

Control para navegación autónoma y formación de robots móviles diferenciales Autonomous navigation and formation controller for differential mobile robots

A. Rodríguez-Angeles ^{a,*}, J. A. Juárez-Lora ^b

^aCentro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Cinvestav-IPN, CDMX, México.

^bCentro de Investigación en Computación del Instituto Politécnico Nacional, CIC-IPN, CDMX, México.

Resumen

Se presenta un controlador descentralizado para robots móviles diferenciales, que provee navegación autónoma y evasión de obstáculos, que simultáneamente puede forzar una formación deseada, mientras se realiza seguimiento de trayectoria. El controlador está basado en modelado dinámico, integrando fuerzas de evasión de obstáculos, fuerzas de formación, y fuerzas para el seguimiento de trayectoria. El lazo de control representa, por lo tanto, una extensión dinámica del modelo cinemático del robot móvil diferencial, generando velocidades lineales y angulares que alimentan al modelo cinemático del robot móvil. Usando teoría de Lyapunov, se prueba estabilidad del sistema en lazo cerrado para el caso libre de colisiones. Se presentan, para un caso de estudio, resultados experimentales que muestran correspondencia con los resultados teóricos.

Palabras Clave: Reactivo, Navegación, Autónoma, Formación, Multiagente.

Abstract

A decentralized controller for differential mobile robots, providing autonomous navigation and obstacle avoidance, is presented, that simultaneously may enforce a desired formation while performing trajectory tracking. The controller is based on dynamic modeling, integrating evasion forces from obstacles, formation forces, and path-following forces. The control loop thus, represents a dynamic extension of the kinematic model for the differential mobile robot, generating linear and angular velocities fed to the mobile robot's kinematic model. Using Lyapunov theory, closed loop stability is proven for the non-collision case. Experimental results showing agreement with the theoretical results are presented for a case study.

Keywords: Reactive, Autonomous, Navigation, Formation, Multi-agent.

1. Introducción

La conducción autónoma en sistemas multiagente es un objetivo de gran interés en robótica. Se han propuesto técnicas de control deliberativo, que requieren conocimiento preciso del entorno, así como estructuras jerárquicas bien definidas, dando un buen desempeño en entornos controlados; por otro lado se han considerado técnicas de control reactivo, que se basan en un fuerte comportamiento de estimulación-respuesta, con resultados favorables en ambientes desconocidos Arkin (1998). La ubicación de los agentes (robots móviles) sobre un marco de referencia global Shaefer (2013), navegación en entornos desconocidos Taketomi *et al.* (2017); Sand *et al.* (2013) y la introducción de múltiples robots en el mismo espacio de trabajo Muller (2017), hacen de la navegación autónoma un problema difícil de resolver.

Los robots móviles son dispositivos electromecánicos que pueden moverse en el plano, y poseen 3 grados de libertad, que son sus coordenadas de ubicación y orientación. Los robots móviles se pueden clasificar según su grado de movilidad y direccionalidad, los robots de tipo (2,0) o diferenciales, tienen 2 ruedas con velocidades individuales y no cuentan con un actuador de direccionalidad. Por lo tanto, los robots móviles diferenciales son sistemas subactuados, sujetos a restricciones no holonómicas, lo que complica el diseño del controlador de navegación.

Por otro lado, algunas especies en la naturaleza han desarrollado formas efectivas de lograr evasión, seguimiento de otros miembros y mantener formaciones; dando lugar a modelos de comportamiento de sistemas biológicos, como cardúmenes de peces, bandadas de pájaros o dinámica de multitudes, que claramente son ejemplos de técnicas de control reactivo, y se pueden

*Autor para correspondencia: aangeles@cinvestav.mx

Correo electrónico: aangeles@cinvestav.mx (Alejandro Rodríguez-Angeles), jjuarezl2020@cic.ipn.mx (Jorge Alejandro Juárez-Lora).

utilizar para su implementación en sistemas robóticos, concretamente, robots diferenciales. En estos modelos, las acciones individuales de cada agente se definen para cumplir un objetivo global, por ejemplo, tener la mayor cantidad de animales en un espacio reducido, o en algunas especies de aves mantener formaciones complejas siguiendo un líder, Xiang *et al.* (2016); Park *et al.* (2018).

Algunos avances en la investigación de la dinámica de multitudes permiten, con un conjunto de reglas simples, predecir el comportamiento de los individuos en el grupo. Estas reglas se obtienen de la observación de la conducta del individuo al moverse e interactuar con otros individuos, de acuerdo con su objetivo. Helbing *et al.* (2000, 2005), analizaron la dinámica de multitudes, describiendo un modelo de comportamiento de desplazamiento; si un individuo quiere moverse a un punto deseado, se mueve en el camino más corto con la velocidad más cómoda; cuando aparece un obstáculo, como una pared, un mueble u otro individuo, el individuo comienza a evadirlo tan pronto como se invade una zona de confort, es decir, un espacio privado, el cual el individuo trata de mantener despejado.

Existen otras investigaciones, como la de Xen Li, Liu y Wu et al Xiang *et al.* (2016), y Ducatelle *et al.* (2011); Merheb *et al.* (2016), que establecen reglas de navegación con el fin de que los agentes alcancen formas geométricas, es decir, formaciones respecto a la posición de los otros agentes, dando lugar a una especie de comportamiento coordinado. En humanos, por ejemplo, hacer una línea o un círculo implica conocer la ubicación de todas las otras personas en el grupo, de modo que cada uno establece su propia posición en la formación y la ajusta en consecuencia.

En este artículo se diseña una estrategia de control descentralizado, que permite conducción autónoma para un sistema multiagente, compuesto por robots móviles diferenciales, utilizando modelos de comportamiento que permiten el seguimiento de trayectorias, evasión de colisiones, y simultáneamente lograr una formación deseada, en este caso en particular, y sin pérdida de generalidad, una formación circular. Se pretenden utilizar modelos de dinámica de multitudes y adaptarlos en un control que permita una navegación descentralizada y autónoma del sistema multiagente.

En la Sección 2 se describen las especificaciones de la propuesta de control, mientras que en la Sección 3, se aplica la prueba de estabilidad de Lyapunov en el sistema de lazo cerrado, para obtener condiciones de estabilidad que deben ser satisfechas por las ganancias de control. En la Sección 4, se presenta el desarrollo de una plataforma experimental, y los resultados experimentales obtenidos se muestran en la Sección 5. En la Sección 6 se dan las conclusiones de este trabajo.

