial x \partial y} &= a_{23} + 2a_{22}x + 2a_{20}z + 4a_{19}xz + a_{14}y + \\ &+ 2a_{13}xy + 2a_{11}zy + 4a_{10}xzy + a_5y^2 + \\ &+ 2a_4xy^2 + 2a_2zy^2 + 4a_1xzy^2 \\ \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial z^2} &= a_{17} + 2a_{16}x + a_{14}z + 2a_{13}xz + a_{11}z^2 + \\ &+ 2a_{10}xz^2 + 2a_8y + 4a_7xy + 2a_5zy + \\ &+ 4a_4xzy + 2a_2z^2y + 4a_1xz^2y \\ \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial z \partial y} &= 2a_{21} + 2a_{20}x + 2a_{19}x^2 + 2a_{12}z + 2a_{11}xy + \\ &+ 2a_{10}x^2y^2 + 2a_3y^2 + 2a_2xy^2 + 2a_1x^2y^2 \\ \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial z \partial y} &= a_{15} + a_{14}x + a_{13}x^2 + 2a_{12}z + 2a_{11}xz + \\ &+ 2a_{10}x^2z + 2a_6y + 2a_5xy + 2a_4x^2y + \\ &+ 4a_3zy + 4a_2xzy + 4a_1x^2zy \\ \frac{\partial^2 P(x, z, y)}{\partial y^2} &= 2a_9 + 2a_8x + 2a_7x^2 + 2a_6z + 2a_5xz + \\ &+ 2a_4x^2z + 2a_3z^2 + 2a_2xz^2 + 2a_1x^2z^2 \end{aligned}$$

Los puntos críticos obtenidos mostrados en la Tabla(3) se someten al criterio de la segunda derivada (2.4), para conocer si la matriz  $D^2P(x, z, y)$  es positiva definida se considera el Teorema de Silvester, dando como punto mínimo



(0,0024576, -0,0032806, -0,016712).

Dicho punto permitirá hacer la modificación de la trayectoria que relizará el operador para la rehabilitación del miembro superior.

### 6. Parámetros de modificación de trayectoria

Para la modificación de la trayectoria a realizar por medio de condiciones fisiológicas del operador del robot, se debe considerar el espacio de trabajo del robot, esto debido a que si el mínimo no se encuentra en dicho espacio será imposible realizar la trayectoria, considerando esto se tomara en cuenta la manipulación del robot. De esta forma se conoce que el índice manipulabilidad asociada a la cinemática Silva et al. (2009) se da por:

$$M = \sqrt{|JJ^T|} \tag{42}$$

Conociendo los valores de manipulabilidad se establece un área de trabajo con configuraciones admisibles, la Tabla(4) presenta los límites en los ejes coordenados.

Tabla 4: Límites del espacio de configuraciones admisibles.

Limite/Ejes	Inferior	Superior
x	-0.07	0.07
z	-0.07	0.065
y	-0.06	0.07

La trayectoria elegida para la modificación es una circunferencia, por lo cual, de forma inicial se considera al mínimo, dado por (0,0024576, -0,0032806, -0,016712), como el centro de la trayectoria y se inicia con un radio  $r = 0,05$  (mismo que puede ser hasta de 0.07).

Por medio de un algoritmo que nos permita establecer por condicionales lógicas que los datos iniciales son aptos o no para la aplicación de la trayectoria, de ser el caso que no sean aplicables en la trayectoria se tienen dos consideraciones principales:

- El punto mínimo obtenido se encuentra dentro del espacio de configuraciones admisibles, pero el radio genera parte de la trayectoria fuera de ella; entonces el radio se disminuye 0,01, esto se podrá repetir hasta que  $r = 0,01$ .
- El mínimo se encuentra fuera del espacio de configuraciones establecida, entonces se aumenta o disminuye 0.001 al componente que lo requiera hasta encontrarse dentro del área de trabajo, y el radio se considera como  $r = 0,01$ .

Por lo tanto, los datos para la trayectoria consiste en un centro en (0,0024576, -0,0032806, -0,016712) y un radio  $r = 0,05$ .

### 7. Implementación del control bajo consideraciones fisiológicas

Considerando el control PD+G implementado para seguimiento se aplica la trayectoria con los datos de centro y radio

planteados anteriormente. Las ganancias  $K_p, K_d \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  se muestran en la Tabla (1). Con lo cual, la figura (1) muestra la trayectoria deseada en el espacio. Mientras que la figura (15) muestra la trayectoria deseada y la seguida por el robot para cada uno de los ejes.

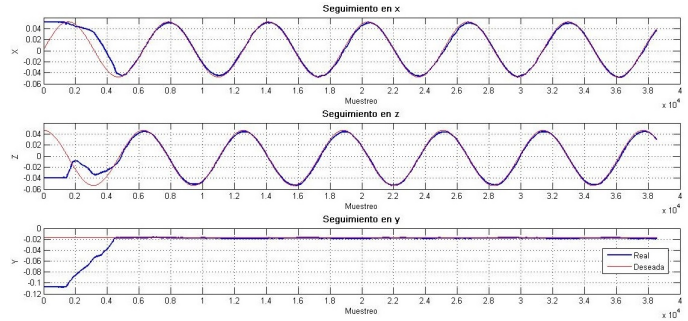


Figura 15: Seguimiento de la trayectoria en cada eje (x,z,y).

Con todo lo anterior se tiene que la trayectoria converge basada en condiciones fisiológicas del humano.

