

Prototipo de levitación neumática para enseñanza-aprendizaje de teoría de control Pneumatic levitation prototype for the teaching-learning of control theory

M. Reyes-Orta ^a, B. Pérez-López ^{a,*}, C. Cuvas-Castillo ^b, R. Villafuerte-Segura ^b

^aLicenciatura en Ingeniería en Electrónica, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.

^bÁrea Académica de Computación y Electrónica, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.

Resumen

Actualmente existen distintos tipos de levitación, entre ellos se encuentran la magnética, neumática, acústica, óptica y la electrostática. Las cuales son el principio básico del funcionamiento de procesos reales tales como, la levitación del tren bala (tren de alta velocidad, *TAV*), simuladores de paracaidismo, manipulación y posicionamiento de materiales a través de la levitación, y demás. La levitación neumática es aquella en la que se suspende un objeto con el aire contrarrestando la fuerza gravitacional, para esto se suele implementar un sistema de control en lazo cerrado para mantener una posición de levitación deseada. En este trabajo se propone el diseño y la construcción de un prototipo de levitación neumática de bajo costo para la enseñanza-aprendizaje de conceptos de control clásico y la sintonización de leyes tipo *PID* (Proporcional-Integral-Derivativo).

Palabras Clave: Control *PID*, levitación neumática, análisis de estabilidad y estabilización, método de *Ziegler-Nichols*, método de identificación de parámetros.

Abstract

Currently there are different types of levitation, including magnetic, pneumatic, acoustic, optical and electrostatic. Which are the basic operating principle of real processes such as the levitation of the bullet train (high-speed train, *HST*), indoor skydiving, manipulation and positioning of materials through levitation, and so on. Pneumatic levitation is one in which an object is suspended with the air counteracting the gravitational force, for this a closed-loop control system is usually implemented to maintain a desired levitation position. This paper proposes the design and construction of a low-cost pneumatic levitation prototype for the teaching-learning of classical control concepts and the tuning of laws of the *PID* (Proportional-Integral-Derivative) type.

Keywords: Control *PID*, pneumatic levitation, stability and stabilization analysis, *Ziegler-Nichols* method, parameter identification method.

1. Introducción

Los sistemas de levitación son aquellos que mantienen un objeto/cuerpo suspendido en el aire. La levitación está clasificada en magnética, neumática, acústica, óptica y electrostática. A menudo estos sistemas son inestables, por lo que es necesario implementar un control en lazo cerrado para mantener el objeto suspendido en una posición deseada. En particular, la levitación neumática es considerada como la suspensión de un objeto provocada por el empuje del aire, el cual equilibra la fuerza gravitatoria. Este tipo de sistema no es fácil de modelar con precisión debido a las diferentes fuerzas que actúan en el mismo (Zorrilla Valencia, 2021).

La neumática es una rama de la mecánica, que estudia el

equilibrio y movimiento de flujos gaseosos. Además, se emplea como modo de transmisión de energía para mover y hacer funcionar mecanismos. Actualmente, *Ktesibios* es considerado como el padre de la neumática, por su estudio en el uso del aire comprimido, construyó una catapulta basada en un cañón neumático, el cual comprimía aire en los cilindros (CristianGar, 2017). Años después, la neumática fue utilizada para la contribución de avances científicos, tal es el caso de Denis Papín, quien presentó la primera máquina de émbolo en 1688. Por otro lado, a John Smeaton se le atribuye la creación del cilindro soplete en 1762 y John Wilkinson desarrolló el primer prototipo de compresor en 1776 (Gómez, 2021). Durante el siglo XIX, la neumática se regularizó en la industria, considerando algu-

* Autor para correspondencia: pe420827@uaeh.edu.mx

Correo electrónico: re358766@uaeh.edu.mx (Monica Reyes Orta), pe420827@uaeh.edu.mx (Brian Pérez López), carlos_cuvas@uaeh.edu.mx (Carlos Cuvas Castillo), villafuerte@uaeh.edu.mx (Raúl Villafuerte-Segura).

Historial del manuscrito: recibido el 29/06/2023, última versión-revisada recibida el 01/09/2023, aceptado el 29/08/2023, publicado el 30/11/2023. **DOI:** <https://doi.org/10.29057/icbi.v11iEspecial4.11362>



nas contribuciones como la perforación del túnel Mont Celis en 1857 (Claudio, 2015), el freno de aire para ferrocarriles en 1869, el primer martillo neumático en 1880 y la red de distribución de aire en París en 1888 (Gómez, 2021). Por tal razón, el entendimiento y el control de sistemas que manipulen el flujo de aire es de suma importancia para los quehaceres de la industria. Así, sin lugar a duda, trabajos que coadyuven a comprender y manipular este tipo de sistema, como los prototipos de levitación neumática, en los cuales se pueda enseñar-aprender teoría de control, son de vital relevancia para los estudiantes de esta área.

Los sistemas neumáticos son sistemas de fluido, que utilizan comúnmente el aire como medio de transmisión de señales y potencia (Ogata y Sanchez, 1987). Su principal uso es en la automatización de maquinaria de producción y en los controladores automáticos. Por mencionar un ejemplo, se aplican en los controladores mecánicos de la industria, en donde se convierte la energía del aire comprimido a energía mecánica. Estos sistemas se suelen utilizar en la industria como elementos de decisión y secuenciamiento; y, por su semejanza en cuanto a las dinámicas de operación y control, forman parte de una serie de dispositivos industriales denominados dispositivos fluidicos, los cuales se pueden implementar en (Ogata y Sanchez, 1987):

- sistemas de combustión,
- flujo del aire relativo en aeroplanos y paracaídas,
- fuerza debida al viento en yates y bombas elevadoras de aire,
- energía del aire comprimido en frenos de aire y herramientas de aire comprimido,
- compresibilidad del aire en colchones,
- levitación neumática, entre muchos otros.