2. Diseño del control de navegación autónoma

Un robot móvil diferencial tipo (2,0) tiene el modelo cinemático descrito en (1), donde $[x_i, y_i]$ son las coordenadas del centro de rotación con respecto a un marco de referencia fijo, y θ_i es su orientación, como se muestra en la Figura 1. El subíndice i identifica el i -ésimo robot en un sistema multiagente. Para este modelo, las entradas de control son la velocidad de traslación V_i y la velocidad de rotación W_i , Canudas y Siciliano (1997).

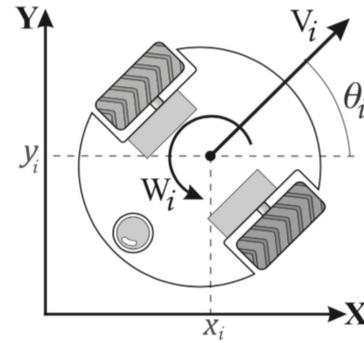


Figura 1: Robot móvil diferencial tipo (2,0)

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= V_i \cos \theta_i \\ \dot{y}_i &= V_i \sin \theta_i \\ \dot{\theta}_i &= W_i\end{aligned}\quad (1)$$

Como se mencionó en la introducción, el controlador propuesto integra un modelo dinámico basado en fuerzas reactivas y el modelo cinemático del robot móvil diferencial, el cual es controlado por la velocidad de traslación V_i y la velocidad de rotación W_i . Esta integración se puede representar en un esquema de control anidado, formado por un controlador externo e interno, ver Figura 2. El lazo de control externo contiene el modelo de navegación bio-inspirado, que es un modelo dinámico excitado por fuerzas, cuya salida, se procesa por el lazo de control interno que corresponde al modelo cinemático y es accionado por las velocidades V_i y W_i . Esta interconexión se muestra en la Figura 2. A continuación, se explica en detalle el controlador integrado.

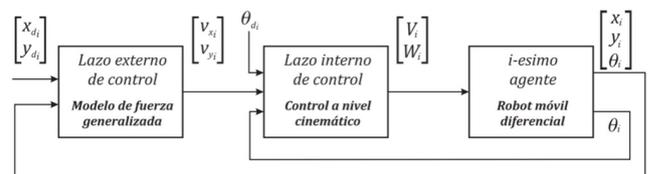


Figura 2: Diagrama a bloques del sistema de control integrado

2.1. Lazo de control externo

Este lazo de control consiste en el algoritmo bioinspirado, que se construye a partir de una serie de modificaciones del modelo de dinámica de multitudes presentado en Helbing *et al.* (2000, 2005), que reproduce el comportamiento de un individuo de masa m_i y velocidad $v_i = [v_{x_i}, v_{y_i}]$ dado por un conjunto de reglas socio-psicológicas y físicas, esto es, que el individuo se mueve a una velocidad que le resulte físicamente cómoda, y de ser posible en línea recta, y con la intención de no colisionar con objetos u otras personas en el entorno, manteniendo una distancia de separación con respecto a estos obstáculos, lo que se conoce en psicología como un espacio personal, que se define como un área con límites invisibles que rodea a la persona. La posición del individuo $p_i = [x_i, y_i]$ se mueve hacia un punto de

referencia o posición deseada $p_{d_i} = [x_{d_i}, y_{d_i}]$. La velocidad deseada del individuo, de magnitud v_i^0 , apunta hacia una dirección dada por el vector de error de posición $e_i = [x_{d_i} - x_i, y_{d_i} - y_i]$, y se considera un tiempo de respuesta característico del sistema τ_i , por lo tanto, el individuo avanza en una línea recta hacia la posición deseada. Al mismo tiempo, intenta evitar obstáculos y otros individuos que invaden su zona de confort, que se considera circular y de radio r_i . Se consideran fuerzas de evasión para obstáculos dinámicos y estáticos, dadas por f_{ij} y f_{iw} respectivamente. Este modelo dinámico excitado por fuerzas, dado por (2), está compuesto por fuerzas de atracción relacionadas con la posición de destino y fuerzas de repulsión basadas en la distancia a los obstáculos y su velocidad relativa de aproximación, dando un modelo reactivo.

$$m_i \begin{bmatrix} \dot{v}_{x_i} \\ \dot{v}_{y_i} \end{bmatrix} = \frac{m_i}{\tau_i} (v_i^0 e_i - v_i) + \sum f_{ij} + \sum f_{iw} \quad (2)$$

Las fuerzas de repulsión para evasión de obstáculos f_{ij} y f_{iw} están modeladas por (3) y (4), y corresponden a evasión de obstáculos dinámicos o estáticos respectivamente, considerando como obstáculos dinámicos otros agentes que invaden la zona de confort del i -ésimo robot. Estas fuerzas repulsivas se basan en distancias relativas, que se pueden obtener fácilmente mediante sensores a bordo.

$$f_{ij} = k_i g(r_{ij} - d_{ij}) n_{ij} - \kappa_i g(r_{ij} - d_{ij}) \Delta v_{ji}^t t_{ij} \quad (3)$$

$$f_{iw} = k_i g(r_i - d_{iw}) n_{ij} - \kappa_i g(r_i - d_{iw}) (v_i \cdot t_{iw}) t_{iw} \quad (4)$$

Este modelo tiene términos como la distancia entre el centro de masa del agente i y j denotados por $d_{ij} = \|p_i - p_j\|$, y el vector normalizado de dirección $n_{ij} = [n_{ij_x}, n_{ij_y}] = (p_i - p_j)/d_{ij}$ que apunta desde el agente j hacia el agente i , por otro lado se considera el vector tangente $t_{ij} = [-n_{ij_y}, n_{ij_x}]$, y el término g que determina si la zona de confort del agente i interactúa con la zona del agente j , es decir, $g = 1$ si $r_{ij} > d_{ij}$ (donde $r_{ij} = r_i + r_j$) y $g = 0$ en caso contrario. La diferencia de los vectores de velocidad de traslación entre los agentes i y j representa la velocidad relativa de aproximación y se denota por $\Delta v_{ji}^t = (v_j - v_i) \cdot t_{ij}$. La magnitud de las ganancias positivas k_i y κ_i , determina la influencia de los componentes normal y tangencial de la aceleración, y permiten modular la respuesta de aceleración e intensidad de giro para evitar colisiones.