### 8. Conclusiones

Para cada una de las trayectorias de seguimiento planteadas las ganancias de control ( $K_p$  y  $K_d$ ) se sintonizaron de forma empírica, hasta encontrar las ganancias presentadas en cada una de las trayectorias. La correcta sintonización del control PD+G permite que el seguimiento de las trayectorias propuestas se realice correctamente en los tres casos, y que la señal de fuerza tienda al cero. En seguimiento de la trayectoria de la espiral vertical, presenta desfases momentáneos en el seguimiento y picos en la señal de fuerza causados por los cambios de radio repentino. Esto no sucede en la espiral horizontal debido a que el aumento es paulatino y constante.

Para la adaptación de un plano en 2D se considera la trayectoria de espiral horizontal, esto debido a que la posición deseada en y no varía. Por otro lado, la trayectoria de espiral vertical se emplea en detección para dimensiones 3D, al permitir un desplazamiento en el espacio de trabajo espacial. Por otro lado, se considera a la trayectoria de la circunferencia como la trayectoria deseada para la integración de la plataforma en un control final, el cual considerara las condiciones fisiológicas del humano por medio de la detección del esfuerzo. Se debe hacer notar que el proceso de obtención del campo escalar para el esfuerzo, así como el mínimo del esfuerzo son determinados fuera de línea.

Aunque la trayectoria no se encuentre justo en la zona donde se realiza el menor esfuerzo, se contempla que se encuentre lo más cerca posible del mismo para de esta forma disminuir lo más posible el esfuerzo realizado por la persona. Debido a que cada individuo arroja datos mioeléctricos diferentes se debe aplicar el proceso de obtención del esfuerzo para cada individuo por separado. Con lo desarrollado en este trabajo de investigación se logró que la aplicación de un control donde se consideren las características fisiológicas del individuo es posible.

## Referencias

- A.Mohammed, Shliebs, S., Matsuda, S., and Kasabov, N. (2011). Method for training a spiking neuron to associate input-output spike trains. *Engineering Applications of Neural Networks, Springer Berlin Heidelberg*, pages 219–228.
- Cameron, M. H. (2013). Physical agents in rehabilitation from research to practice. *ELSEVIER*.
- Campoverde, C. I. M. and Nacipucha, J. M. N. (2016). Diseño e implementación de un prototipo de exoesqueleto destinado a la rehabilitación de codo. In *Trabajo recepcional*. Universidad de Cuenca, Cuenca, Ecuador.
- de los Santos Bojórquez, H. R. (2015). Control de robots manipuladores con señales mioeléctricas. In *Tesis de especialidad*. Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial, Santiago de Querétaro, Qro., Méx.
- Dominguez-Ramirez, O., Samperio-Llano, L., Lopez-Morales, V., Rivera-Gonzalez, M., Pozas-Cardenas, M., Lopez-Hernandez, R., Sanchez-Reyes, L., Suarez-Cansino, J., Nunez-Esquer, G., Escotto-Cordova, A., Perez-Mendoza, M., and Sanchez-Cortes, N. (2004). Technology of haptics interfaces with purposes of diagnosis of patient with neuropsychological illnesses. pages 262–267.
- Gálvez, R. B., Ramírez, O. A. D., and Sánchez, E. J. A. (2015). *Sistemas de Interacción Física Hombre-Robot*. Editorial Academica española, Pachuca de Soto, Hgo., México.
- Guachamin, J. Z. (2017). Implementación de un sistema de clasificación de gestos del brazo humano utilizando myo armband para mano a distancia de un brazo robótico de 3gdl. Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.
- Gutierrez, L. R. L., Rodríguez, J. L., and Carrochano, E. B. (2018). Spike quaternion neural networks control for a hand prosthesis. *2018 IEEE Latin American Conference on Computational Intelligence (LA-CCI)*, [En línea]:1–6.
- J.Brazeiro, Petracchia, S., and Valdés, M. (2015). Mano controlada por señales musculares. In *Memoria de proyecto*. Universidad de la República, Montevideo, Uruguay.
- Marchal-Crespo, L. and Reinkensmeyer, D. (2009). Revisión de estrategias de control para el entrenamiento del movimiento robótico después de una lesión neurológica. 6(20).
- Martínez, J. R. and G.D. Villa Salvador, R. C. B. (2003). *Cálculo infinitesimal de varias variables reales*. Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.
- Rivera, J. A. T., Fernández, F. A. M., Sanchez, F. J. R., Vega, V. P., and Ramírez, O. A. D. (2013). *NASA-TLX Assessment of Modern Close Loop Controllers in Haptic Guidance for Assisted Rehabilitation*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Silva, A. J., Ramirez, O. A. D., Vega, V. P., and Oliver, J. P. O. (2009). Phantom omni haptic device: Kinematic and manipulability. pages 193–198.
- Turijan-Rivera, J. A., Ruiz-Sanchez, F. J., Dominguez-Ramirez, O. A., and Parra-Vega, V. (2013). Modular platform for haptic guidance in paediatric rehabilitation of upper limb neuromuscular disabilities. pages 923–928.
- van der Putten, J. J. M. F., Hobart, J. C., Freeman, J. A., and Thompson, A. J. (1999). Measuring change in disability after inpatient rehabilitation: comparison of the responsiveness of the barthel index and the functional independence measure. *Journal of Neurology, Neurosurgery & Psychiatry*, 66(4):480–484.
- Villeda, A. L., J., F., Sanchez, R., Ramírez, O. A. D., and Vega, V. P. (2013). 'robotic design of an upper limb exoskeleton for motion analysis and rehabilitation of paediatric neuromuscular disorders. *Converging Clinical and Engi. Research, Springer Berlin Heidelberg*.
- Winstein, C. J. and Kay, D. B. (2015). Chapter 16 - translating the science into practice: shaping rehabilitation practice to enhance recovery after brain damage. In Dancause, N., Nadeau, S., and Rossignol, S., editors, *Sensorimotor Rehabilitation*, volume 218 of *Progress in Brain Research*, pages 331–360. Elsevier.