Así, debido a su relevancia, en la literatura existen varios y diferentes trabajos de investigación referente al diseño, la construcción y/o el control de sistemas de levitación neumática, entre los cuales se pueden mencionar los siguientes. En (Escaño *et al.*, 2004), se presenta un sistema formado por un ventilador centrífugo, accionado por un variador de velocidad. El objeto suspendido se sensa mediante una cámara, para después ofrecer una retroalimentación visual a través de una red Ethernet con protocolo MODBUS sobre TCP-IP y un software que analiza las imágenes. El objetivo de este trabajo es realizar tanto el seguimiento de la referencia como el rechazo de perturbaciones. Aunque este trabajo no reporta un costo explícito del prototipo, con base en los costos actuales este tuvo un presupuesto aproximado de 2230 MXN. Mientras que Miguel *et al.* (2018) presentan un modelo matemático con base en la segunda ley de Newton y la teoría mecánica de fluidos; las fuerzas que interactúan en el sistema son: el peso del objeto, la fuerza de fricción o rozamiento y por último la fuerza de propulsión. Para el control del sistema utilizaron dos leyes de control. En primer lugar, un controlador *PID* discreto, obteniendo las ganancias de forma experimental, y logrando que el sistema se estabilice. Después, por medio de un *PID* añadiendo un filtro Wavelet, el cual implementaron debido a las perturbaciones y señales de ruido que el sensor del sistema presentaba anteriormente, de igual forma

se obtienen las ganancias de forma experimental, con un nivel de resolución de $N = 5$ del filtro Wavelet, presentando mayor robustez y estabilidad ante perturbaciones. El costo aproximado de este proyecto tomando en cuenta solo los componentes electrónicos es de 1831 MXN. En (Rivas *et al.*, 2020) se propone un levitador con base en una estructura de madera, un tubo de acrílico de 90cm, una esfera de unicel y un ventilador de 6000rpm, con un costo aproximado de 926 MXN, sin considerar la tarjeta de adquisición de datos, la cual no es mencionada en el trabajo. Las pruebas y determinación de las ganancias se realizaron por medio del método de *Ziegler-Nichols* y la evaluación del algoritmo de Evolución Diferencial, que tiene como objetivo la minimización del error cuadrático medio del levitador a una entrada escalón. Obteniendo como resultado en el algoritmo evolutivo, un menor error cuadrático medio y un menor porcentaje en el error de estado estable que el del criterio de *Ziegler-Nichols*, y con respecto al tiempo de establecimiento, es de 39s comparado con 45s del método *Ziegler-Nichols*. Mientras que, en (Pinto Poalacin, 2020) se realiza un levitador neumático con una estructura de aluminio, un tubo transparente de plástico donde la esfera levita, un ventilador, un soplador que suministra el aire deseado y un NI myRIO encargado de la recolección de las señales provenientes de los sensores, el desarrollo de este proyecto reporta un costo de 700 USD (aproximadamente 11819.29 MXN). Para verificar la posición de la esfera utilizan dos sensores Sharp, el primero se encuentra dentro del tubo y hace la medición de la altura a la que se encuentra la esfera; el segundo, colocado en la parte externa, indica el punto de referencia al que se quiere llegar por medio de la palma de la mano. Utiliza un control *PID* para la estabilización de la esfera, por medio de un método de sintonización lambda, llevando a cabo el procesamiento de señales en LabVIEW y MATLAB, dando como resultado una estabilización compacta del sistema.

Por otro lado, en los últimos años la comunidad científica del área ha presentado diferentes trabajos centrándose principalmente en la enseñanza-aprendizaje de la teoría de control mediante el uso de plataformas neumáticas, como por ejemplo: en (Loreto, 2020) se presenta una metodología de enseñanza que consta del uso de plataformas virtuales y 3 plantas desarrolladas, las cuales tienen por nombre *Towercopter*, *aero-péndulo* y *aero-balancín*, todos ellos tienen el mismo método de propulsión, una hélice y un motor, representando el ala rotativa de vehículos aéreos. El objetivo de esta metodología es poder validar si los conocimientos adquiridos de manera teórica (mediante simulaciones), pueden ser aplicados correctamente en una plataforma física. Así mismo, Cruz (2018) presenta un trabajo en donde se muestra un *helicóptero de un grado de libertad*, con el propósito de poder aplicar los conocimientos de un curso de teoría de control en una plataforma y así conocer las aplicaciones en esta área. La construcción de este trabajo consta de una tarjeta Arduino, una hélice y un motor de corriente directa, además de emplear softwares como lo son Matlab y Simulink. En (Cardona y Gutiérrez, 2022) se propone una plataforma remota llamada ControlUQ, la cuál se divide en sistemas de experimentación, sistemas embebidos para el control y un servidor para acceso remoto. Cuenta con 4 sistemas de prueba: la emulación de corte al vuelo, levitación neumática, robot 2D y sistema A-B, ubicados en los laboratorios de la Universidad del Quindío. Para la enseñanza del control *PID*, la plataforma

cuenta con dos accesos, el básico (en el cual se puede cambiar los parámetros del control) y avanzado (se pueden agregar programas diseñados por el usuario). En cambio, en (Flores *et al.*, 2020) se presenta un sistema que estabiliza dos motores sin escobillas sujetos a un eje, por medio de las ganancias P , I y D . Con el modelado físico y simulación en software del control PID , menciona que es la base para que alumnos puedan experimentar y comprender los sistemas, pretendido que el aprendizaje sea interactivo y claro, con la teoría aprendida en clase pero aplicado a un ejemplo tangible.

En este manuscrito se propone el diseño y la construcción de un prototipo de levitación neumática de bajo costo para la enseñanza-aprendizaje de conceptos de control clásico y la sintonización de leyes tipo PID . El diseño en $3D$ del prototipo se realiza utilizando un software CAD (diseño asistido por computadora, por sus siglas en inglés Computer-Aided Design) llamado *SolidWorks*. La estructura consta de un tubo de acetato, una base de madera y una esfera de unicel, esta última es el objeto que levita. Para obtener la posición de la esfera, se implementa un sensor ultrasónico *HC-SR04* colocado en la parte superior del prototipo. El punto de consigna y la ubicación de la esfera se observan en una *LCD* (pantalla de cristal líquido, por sus siglas en inglés *Liquid Drystal Display*). Como actuador se tiene un ventilador de 4 hilos regulado mediante una señal PWM (Modulación por Ancho de Pulso, por sus siglas en inglés Pulse Width Modulation), en conjunto con un circuito electrónico de potencia. La adquisición y el procesamiento de señales, se llevan a cabo mediante el uso de una tarjeta de desarrollo *Arduino Mega*. Además, se realiza el diseño y la manufactura de una placa *PCB* (Placa de Circuito Impreso, por sus siglas en inglés Printed Circuit Board) para el sistema embebido de la tarjeta *Arduino*, la *LCD*, la etapa de potencia (PWM), el sensor de posición *HC-SR04*, el ventilador y una fuente de alimentación de 12V.