Del modelo dinámico (2), considerando que la masa m_i es unitaria, y cualquier obstáculo puede ser tratado con la misma función de evasión tomando en consideración sólo su velocidad relativa de aproximación, es decir el término de fuerzas f_{iw} se incorpora al término f_{ij} , considerando que la velocidad relativa de aproximación solo esta dada por la velocidad del agente, por lo tanto, en base a los objetivos de control se propone la ley de control dada por (5), donde las fuerzas de repulsión contra obstáculos estáticos f_{iw} se pueden obtener al considerar $v_j = 0$ en (3), con d_{iw} la distancia entre el agente i y el obstáculo, una vez que entra en la zona de confort del agente.

$$\dot{v}_i = \begin{bmatrix} \dot{v}_{x_i} \\ \dot{v}_{y_i} \end{bmatrix} = k_p e_i + k_d \dot{e}_i + \sum f_{ij} + f_{ic} \quad (5)$$

Donde, para lograr el seguimiento de la trayectoria, se incluye un controlador PD con ganancias k_p, k_d , con el error de

posición dado por (6); mientras tanto, las fuerzas repulsivas totales son la suma vectorial de todas las fuerzas de evasión f_{ij} , relacionadas con obstáculos dinámicos y estáticos que están dentro de la zona de confort; mientras que el término f_{ic} permite generar y mantener una formación geométrica deseada en el sistema multiagente, entonces, la posición de cada agente en la formación debe ser congruente con la trayectoria deseada del agente, de lo contrario surgiría un conflicto y ninguno de los objetivos, seguimiento de trayectoria o formación, estarían satisfechos. Mediante la definición de f_{ic} se pueden generar diversas formaciones geométricas simples Xiang *et al.* (2016), como líneas rectas, flechas, círculo, etc.

$$e_i = \begin{bmatrix} e_{x_i} \\ e_{y_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{d_i} - x_i \\ y_{d_i} - y_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

Basado en las modificaciones del modelo Cucker - Smale presentadas en Park *et al.* (2018), la función f_{ic} es definida como en (7), que corresponde a una formación circular.

$$f_{ic} = \gamma \left(1 - \frac{R}{\|d_{ic}\|} \right) d_{ic} \quad (7)$$

La función f_{ic} pretende formar un círculo de radio R con los N agentes del sistema, con respecto al centro geométrico (\bar{x}, \bar{y}) , que viene dado por la posición promedio de todo el sistema, (8). La distribución de cada agente en la formación del círculo toma en cuenta la trayectoria deseada para cada agente, como se muestra en los resultados experimentales presentados.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (8)$$

En la función (7), $d_{ic} = [\bar{x} - x_i, \bar{y} - y_i]^T$ es el vector de distancia del agente i hacia el centro geométrico, y γ es una ganancia positiva. Al evaluar el control propuesto en (5) e integrándolo se obtienen los valores $(\dot{v}_{x_i}, \dot{v}_{y_i}, v_{x_i}, v_{y_i})$, los cuales se pasan como entradas al modelo cinemático del robot móvil diferencial (agente).

2.2. Lazo de control interno

Este lazo de control transforma las velocidades y aceleraciones obtenidas por el lazo de control externo $(\dot{v}_{x_i}, \dot{v}_{y_i}, v_{x_i}, v_{y_i})$ en las velocidades lineales y angulares V_i y W_i , necesarias para conducir el agente, la transformación considerada se toma del trabajo presentado en Vazquez-Chavez y Rodríguez-Angeles (2018), obteniendo las relaciones dadas en (9) y (10).

$$V_i = k_v \left[v_{x_i} \cos(\theta_i) + v_{y_i} \sin(\theta_i) \right] \quad (9)$$

$$W_i = k_a \left[\frac{\dot{v}_{y_i} v_{x_i} - \dot{v}_{x_i} v_{y_i}}{v_{x_i}^2 + v_{y_i}^2 + \epsilon} \text{sen}_c(e_{\theta_i}) - k_t e_{\theta_i} \right] \quad (10)$$

Donde k_v es una ganancia que modula la intensidad de la señal de control V_i . La constante $\epsilon \approx 0$ se incluye para evitar singularidades cuando v_{x_i}, v_{y_i} son cero. La función $\text{sen}_c(\cdot)$ es considerado como el seno cardinal y se define en (11).

$$\text{sen}_c(\alpha) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha} & \text{si } \alpha \neq 0 \\ 1 & \text{si } \alpha = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Dado que se pretende conseguir una orientación deseada, se añade un término de control proporcional en (10), con

$e_{\theta_i} = (\theta_i - \theta_{d_i})$ como el error de orientación con respecto a un ángulo de referencia θ_{d_i} . Las ganancias k_a, k_t modulan las acciones de control dadas por el control de orientación.

3. Análisis de estabilidad para el caso libre de colisiones

Usando la prueba de estabilidad de Lyapunov, fijando $f_{ij} = 0$ para el caso libre de colisiones y teniendo en consideración los valores de interés $(x_i, y_i, v_{x_i}, v_{y_i}, \theta_i)$ y sus referencias deseadas $(x_{d_i}, y_{d_i}, v_{x_{d_i}}, v_{y_{d_i}}, \theta_{d_i})$, se definen las siguientes variables de estado:

$$\begin{aligned} z_{1_i} &= e_{x_i} = x_{d_i} - x_i & z_{2_i} &= e_{y_i} = y_{d_i} - y_i \\ z_{3_i} &= e_{v_{x_i}} = v_{x_{d_i}} - v_{x_i} & z_{4_i} &= e_{v_{y_i}} = v_{y_{d_i}} - v_{y_i} \\ z_{5_i} &= e_{\theta_i} = \theta_i - \theta_{d_i} \end{aligned} \quad (12)$$