Para mostrar el buen funcionamiento del prototipo propuesto y el desempeño en lazo cerrado, se emplean algunas técnicas aceptadas por la comunidad científica del área: primeramente, se obtiene un modelo matemático de la planta empleando la segunda ley de Newton, este modelo es validado mediante un análisis de estabilidad en el dominio de la frecuencia y la implementación de un controlador tipo PID en lazo cerrado, sintonizado mediante asignación de polos. Posteriormente, empleando la respuesta escalón del prototipo, se implementa un método de identificación paramétrica para determinar la frecuencia y el amortiguamiento natural del sistema, ω y δ , respectivamente. Aquí se emplea una ley de control clásica para mantener la posición deseada de la esfera. Finalmente, considerando el proceso como una caja negra se utilizan las reglas de *Ziegler-Nichols* para la sintonización de controladores tipo PID .

El resto del manuscrito se encuentra estructurado de la siguiente manera: el planteamiento del problema y las contribuciones se presentan en la Sección 2, mientras que en la Sección 3 se presentan algunos conceptos y resultados teóricos necesarios para el desarrollo y aplicación de la teoría de control sobre la plataforma experimental. En la Sección 4 se presenta el diseño y construcción de la plataforma experimental. Mientras que en la Sección 5 se propone la sintonización de las ganancias de un controlador PID . En la Sección 6 se muestra la respuesta del sistema en lazo cerrado con los controladores obtenidos en

la sección antecedente. Finalmente, en la Sección 7 se presentan las conclusiones.

2. Planteamiento del problema y contribuciones

En esta sección se realiza el planteamiento del problema, el cual va dirigido hacia el diseño y la construcción de una plataforma experimental de bajo costo para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la teoría de control. Así como presentar las contribuciones que destacan de este proyecto.

2.1. Planteamiento del problema

La teoría de control es un campo interdisciplinario de la ingeniería y las matemáticas, que requieren de gran cantidad de conceptos y criterios abstractos. Estudios recientes demuestran que su comprensión y entendimiento se pueden facilitar si se emplean medios kinestésicos, auditivos y/o visuales para su enseñanza-aprendizaje (Cervantes López *et al.*, 2020). Por lo que, una plataforma experimental puede coadyuvar a la enseñanza-aprendizaje de conceptos y criterios abstractos requeridos por cualquier estudiante que investigue, analice y aplique la tecnología, usando principios científicos para la toma de decisiones. Desafortunadamente, estas plataformas son por lo regular de alto costo de adquisición y mantenimiento. Entre las plataformas no comerciales se tienen costos de entre 926 MXN (Rivas *et al.*, 2020), sin considerar la tarjeta de adquisición, y 11819.19 MXN (Pinto Poalacin, 2020). Mientras que las plataformas comerciales educativas, como Quanser, SkillTech, Feedback, Labtech, ALTEC, ACROME, entre otras, los costos oscilan entre los 20,000 MXN y 150,000 MXN. Razón por lo cual no se encuentran en la mayoría de los laboratorios de las universidades del país (México).

2.2. Contribuciones

Un sistema de levitación neumática es un sistema inherentemente inestable cuyo objetivo es mantener un objeto suspendido a una altura fija, ver Figura 1.

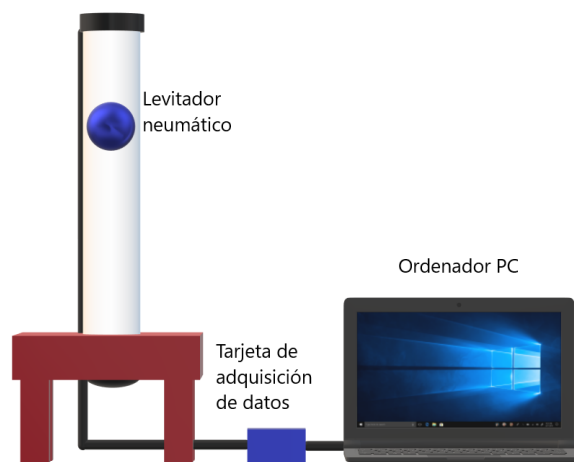


Figura 1: Esquema del levitador neumático.

El principio de funcionamiento básico de este sistema es emular procesos reales tales como, la levitación del tren bala,

simuladores de paracaidismo, manipulación y posicionamiento de materiales a través de la levitación, y demás. El diseño, construcción y control de este tipo de sistemas requieren del conocimiento, comprensión y manipulación de diferentes áreas abstractas de la ingeniería y las matemáticas. Por lo que, en el presente trabajo de investigación de destacan los siguientes puntos:

- Diseño y construcción de plataforma experimental de bajo costo.
- Enseñanza-aprendizaje de la teoría de control.
- Estudio comparativo de tres métodos de sintonización del control tipo *PID*.
- Buen desempeño y funcionalidad de la plataforma propuesta ante técnicas clásicas.
- Diseño y manufactura del sistema embebido para la adquisición de datos y etapa de potencia.

3. Preliminares

A continuación, se presentan algunos conceptos y criterios básicos de la teoría de control, referentes a la estabilidad y la estabilización de sistemas lineales en el dominio de la frecuencia. Estos serán aplicados al sistema de levitación neumática propuesto, con el único propósito de mostrar su funcionamiento.

3.1. Conceptos y criterios de estabilidad

La Ingeniería de Control se basa en los fundamentos de la teoría de realimentación y el análisis de sistemas lineales, la teoría de control no está limitada a un área específica de la ingeniería, sino que es aplicable a las ingenierías aeronáutica, civil, química, biológica, mecánica, eléctrica, entre otras; ya que analiza la dinámica de todo tipo de sistemas e incrementa el control de los mismos.

Al iniciar el estudio de la teoría de control, comúnmente nos preguntamos ¿Qué es un sistema de control? Existen muchas definiciones, sin embargo, usualmente está basado en los objetivos que se persiguen al tratar de controlar un sistema, para que opere bajo parámetros definidos previamente. Bajo este concepto, un sistema de control se entenderá como el conjunto de elementos que funcionan de manera concatenada para proporcionar una salida o respuesta deseada. Los componentes básicos de un sistema de control pueden ser descritos por Carrillo Paz (2011):

- Objetivos de control,
- Componentes del sistema de control,
- Resultados o salida.

Cabe mencionar que aunque existen diferentes tipos de sistemas, en el presente trabajo solo se atenderán aquellos conocidos como sistema lineal e invariante en el tiempo.

Un sistema de control debe ser estable para que funcione de acuerdo a como se desea que se comporte el sistema, por esta razón se puede decir que un sistema es estable si, al momento de tener una entrada escalón, la salida producida es finita, por otro

lado, si la salida tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito igual se considera que el sistema es estable, por el contrario, si al introducir una entrada impulso al sistema y la salida tiende a infinito al igual que el tiempo, se puede decir que el sistema es inestable. No obstante, si la salida del sistema no se acerca a cero ni crece hasta el infinito, pero su valor es finito distinto de cero, entonces se entiende que el sistema es marginalmente estable. Si la salida del sistema no coincide, pero se acerca al valor deseado, se puede deducir que existe la presencia de un error en estado estacionario (Bolton, 2009).

Definición 1. (Ogata, 2010) *Un sistema de control está en equilibrio si, en ausencia de cualquier perturbación o entrada, la salida permanece en el mismo estado.*

Definición 2. (Ogata, 2010) *Un sistema de control es:*

- **estable** si la salida termina por regresar a su estado de equilibrio cuando el sistema está sujeto a una condición inicial.
- **críticamente estable** si las oscilaciones de la salida continúan de forma indefinida.
- **inestable** si la salida diverge sin límite a partir de su estado de equilibrio cuando el sistema está sujeto a una condición inicial.

Definición 3. (Ogata, 2010) *La estabilidad absoluta hace referencia a la condición de si el sistema es estable o no lo es.*

Otros conceptos importantes acerca del comportamiento del sistema, son la estabilidad relativa y el error en estado estacionario.

Definición 4. (Ogata, 2010) *Si la salida de un sistema en estado estacionario no coincide exactamente con la entrada, se dice que el sistema tiene un error en estado estacionario.*

Definición 5. (Valdivia Miranda, 2012) *La estabilidad relativa de un sistema de control marca el grado de estabilidad de un sistema realimentado. Es una medida cuantitativa de la rapidez con que la respuesta del sistema tiende a cero (cota de decaimiento). Cuanto menor sea el tiempo en estabilizarse la respuesta, mayor estabilidad relativa tiene el sistema.*

Definición 6. (Valdivia Miranda, 2012) *Un sistema de control es estable en el sentido de Hurwitz si todos los polos de la función de transferencia (o raíces de polinomio característico $p(s)$) se encuentran en el lado izquierdo del plano s .*

Definición 7. (Aguirre Hernández et al., 2017) *Un polinomio $p(s)$ con coeficientes reales es Hurwitz si todas sus raíces tienen parte real negativa, i.e., están en el semiplano izquierdo del plano complejo. Si $p(s)$ es un polinomio Hurwitz de grado n entonces todos sus coeficientes son del mismo signo.*

El criterio de estabilidad más empleado/conocido por la comunidad científica es el criterio de Routh que determina si existen o no raíces inestables en una ecuación polinomial $p(s)$, sin tener que obtenerlas en realidad. Este criterio de estabilidad sólo se aplica a los polinomios con una cantidad finita de términos. Cuando se aplica el criterio a un sistema de control, la información sobre la estabilidad absoluta o relativa se obtiene directamente de los coeficientes de la ecuación característica.

Teorema 1 (Criterio de Routh (Bolzern et al., 2008)). El sistema es asintóticamente estable si y solamente si la Tabla 1 construida con su polinomio característico $p(s)$ está bien definida y todos los elementos de la primera columna tienen el mismo signo.

El procedimiento en el criterio de estabilidad de Routh es el propuesto por (Ogata, 2010):

1. Se escribe el polinomio en s :

$$p(s) = a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n = 0, \quad (1)$$

donde los coeficientes son cantidades reales. Se supone que $a_n \neq 0$; es decir, se elimina cualquier raíz cero.

2. Si alguno de los coeficientes es cero o negativo, ante la presencia de al menos un coeficiente positivo, hay una raíz o raíces imaginarias o que tienen partes reales positivas. En tal caso, el sistema no es estable. Si sólo interesa la estabilidad absoluta, no es necesario continuar con el procedimiento. La condición necesaria, pero no suficiente, para la estabilidad es que todos los coeficientes del polinomio (1) estén presentes y tengan un signo positivo. (Si todas las a son negativas, se hacen positivas multiplicando ambos miembros de la ecuación por -1).
3. Si todos los coeficientes son positivos, se ordenan los coeficientes del polinomio en filas y columnas de acuerdo con el patrón siguiente:

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6	...
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7	...
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	b_4	...
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	c_4	...
s^{n-4}	d_1	d_2	d_3	d_4	...
\vdots	\vdots				
s^2	e_1	e_2			
s^1	f_1				
s^0	g_1				

Tabla 1: Arreglo de estabilidad de Routh.

El proceso de formar filas continúa hasta que no quedan más elementos, el número total de filas es $n + 1$. Los coeficientes b_1, b_2, b_3 , etc., se evalúan del modo siguiente:

$$b_1 = \frac{a_1a_2 - a_0a_3}{a_1}, b_2 = \frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1}, \dots \quad (2)$$

La evaluación de las b continúa hasta que todas las restantes son cero. Se sigue el mismo patrón de multiplicación cruzada de los coeficientes de las dos filas anteriores al evaluar las c , las d , las e , etc. Es decir,

$$c_1 = \frac{b_1a_3 - a_1b_2}{b_1}, c_2 = \frac{b_1a_5 - a_1b_3}{b_1}, \dots \quad (3)$$

Este proceso continúa hasta que se completa la n -ésima fila.