El lazo cerrado para el i -ésimo agente viene dado por

$$\begin{aligned} \dot{z}_{1_i} &= v_{x_{d_i}} \sin^2 \theta_i + (z_{4_i} - v_{y_{d_i}}) \sin(\theta_i) \cos(\theta_i) + z_{3_i} \cos^2(\theta_i) \\ \dot{z}_{2_i} &= v_{y_{d_i}} \cos^2(\theta_i) + (z_{3_i} - v_{x_{d_i}}) \sin(\theta_i) \cos(\theta_i) + z_{4_i} \sin^2(\theta_i) \\ \dot{z}_{3_i} &= \dot{v}_{x_{d_i}} - k_p z_{1_i} - k_d z_{3_i} - \gamma \beta_{ix} \\ \dot{z}_{4_i} &= \dot{v}_{y_{d_i}} - k_p z_{2_i} - k_d z_{4_i} - \gamma \beta_{iy} \\ \dot{z}_{5_i} &= -\dot{\theta}_{d_i} - k_a k_t z_{5_i} + k_a \left[\frac{(\dot{v}_{y_{d_i}} - \dot{z}_{4_i})(v_{x_{d_i}} - z_{3_i}) - (v_{y_{d_i}} - z_{4_i})(\dot{v}_{x_{d_i}} - \dot{z}_{3_i})}{(v_{x_{d_i}} - z_{3_i})^2 + (v_{y_{d_i}} - z_{4_i})^2 + \epsilon} \left(\frac{\sin(z_{5_i})}{z_{5_i}} \right) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Con $\dot{\theta}_{d_i} = W_{d_i}$ como referencia de velocidad angular y

$$\beta_i = \begin{bmatrix} \beta_{ix} \\ \beta_{iy} \end{bmatrix} = \left(1 - \frac{R}{\sqrt{(\bar{x} - x_{d_i} + z_{1_i})^2 + (\bar{y} - y_{d_i} + z_{2_i})^2}} \right) \begin{bmatrix} \bar{x} - x_{d_i} + z_{1_i} \\ \bar{y} - y_{d_i} + z_{2_i} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Usando la función candidata de Lyapunov $V_i(z_i) = \frac{1}{2} z_i^T z_i \geq 0$, la derivada temporal de $V_i(z_i)$ es:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(z_i) &= \left[\cos^2 \theta_i - k_p \right] z_{1_i} z_{3_i} + \left[\sin^2 \theta_i - k_p \right] z_{2_i} z_{4_i} \\ &+ \begin{bmatrix} \sin \theta_i \cos \theta_i + \frac{k_a k_p \sin(z_{5_i})}{(v_{x_{d_i}} - z_{3_i})^2 + (v_{y_{d_i}} - z_{4_i})^2 + \epsilon} \\ \sin \theta_i \cos \theta_i - \frac{k_a k_p \sin(z_{5_i})}{(v_{x_{d_i}} - z_{3_i})^2 + (v_{y_{d_i}} - z_{4_i})^2 + \epsilon} \\ - \sin \theta_i \cos \theta_i + \frac{k_a k_p \sin(z_{5_i})}{(v_{x_{d_i}} - z_{3_i})^2 + (v_{y_{d_i}} - z_{4_i})^2 + \epsilon} \\ - \sin \theta_i \cos \theta_i + \frac{k_a k_p \sin(z_{5_i})}{(v_{x_{d_i}} - z_{3_i})^2 + (v_{y_{d_i}} - z_{4_i})^2 + \epsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1_i} z_{4_i} \\ z_{2_i} z_{3_i} \\ z_{1_i} v_{y_{d_i}} \\ z_{1_i} v_{x_{d_i}} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} z_{1_i} \sin \theta_i + \gamma \beta_{iy} \left(\frac{k_a k_p \sin(z_{5_i})}{(v_{x_{d_i}} - z_{3_i})^2 + (v_{y_{d_i}} - z_{4_i})^2 + \epsilon} \right) \\ z_{2_i} \cos \theta_i - \gamma \beta_{ix} \left(\frac{k_a k_p \sin(z_{5_i})}{(v_{x_{d_i}} - z_{3_i})^2 + (v_{y_{d_i}} - z_{4_i})^2 + \epsilon} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{x_{d_i}} \\ v_{y_{d_i}} \end{bmatrix} \\ &- k_d \left[z_{3_i}^2 + z_{4_i}^2 \right] - k_a k_t z_{5_i}^2 - z_{5_i} W_{d_i} \end{aligned} \quad (15)$$

Para probar $\dot{V}_i(z_i) < 0$, podemos acotarlo por arriba considerando la propiedad algebraica $(a^2 + b^2) \geq 0$ y $\frac{1}{2}(a^2 + b^2) \geq -ab$. Además, cabe mencionar que los motores producen una velocidad y aceleración máximas, que son positivas y acotadas, independientemente de su dirección de giro. Entonces resulta en $|v_{x_{d_i}}| \leq v_{x_{i_{max}}}$, $|v_{y_{d_i}}| \leq v_{y_{i_{max}}}$ y $|\dot{v}_{x_{d_i}}| \leq \dot{v}_{x_{i_{max}}}$, $|\dot{v}_{y_{d_i}}| \leq \dot{v}_{y_{i_{max}}}$.

Agrupando terminos en (15) y considerando las cotas dadas por $-0,2 \leq \cos^2 \theta_i + \sin \theta_i \cos \theta_i \leq 1,2$; y $-0,2 \leq \sin^2 \theta_i + \sin \theta_i \cos \theta_i \leq 1,2$; además de que $|\sin(z_{5_i})| \leq 1$, se tiene que en el peor escenario de operación, la función se puede escribir

como

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(z_i) &\leq \frac{1}{2} \left[k_p \left(1 - \frac{k_a}{\epsilon} \right) + 0,2 \right] z_{1_i}^2 + \frac{1}{2} \left[k_p \left(1 + \frac{k_a}{\epsilon} \right) + 0,2 \right] z_{2_i}^2 \\ &+ \frac{1}{2} \left[k_p \left(1 + \frac{k_a}{\epsilon} \right) + 0,2 \right] z_{3_i}^2 + \frac{1}{2} \left[k_p \left(1 - \frac{k_a}{\epsilon} \right) + 0,2 \right] z_{4_i}^2 \\ &+ \left[v_{x_{i_{max}}} + \left(\frac{1}{2} - k_p \frac{k_a}{\epsilon} \right) v_{y_{i_{max}}} \right] z_{1_i} + \left[v_{y_{i_{max}}} + \left(\frac{1}{2} - k_p \frac{k_a}{\epsilon} \right) v_{x_{i_{max}}} \right] z_{2_i} \\ &+ \left[\dot{v}_{x_{i_{max}}} - \gamma \beta_{ix} - \left(\gamma \beta_{iy} + k_d v_{y_{i_{max}}} \right) \frac{k_a}{\epsilon} \right] z_{3_i} \\ &+ \left[\dot{v}_{y_{i_{max}}} - \gamma \beta_{iy} + \left(\gamma \beta_{ix} + k_d v_{x_{i_{max}}} \right) \frac{k_a}{\epsilon} \right] z_{4_i} \\ &+ \frac{k_a}{\epsilon} \left[\gamma \beta_{iy} v_{x_{i_{max}}} - \gamma \beta_{ix} v_{y_{i_{max}}} \right] - k_d \left[z_{3_i}^2 + z_{4_i}^2 \right] - k_a k_t z_{5_i}^2 - z_{5_i} W_{d_i} \end{aligned} \quad (16)$$

De acuerdo con (7), el mejor de los casos es cuando el agente i está en la formación circular deseada, es decir, $\|d_{ic}\| = R$, dando lugar a $\|\beta_i\| = 0$. Mientras que el peor de los casos es $\|d_{ic}\| > R$, que significa que el agente i está fuera de la circunferencia y $\|\beta_i\| \neq 0$. Estas consideraciones conducen a la siguiente lista de condiciones que hacen que $\dot{V}_i(0) < 0$.