El criterio de estabilidad de Routh plantea que el número de raíces del polinomio (1), con partes reales positivas, es igual al

número de cambios de signo de los coeficientes de la primera columna del arreglo.

Por otro lado, si el sistema considerado es de estado completamente controlable, los polos del sistema en lazo cerrado se pueden colocar en cualquier posición deseada mediante una realimentación del estado a través de una adecuada matriz de ganancias de la realimentación del estado o mediante colocación de polos a través de un polinomio deseado $p_d(s)$. Es decir, suponga que se desea que los n polos del sistema lazo cerrado (polinomio característico) estén en $\mu_i, i = 1, \dots, n$, esto es

$$s_1 = \mu_1, s_2 = \mu_2, \dots, s_n = \mu_n. \quad (4)$$

Entonces se propone

$$p_d(s) = (s_1 - \mu_1)(s_2 - \mu_2) \dots (s_n - \mu_n), \quad (5)$$

para que el polinomio característico $p(s)$ sea igual polinomio deseado $p_d(s)$. En el enfoque convencional del diseño de un sistema de control con una sola entrada y una sola salida para sistemas de primero y segundo orden, se diseña un controlador (compensador) tal que los polos dominantes en lazo cerrado tengan una razón de amortiguamiento δ y una frecuencia natural no amortiguada ω deseada. En este método, en ocasiones el orden del sistema aumenta en 1 o 2, a menos que ocurra una cancelación de polos o ceros. Obsérvese que en este método se supone que los efectos sobre las respuestas de los polos en lazo cerrado no dominantes son despreciables (Ogata, 2010).

3.2. Controlador PID

El controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), es uno de los más utilizados en procesos industriales debido a que su operación es sencilla y directa para aquellos que trabajen con él, siendo popularizado por su simplicidad y buena respuesta en sistemas en lazo cerrado (Åström y Hägglund, 2001). Los sistemas en lazo cerrado son aquellos que cuentan con la estructura mostrada en la Figura 2:

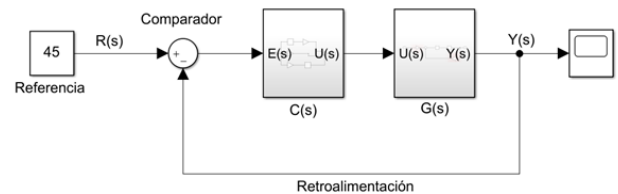


Figura 2: Sistema en lazo cerrado.

Lo que resulta complejo y necesario para poder implementarlo es determinar los parámetros del mismo, obteniendo las ganancias proporcional, integral y la derivativa (Dorf et al., 2008). Para esto existen diferentes métodos y dependen de la configuración del arreglo PID (serie o paralelo). En el arreglo en serie/cascada se representa con la salida del primero coincidiendo con las entrada del segundo, obteniendo el producto de cada uno de los subsistemas, cuya estructura es de la forma mencionada por Bolzern et al. (2008):

$$u(t) = k_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\theta) d\theta + T_d \frac{de(t)}{dt} \right), \quad (6)$$

donde $u(t)$ es la salida del controlador y $e(t)$ es la señal de error entre la consigna y la salida de la planta; y k_p, T_i , y T_d son las

ganancias (constantes no nulas) proporcional, integral y derivativa, respectivamente. El arreglo en paralelo se dice que tiene la misma entrada del sistema, mientras las salidas se suman, por tanto para el control *PID* se muestra la representación en la siguiente ecuación (Cervantes Marquez, 2021) :

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\theta) d\theta + k_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (7)$$

donde $u(t)$ y $e(t)$ son la salida y entrada del controlador; y k_p , k_i y k_d son las ganancias (constantes no nulas) proporcional, integral y derivativa, respectivamente (Bolzern et al., 2008).

Aplicando la Transformada de Laplace a (6) y (7), con condición inicial $t_0 = 0$, se obtienen las siguientes funciones de transferencia (Cervantes Marquez, 2021):

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_1} s + T_d s \right), \quad (8)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s. \quad (9)$$

Estas son útiles para el análisis de sistemas de control en lazo cerrado con la planta (Becerra Terán y Loyola Cisneros, 2020).

3.3. Modelado matemático del levitador

Considere la Figura 3, donde los parámetros, la variable de salida y la fuerza de actuación del sistema son los siguientes, respectivamente:

- g es la aceleración de la gravedad,
- m es la masa de la esfera,
- b es el coeficiente de fricción,
- k el coeficiente de elasticidad del aire,
- $x(t)$ es la posición de la esfera, y
- $u(t)$ es la fuerza de empuje del aire,

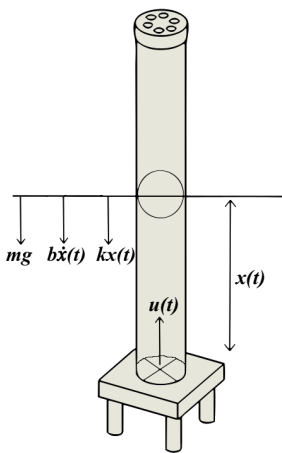


Figura 3: Esquema de la posición de la esfera y fuerzas que actúan sobre ella.

Observe que el peso mg y los términos debidos a la fricción $b\dot{x}(t)$ y a la elasticidad del aire $kx(t)$ se oponen a la levitación

de la esfera, por lo que al aplicar la segunda ley de Newton ($\sum F = ma$) y al considerar que la aceleración está dada por la segunda derivada de la posición con respecto al tiempo, es decir $a = \ddot{x}(t)$, se tiene que la ecuación diferencial asociada al levitador se puede expresar como:

$$m\ddot{x}(t) = u(t) - b\dot{x}(t) - kx(t) - mg. \quad (10)$$

Posteriormente, se despeja la fuerza de empuje del aire $u(t)$, teniendo como resultado:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) + mg = u(t). \quad (11)$$

Note que el modelo anterior no acepta solución trivial ($x(t) = 0$) y tiene punto de equilibrio $x^* = -\frac{mg}{k}$. Realizando el cambio de variable $y(t) = x(t) - x^*$, el modelo (11) se puede reescribir como

$$m\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) + ky(t) = u(t), \quad (12)$$

el cual ya acepta solución trivial. Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (12) se obtiene la función de transferencia del sistema de levitación neumática, considerando condiciones iniciales cero, $x_0 = 0$:

$$\begin{aligned} G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} &= \frac{1}{ms^2 + bs + k}, \\ &= \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Ahora, tomando en cuenta las ecuaciones (9) y (13), la función de transferencia del sistema en lazo cerrado es de la forma

$$\begin{aligned} FT &= \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \\ &= \frac{(k_d s^2 + k_p s + k_i)(1/m)}{s^3 + s^2(b/m + k_d/m) + s(k/m + k_p/m) + k_i/m}. \end{aligned} \quad (14)$$

Cuyo polinomio característico (denominador de FT) es

$$p(s) = s^3 + s^2 \left(\frac{b}{m} + \frac{k_d}{m} \right) + s \left(\frac{k}{m} + \frac{k_p}{m} \right) + \frac{k_i}{m}. \quad (15)$$

3.3.1. Asignación de polos para el modelo matemático

El siguiente paso es determinar el valor de las ganancias del controlador para garantizar estabilidad en lazo cerrado. Para ello se lleva a cabo una asignación de polos, tal como se muestra en (4). Sin pérdida de generalidad, se propone ubicarlos en $s_{1,2} = -19.5248 \pm 15.2i$ y $s_3 = -0.3254$, donde $i^2 = -1$, teniendo así que el polinomio deseado es:

$$\begin{aligned} p_d(s) &= (s + 19.5248 + 15.2i)(s + 19.5248 - 15.2i)(s + 0.3254) \\ &= s^3 + 39.375s^2 + 627.25s + 200. \end{aligned} \quad (16)$$

Una forma de verificar que el polinomio $p_d(s)$ sea Hurwitz es con el criterio de Routh y la Tabla 1, con coeficientes dados por (2) y (3). De los polinomios (15) y (16) se obtienen las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \left(\frac{b}{m} + \frac{k_d}{m} \right) &= 39.375, \\ \left(\frac{k}{m} + \frac{k_p}{m} \right) &= 627.25, \\ \frac{k_i}{m} &= 200. \end{aligned} \quad (17)$$

Así, considerando que las constantes b y k son parámetros del sistema real, se pueden obtener las ganancias k_p , k_d y k_i del controlador PID tal que estabilice el sistema en lazo cerrado y a su vez evitar una saturación en el actuador.

3.4. Identificación paramétrica para sistemas de 2° orden

La identificación paramétrica de un sistema se basa en una determinación con base en la función de transferencia de esta misma, lo anterior a partir de mediciones experimentales (Rivero, 2011).

Se parte de suponer que el sistema real puede ser representado por la función de transferencia clásica de un sistema de segundo orden:

$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\delta\omega s + \omega^2}, \quad (18)$$

donde δ es el amortiguamiento del sistema y ω la frecuencia del sistema. Posteriormente, se ingresa una señal PWM a la planta y se verifica que oscile sobre un punto de consigna y_0 , esto tiene el objetivo de obtener los valores del primer y segundo tiempo de subida, la sobre y sub elongación, t_1 , t_2 , y_1 , y_2 , respectivamente, tal como se muestra en la Figura 4:

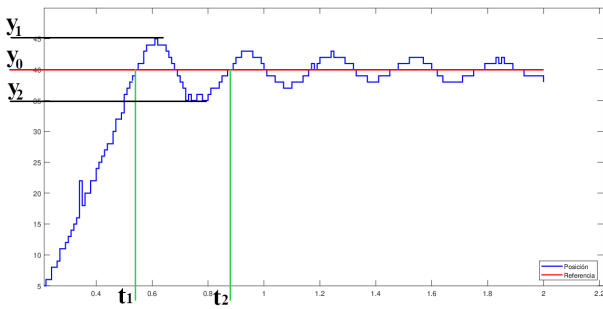


Figura 4: Gráfica representativa para la identificación paramétrica.

Los valores que se obtienen de acuerdo con la gráfica, se sustituyen en las ecuaciones siguientes:

$$\delta_1 = \frac{|\ln \frac{y_1}{y_0}|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 \frac{y_1}{y_0}}}, \quad \delta_2 = \frac{|\ln \frac{y_2}{y_0}|}{\sqrt{4\pi^2 + \ln^2 \frac{y_2}{y_0}}}. \quad (19)$$

Así, la identificación/aproximación del amortiguamiento δ es

$$\delta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}. \quad (20)$$

Mientras que la frecuencia ω se obtiene de

$$\omega = \frac{2\pi}{T \sqrt{1 - \delta^2}}, \quad T = t_2 - t_1; \quad (21)$$

de esta forma se obtienen los valores de δ y ω para (18), concluyendo con la identificación de parámetros.

Ahora, para la sintonización de las ganancias del controlador PID es necesario obtener la función de transferencia del sistema (18) en lazo cerrado con (9):

$$FT = \frac{(k_p s \omega^2 + k_d s^2 \omega^2 + k_i \omega^2)}{s^3 + k_d \omega^2 s^2 + 2\delta \omega s^2 + k_p \omega^2 s + s \omega^2 + \omega^2 k_i}. \quad (22)$$

Cuyo correspondiente polinomio característico es

$$p(s) = s^3 + s^2(2\delta\omega + k_d\omega^2) + s(\omega^2 + k_p\omega^2) + \omega^2 k_i. \quad (23)$$

3.4.1. Asignación de polos para la identificación

Nuevamente se realiza una asignación de polos, en la forma (4). Ahora, se propone ubicar dos de ellos en $s_{1,2} = -5.3062 \pm 5.569i$, y $s_3 = -0.0622$, por lo que el polinomio deseado (ver ecuación (5)) es:

$$p_d(s) = (s + 5.3062 - 5.569i)(s + 5.3062 + 5.569i)(s + 0.0622) = s^3 + 10.6747s^2 + 59.8335s + 3.6821. \quad (24)$$

Los polos se asignan en esa posición para garantizar que el polinomio $p_d(s)$ sea Hurwitz, es decir, las raíces se encuentran del lado izquierdo del plano complejo. Haciendo uso del polinomio característico (23) y (24), se obtiene que:

$$\begin{aligned} s^2(2\delta\omega + k_d\omega^2) &= 10.6747s^2, \\ s(\omega^2 - k_p\omega^2) &= 59.8335s, \quad (25) \\ \omega^2 k_i &= 3.6821. \end{aligned}$$

De igual forma que en (17), al determinar los valores de δ y ω se sustituyen en (25), para posteriormente obtener las ganancias k_p , k_d y k_i .