1. $k_p > 0, k_d > 0, k_a > 0, k_t > 0, \epsilon > 0, \gamma > 0$
2. $k_p > \frac{0,2}{(1 - \frac{k_a}{\epsilon})}$
3. $k_p > \frac{\epsilon}{k_a} \left(\frac{v_{x_{i_{max}}}}{v_{y_{i_{max}}}} + \frac{1}{2} \right)$
4. $k_d > \frac{\dot{v}_{x_{i_{max}}}}{v_{y_{i_{max}}}} \frac{\epsilon}{k_a}$,
5. $\gamma > \frac{k_a k_d v_{y_{i_{max}}} - \dot{v}_{x_{i_{max}}}}{1 + \frac{k_a}{\epsilon}}, \gamma < \frac{\dot{v}_{y_{i_{max}}} + \frac{k_a}{\epsilon} k_d v_{x_{i_{max}}}}{1 + \frac{k_a}{\epsilon}}$

Bajo las condiciones dadas en (17), es posible concluir que el origen del sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable solo cuando $\|\beta_i\| = 0$, ya que se satisface que $V_i(0) = 0$, $V_i(z_i) > 0$, $\dot{V}_i(0) = 0$ y $\dot{V}_i(z_i) < 0$. Sin embargo, cuando $\|\beta_i\| \neq 0$, hay términos que no desaparecen, lo que hace que $\dot{V}_i(0) \neq 0$ y solo se puede concluir estabilidad práctica del tipo últimamente acotada.

El análisis de estabilidad considerando obstáculos dinámicos y estáticos implica diferentes fuerzas de reacción para cada situación posible, por lo que no se aborda. Lo que se considera es que k_i, κ_i en la expresión (3) son sintonizados para que las fuerzas repulsivas puedan producir una respuesta rápida para evitar colisiones, mientras se mantiene la estabilidad del sistema. Si dichas ganancias son sintonizadas apropiadamente para evadir obstáculos dinámicos, esta sintonización también funcionara para obstáculos estáticos, ya que para los primeros la velocidad relativa de aproximación es mayor que la del propio agente, por lo que se requieren acciones de evasión más agresivas, que para el caso de obstáculos estáticos.

4. Plataforma experimental

Para probar experimentalmente la ley de control propuesta, se consideran cuatro robots diferenciales Turtlebot3 Burger® y un robot Turtlebot3 Waffle Pi®, dando un total de 5 agentes, controlados individualmente usando ROS en una Raspberry Pi® integrada, donde se implementa la ley de control, calculando las entradas de control V_i, W_i para cada agente, las cuales son enviadas a la i -ésima tarjeta de control a través del protocolo serial.

La posición de cada agente se determina por odometría, por lo que es relativa a su posición de inicio, aunque se cuenta con un sistema de cámaras para medición de la posición, dichas lecturas solo se utilizan para fines de graficación y no de retroalimentación. Para poder definir de manera correcta los errores de

seguimiento de trayectoria y de formación, se considera un marco de referencia universal, con respecto al cual se define la posición de cada agente en base a sus lecturas de odometría. Bajo esta consideración, la posición inicial de cada robot está definida en el mismo marco global, por lo que cada agente, usando odometría puede calcular su posición en cada momento dado. Los algoritmos utilizados para obtener los parámetros necesarios en el lazo de control anidado se describen a continuación.

4.1. Generación de trayectoria de referencia

Las funciones dadas en (18) generan una figura lemniscata, y permiten calcular la posición, velocidad y aceleración de referencia deseada de cada agente $x_{d_i}(t), y_{d_i}(t)$:

$$\begin{aligned} x_{d_i}(t) &= a \cos(k_s t) + R \cos\left(\frac{360(i)}{N}\right) & y_{d_i}(t) &= b \sin(2k_s t) + R \sin\left(\frac{360(i)}{N}\right) \\ \dot{x}_{d_i}(t) &= -a \cdot k_s \cdot \sin(k_s t) & \dot{y}_{d_i}(t) &= 2b \cdot k_s \cdot \cos(2k_s t) \\ \ddot{x}_{d_i}(t) &= -a \cdot k_s^2 \cdot \cos(k_s t) & \ddot{y}_{d_i}(t) &= -4bk_s^2 \cdot \sin(k_s t) \end{aligned} \quad (18)$$

Aquí, a, b son la longitud y el ancho de la lemniscata, R es el radio del círculo de la formación deseada, N es el número de agentes, el subíndice i se refiere al i -ésimo agente y k_s define la frecuencia.

La trayectoria de referencia tiene una duración d , donde si $t < d$, las funciones y sus derivadas son calculadas. Si $t > d$, se usa el último valor calculado en $t = d$, para obtener las coordenadas de la posición final de la trayectoria, con velocidad de referencia igual a cero, pasando de un problema de seguimiento de trayectoria a uno de regulación a un punto deseado.