3.5. Reglas de Ziegler-Nichols

Ziegler-Nichols sugirieron reglas para sintonizar las ganancias k_p , T_i y T_d de controladores PID con estructura serie de la forma (6) mediante la respuesta escalón. Para hacer uso de las reglas, existen dos métodos (Ogata, 2010), en éste trabajo se hace uso del segundo método, el cual consta de lo siguiente:

- Basándose en las respuestas escalón experimentales, se determina el valor de k_p que produce un sistema marginalmente estable, ver Figura 5:
- El valor de k_p será tomado por K_{cr} , y para la obtención de P_{cr} basta con medir el tiempo que hay entre cada oscilación.
- Determinados K_{cr} y P_{cr} , los valores de las ganancias del controlador (6) se sintonizan de acuerdo a la Tabla 2.

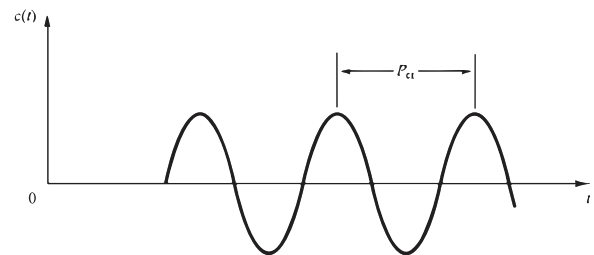


Figura 5: Gráfica para la obtención de P_{cr} con base en la ganancia K_{cr} dada al prototipo (Ogata, 2010).

Tipo de controlador	k_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{12}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Tabla 2: Regla de sintonización de Ziegler-Nichols, segundo método.

Note que un control PID de la forma (6), empleando las reglas de sintonización de Ziegler-Nichols ahora es:

$$u(t) = 0.6K_{cr} \left[e(t) + \frac{1}{0.5P_{cr}} \int_0^t e(\theta)d\theta + 0.125P_{cr}\dot{e}(t) \right]. \quad (26)$$

4. Diseño y construcción del prototipo

En esta sección se presentan los diseños del levitador neumático usando SolidWorks y de la PCB para el procesamiento de señales empleando Proteus, así como el montaje de los componentes y la puesta en marcha de la plataforma experimental.

4.1. Diseño CAD del levitador

Mediante el software de SolidWorks (BI, 2023) se crea un diseño en 3D del prototipo, éste consta de: la base, la esfera, el tubo en donde se desplaza la esfera, la tapa con perforaciones que permiten la liberación del aire y evitar saturación. En este último se coloca el sensor ultrasónico HC-SR04, ver Figura 6.

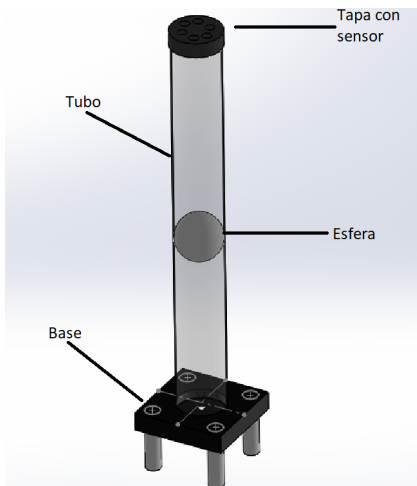


Figura 6: Diseño del levitador empleando SolidWorks.

4.2. Placa de circuito impreso

Se realiza una PCB en Proteus, la cual se utiliza para las conexiones de los componentes y el procesamiento de señales (entrada y salida). Además de que su implementación en el sistema reduce y mejora el espacio de trabajo.

En la Figura 7 se muestra la distribución de la PCB, la cual es explicada brevemente a continuación:

- **Cuadro a:** entrada de fuente de alimentación de 12v,
- **Cuadro b:** etapa de potencia para alimentar el ventilador, conformado por un diodo 1N4007, una resistencia 1KΩ, un potenciómetro lineal 5KΩ y un transistor 2N2222A,

- **Cuadro c:** salida al ventilador 12v,
- **Cuadro d:** salida a LCD que muestra la referencia deseada y la distancia a la que se encuentra la esfera,
- **Cuadro e:** entrada de sensor ultrasónico HC-SR04,
- **Cuadro f:** conexiones de entradas y salidas a la tarjeta Arduino MEGA.

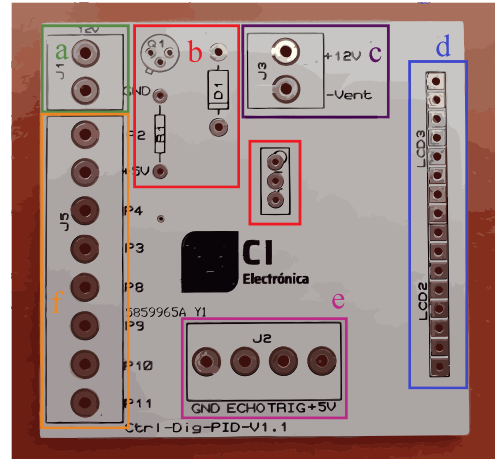


Figura 7: PCB.

En la Figura 8 se puede observar el ensamblaje de componentes y conexión de las señales de entrada y salida del Arduino MEGA a la PCB. Para más detalles sobre el diseño y desarrollo de la PCB se puede consultar el Apéndice A.