Una vez obtenidas las referencias, se utilizan las expresiones en (19), (20), (21) para obtener $\theta_{d_i}, V_{d_i}, W_{d_i}$:

$$\theta_{d_i} = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{x}_{d_i}}{\dot{y}_{d_i}} \right) \quad (19)$$

$$V_{d_i} = \sqrt{\dot{x}_{d_i}^2 + \dot{y}_{d_i}^2} \quad (20)$$

$$W_{d_i} = \frac{\dot{x}_{d_i} \ddot{y}_{d_i} - \dot{y}_{d_i} \ddot{x}_{d_i}}{v_{d_i}^2 + \epsilon} \quad (21)$$

4.2. Percepción

La zona de confort (zona de evasión) del agente consiste en una circunferencia continua alrededor del agente. Para medir la distancia d_{ij} del agente i al agente j , y el ángulo θ_{ij} con respecto al eje traslacional del agente i , es necesario implementar la zona de confort en una manera adecuada. Un sensor infrarrojo emite un haz de luz que, cuando se refleja en la superficie del objeto, permite medir la distancia desde donde se encuentra. Sin embargo un arreglo de sensores infrarrojos alrededor del agente resulta poco práctico, debido a la baja resolución recuperada, esto es, el número de haces en la circunferencia, está limitado al espacio disponible. Esto se puede observar en la Figura 3, donde a pesar de que un obstáculo está en la zona de confort, no es detectado. Un sistema LiDAR permite aumentar la resolución, girando un haz infrarrojo para cubrir toda la circunferencia. El modelo LDS-01, utilizado en este trabajo, tiene una resolución de $1/360$, por lo tanto, emite un haz cada $0,0174[rad]$, ROBOTIS (2018). Esto da una configuración de 360 haces alrededor del agente, mejorando la percepción del entorno, ya que ahora se reflejan muchos haces en un solo objeto. En este evento,

la distancia más corta registrada se establece como d_{ij} , mientras que θ_{ij} se establece como el promedio del ángulo de todos los haces activados. Cuando hay múltiples haces activados, pero estos no son consecutivos, se considera como una detección de obstáculos múltiples, como se muestra en la Figura 4.

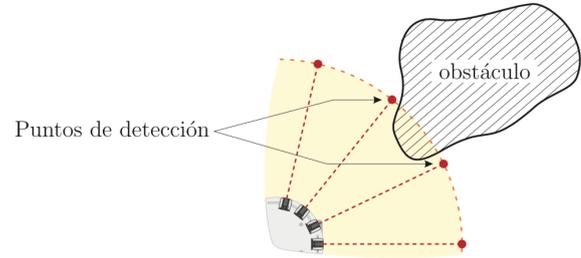


Figura 3: Sistema de detección de obstáculos con arreglo de infrarrojos.

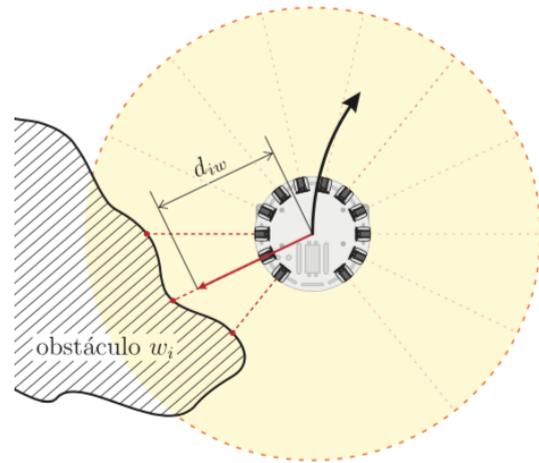


Figura 4: Múltiples haces del Lidar activados

4.3. Estimación de posición y velocidad de los otros agentes (obstáculos dinámicos)

Para calcular la fuerza para evitar colisiones f_{ij} dada por (3) y utilizada en (5), se necesitan la posición y la velocidad del j -ésimo agente, estos se denotan como $p_j = [x_j, y_j]^T$ y $v_j = [\dot{x}_j, \dot{y}_j]^T = [v_{x_j}, v_{y_j}]^T$, y para calcularlos se parte de las siguientes suposiciones:

- Cada agente conoce su propia posición respecto a un marco de referencia global.
- Todos los obstáculos detectados en un radio R_d de detección se consideran como agentes, y se calcula su velocidad relativa de aproximación, si está resulta en la misma velocidad del agente, entonces se trata de un obstáculo estático.
- Se supone que la zona de confort del agente j tiene el mismo radio que el agente i .

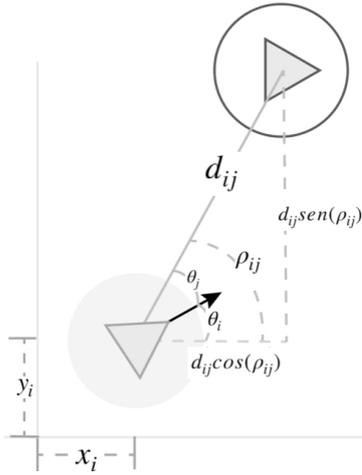


Figura 5: Esquema de estimación de posición

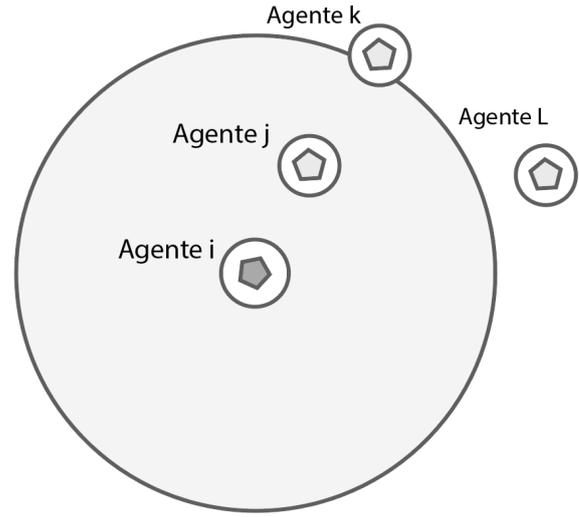


Figura 6: Problemas en detección de obstáculos

Con estas suposiciones se propone el siguiente algoritmo:

1. El agente i determina con sus sensores el vector al agente j , el cual está compuesto por la distancia d_{ij} y el ángulo desde el marco del eje x global, indicado como ρ_{ij} .
2. Para obtener el ángulo ρ_{ij} , la orientación del agente i en su marco inercial θ_i y el ángulo del agente j detectado por el sensor, denotado como θ_{ij} , son necesarios.
3. Mientras θ_i aumenta, el valor de θ_{ij} disminuye, como se muestra en la Figura 5. Esto da como resultado el valor ρ_{ij} dado por:

$$\rho_{ij} = \theta_i + \theta_{ij} \quad (22)$$

4. La posición del agente j en el marco de referencia global se obtiene mediante

$$x_j = x_i + d_{ij}\text{sen}(\rho_{ij}), \quad y_j = y_i + d_{ij}\text{cos}(\rho_{ij}) \quad (23)$$

5. El centro geométrico se calcula mediante

$$\bar{x} = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} y_i \quad (24)$$

Donde N_i es el número de agentes detectados por el i -ésimo agente. El hecho de que $N_i \neq N$ es posible debe enfatizarse, por las siguientes razones, ver Figura 6:

- Si el agente L está fuera del área de cobertura del sensor del agente i
- Si el agente k está detrás del agente j , el agente k no será detectado.

Finalmente, para determinar la velocidad del agente j , se compara la distancia d_{ij} con la distancia en el paso de ejecución anterior, indicado como $d_{ij|t-1}$. La expresión (25) obtiene la velocidad del agente j .

$$v_j = \frac{d_{ij} - d_{ij|t-1}}{t - t_{-1}} \quad (25)$$

Para obtener los componentes de la velocidad y evaluar la velocidad tangencial Δv_{ji}^t se evalúan las siguientes funciones:

$$v_{x_j} = v_j \text{cos}(\rho_{ij}), \quad v_{y_j} = v_j \text{sen}(\rho_{ij}) \quad (26)$$

5. Resultados experimentales

La configuración experimental consiste en un conjunto de $N = 5$ agentes que debe seguir una trayectoria lemniscata dada por (18), con los parámetros de la Tabla 1 y un tiempo de ejecución de $t = 100[s]$. Considerando las condiciones de estabilidad dadas por (17), los límites superiores para las acciones de control se eligen de acuerdo con la especificación del TurtleBot 3, esto es $V_{max} = 0,22[m/s]$ y $W_{max} = 2,84[rad/s]$, ROBOTIS (2018); y la sintonización de las ganancias de control se muestra en la Tabla 2. Por último, las condiciones iniciales de cada agente se muestran en la Tabla 3.

Tabla 1: Parámetros para la trayectoria deseada.

a	b	d	k_s	r_i	R
1[m]	0.5[m]	85[s]	0.15[m/s]	0.4[m]	0.8[m]

Tabla 2: Ganancias en el controlador

k_p	k_d	k_a	k_v	k_t	γ	k_i	κ_i	ϵ
4	4	0.5	0.995	2.3	0.49	5	13.5	0.005

Tabla 3: Posición inicial de cada agente

	x_i	y_i	θ_i
Agente 1	0,5m	-0,5m	$\pi/2$
Agente 2	-0,5m	-0,5m	$\pi/4$
Agente 3	0,0m	-0,5m	0
Agente 4	1,0m	-0,5m	$-\pi/2$
Agente 5	1,5m	-0,5m	0

Es importante enfatizar que en los experimentos se utilizan odometría y mediciones lidar para determinar la ubicación de cada agente y la distancia a la posible colisión con obstáculos. Por situaciones de espacio solo los resultados que implican el seguimiento de la trayectoria y la formación deseada son mostrados, y debido a las condiciones iniciales de los agentes se tienen posibles colisiones entre agentes, dejando fuera posibles colisiones con obstáculos estáticos. Sin embargo se realizaron diferentes experimentos con ambos tipos de obstáculos mostrando buenos resultados de evasión.

La Figura 7 muestra la posición del centro geométrico de la formación del sistema multi agente, en comparación con la referencia de formación deseada del grupo de agentes. Se aprecia una mejor convergencia en tramos donde el radio de curvatura es menor. La Figura 8 muestra la convergencia del error de posición del centro de la formación, y se puede deducir que para $t > 85[s]$, la posición del centro geométrico converge a una posición de reposo. En la Figura 9 se muestra una imagen del sistema multi agente durante el desarrollo del experimento. Todos los agentes convergen a las mismas acciones de control, como se muestra en las Figuras 10 y 11, moviéndose así de manera sincronizada, mientras que siguen la trayectoria deseada de la lemniscata.

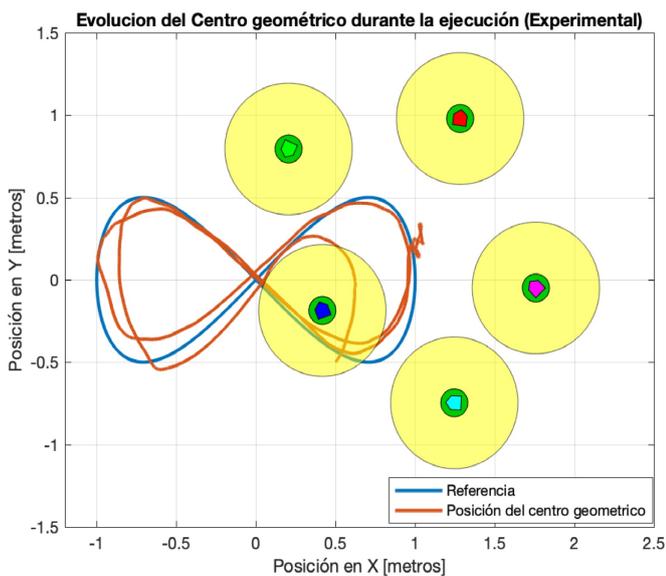


Figura 7: Centro geométrico de la formación circular deseado y real.

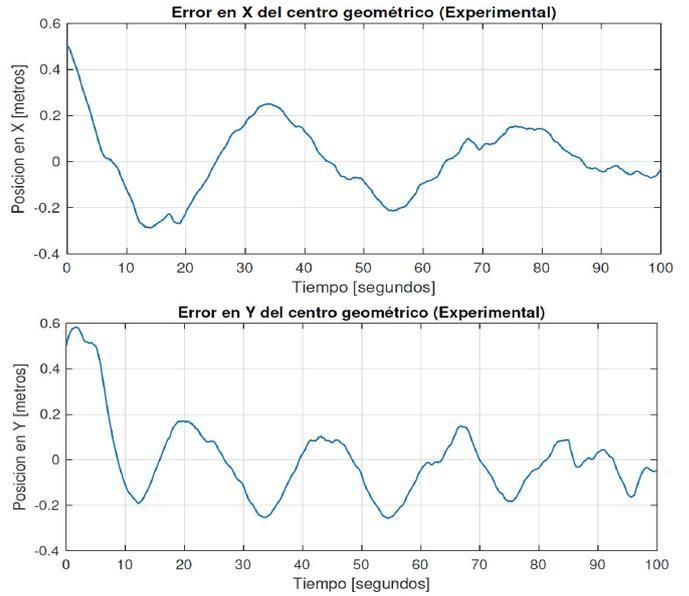


Figura 8: Error de posición del centro geométrico de la formación.



Figura 9: Imagen del experimento

Las dificultades y limitaciones técnicas son evidentes en las Figuras 10 y 11, donde se presenta ruido y cambios bruscos, esto a causa de las mediciones del Lidar y problemas en la localización proporcionada por la odometría. Sin embargo, el grupo trata de seguir la referencia de trayectoria lemniscata, mientras se genera el patrón de formación circular como se muestra en la Figura 7. Esto también se puede apreciar en los errores de seguimiento en la Figura 8; para $t > 85[s]$ cuando la trayectoria deseada se detiene, pero como hay errores de posición de cada agente con respecto a la formación circular, el agente sigue moviéndose en un esfuerzo por encajar en la circunferencia.

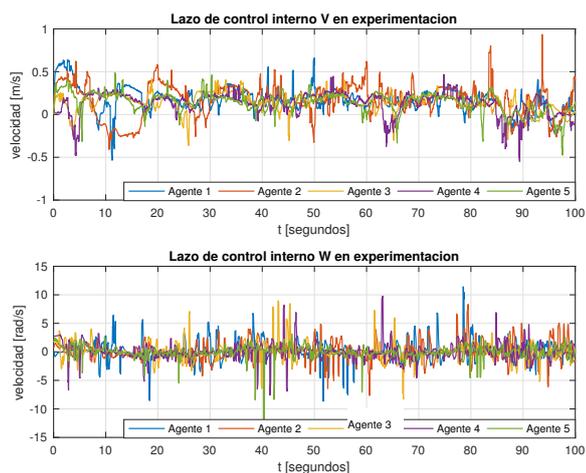


Figura 10: Lazo de control interno.

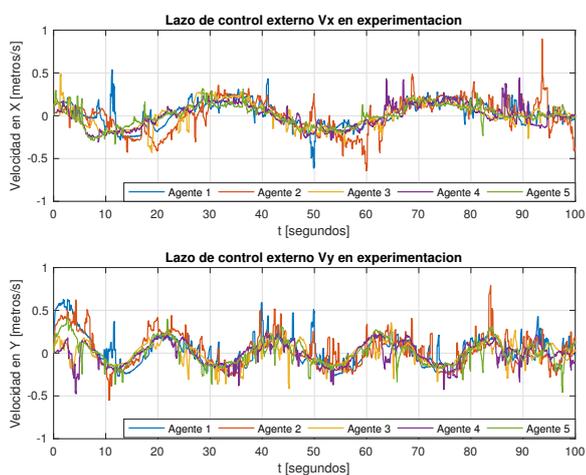


Figura 11: Lazo de control externo.

6. Conclusiones

La propuesta de ley de control, cuyo objetivo es generar una formación deseada, mientras esta formación multiagente sigue una trayectoria, navegando de manera autónoma, muestra un desempeño satisfactorio y aceptable en pruebas experimentales, teniendo en cuenta las limitaciones técnicas de la plataforma experimental. Una mejor adquisición de los datos del entorno, consiguiendo reconocimiento entre los agentes del sistema, otros mecanismos de localización, como fusión de sensores

y el filtrado de datos, resultarían en una mejora del comportamiento del controlador.

El controlador propuesto puede verse como una extensión dinámica del control cinemático, esto debido a la incorporación del modelo dinámico excitado por fuerzas, que permite evasión de obstáculos, seguimiento de la trayectoria y generación de la formación. Este modelo de fuerza dinámica puede modificarse aún más para incluir algunos otros objetivos relacionados con la sincronización de los agentes, comportamientos coordinados, etc. El controlador propuesto es descentralizado y depende en gran medida de las capacidades de percepción de cada agente, pero podría implementarse fácilmente en base a comunicación entre los agentes del sistema, de tal manera que cada agente comparta su ubicación e información sobre detección de obstáculos, lo que mejoraría el desempeño del sistema multiagente, ampliando posibles aplicaciones.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACyT, México, por su apoyo mediante el proyecto de Ciencia Básica CB2017-2018-A1-S-26123.

Referencias

- Arkin, R. C. (1998). *Behavior-based robotics*. MIT press.
- Canudas, C. y Siciliano, B. (1997). *Theory of robot control*. Springer.
- Ducatelle, F., Caro, G. D., Pinciroli, C., Mondada, F., y Gambardella, L. (2011). Communication assisted navigation in robotic swarms: Self-organization and cooperation. En *2011 IEEE/RSJ International Conference On Intelligent Robots And Systems*, pp. 4981–4988.
- Helbing, D., Buzna, L., Johansson, A., y Werner, T. (2005). Self-organized pedestrian crowd dynamics: Experiments, simulations, and design solutions. *Transportation science*, 39(1):1–24.
- Helbing, D., Farkas, I., y Vicsek, T. (2000). Simulating dynamical features of escape panic. *Nature*, 407:487–490.
- Merheb, A., Gazi, V., y Sezer-Uzo, N. (2016). Implementation studies of robot swarm navigation using potential functions and panel methods. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, 21:2556–2567.
- Muller, F. D. P. (2017). Survey on ranging sensors and cooperative techniques for relative positioning of vehicles. *Sensors*, 17.
- Park, J., Kim, H. J., y Ha, S. (2018). Cucker-smale flocking with inter-particle bonding forces. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55:2617–2623.
- ROBOTIS (2018). Turtlebot3 specifications.
- Sand, S., Zhang, S., Muhlegg, M., Falconi, G., Zhu, C., Kruger, T., y Nowak, S. (2013). Swarm exploration and navigation on mars. En *2013 International Conference On Localization And GNSS (ICL-GNSS)*, pp. 1–6.
- Shaefer, D. (2013). Mems inertial sensors: A tutorial overview. *IEEE Communications Magazine*, 51:100–109.
- Taketomi, T., Uchiyama, H., e Ikeda, S. (2017). Visual slam algorithms: a survey from 2010 to 2016. *IPSP Transactions On Computer Vision And Applications*, 9(6).
- Vazquez-Chavez, L. F. y Rodríguez-Angeles, A. (2018). Bio-inspired decentralized autonomous robot mobile navigation control for multi agent systems. *Kibernetika*, 54:135–154.
- Xiang, L., Yicheng, L., y Jun, W. (2016). Flocking control and pattern motion in a modified cucker-smale model. *Korean Math. Soc.*, 53:1–6.