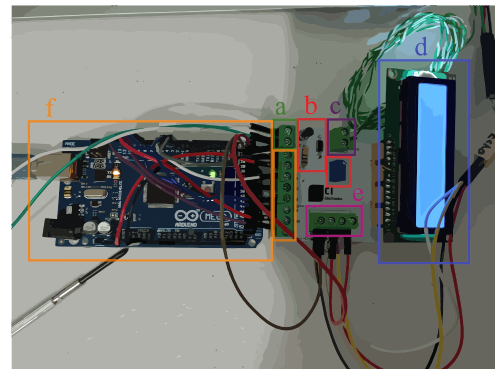


Figura 8: PCB con componentes soldados y señales conectadas.

4.3. Estructura de la plataforma experimental

Con base en el diseño presentado en la Subsección 4.1, en la Figura 9 se muestra la plataforma experimental construida y puesta en marcha que servirá como un sistema de levitación neumática de bajo costo (los costos se muestran a continuación en la Tabla 3) para la enseñanza-aprendizaje de conceptos y criterios básicos de Teoría de Control.

Para la construcción del prototipo se utilizó un tubo de acetato con un diámetro de 9.2 cm y 1 metro de largo, en el cual se mueve la esfera. La base del prototipo, la cual está hecha de madera, tiene una medida de 18 cm por lado y en el centro se encuentra un orificio (del mismo diámetro del tubo de acetato), además cuenta con 4 soportes de 10 cm cada uno. La tapa del tubo fue perforada para colocar el sensor HC-SR04 y detectar

la posición de la esfera. Cabe mencionar que el tubo de acetato es fijado y sellado con silicona.

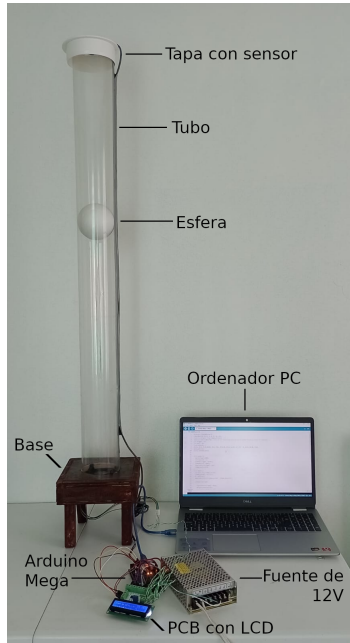


Figura 9: Levitador neumático.

Tabla 3: Costo de materiales utilizados y costo total del levitador neumático.

Materiales	Precio por unidad	Unidades	Total
Tubo de acetato	30	1	30
Base de madera	100	1	100
Ventilador	112	1	112
Esfera de unicel	10	1	10
Sensor HC-SR04	46	1	46
Arduino	270	1	270
LCD	100	1	100
Diodo 1N4007	1	1	1
Transistor 2N2222	3	1	3
PCB	280	1	280
		Total	952

5. Obtención de ganancias del PID

Como se mencionó anteriormente, cuando se quiere analizar y controlar una plataforma experimental, como el levitador neumático, es necesario tener una representación que describa su dinámica. Esta puede ser obtenida mediante diferentes métodos, en las Subsecciones 3.3, 3.4 y 3.5 se propone emplear tres de las más conocidas por la comunidad del área:

1. Obtención de un modelo matemático,
2. Identificación paramétrica,
3. Reglas de Ziegler-Nichols.

En el primero se suelen emplear leyes física para obtener una ecuación diferencial, conocido como modelo matemático, para representar las dinámicas de la planta/plataforma. En este método típicamente no se consideran todas las fuerzas/acciones que afectan a la plataforma experimental, con el fin de obtener

un modelo simple/sencillo. Mientras que en el segundo, se presupone que la planta física se puede representar mediante una ecuación diferencial de segundo orden predeterminada. Cabe mencionar que estos dos métodos solo proporcionan una representación dinámica de la plataforma, por lo que la propuesta de un controlador y la sintonización de sus ganancias son requeridas. En el tercero, se considera a la plataforma como un caja negra, solo con entrada-salida, y mediante la respuesta escalón se determina directamente el valor de las ganancias de un controlador PID.

5.1. Modelo matemático en lazo cerrado con PID

Considere el modelo matemático dado en (13). Aquí, después de algunas mediciones, se tiene que la masa $m = 8 \times 10^{-3}kg$, gravedad $g = 9.81m/s^2$, el coeficiente de fricción $b = 0.015Ns/m$, la elasticidad del aire $k = 0.018N/m$. Por lo que, empleando las ecuaciones dadas en (17) se tiene que

$$\begin{aligned}
 k_d &= (39.375)(8 \times 10^{-3}) - 0.015 = 0.3, \\
 k_p &= (627.25)(8 \times 10^{-3}) - 0.018 = 5, \quad (27) \\
 k_i &= (200)(8 \times 10^{-3}) = 1.6.
 \end{aligned}$$

5.2. Modelo identificado en lazo cerrado con PID

Para este método se alimenta al sistema con una señal PWM con un ciclo de trabajo del 42 % con una frecuencia 940 Hz, de una señal de voltaje de 12 volts, trabajando con base en la Figura 4, se tiene que: $y_0=40, y_1=2, y_2=2, t_1=45$ y $t_2=50$. Lo anterior se sustituye en (19), (20) y (21), para determinar que $\delta=0.5602$ y $\omega=1.5170$. Utilizando estos valores y (25), se tiene que:

$$\begin{aligned}
 k_d &= \frac{10.6747 - 2(0.5602)(1.517)}{(1.517)^2} = 3.9, \\
 k_p &= \frac{59.8335 - (1.517)^2}{(1.517)^2} = 25, \text{ y } k_i = \frac{3.6821}{(1.517)^2} = 1.6. \quad (28)
 \end{aligned}$$

5.3. Reglas de Ziegler-Nichols

Las reglas de Ziegler-Nichols permiten sintonizar las ganancias PID, sin necesidad de conocer el modelo matemático del proceso a controlar. En la Figura 10 se muestra la obtención de K_{cr} y P_{cr} , cuyos valores son 45 y 0.3, respectivamente. Así, empleando la Tabla 2 se tiene que

$$\begin{aligned}
 k_p &= 0.6(45) = 27, \quad T_i = 0.5(0.3) = 0.15, \text{ y} \\
 T_d &= 0.125(0.3) = 0.0375. \quad (29)
 \end{aligned}$$

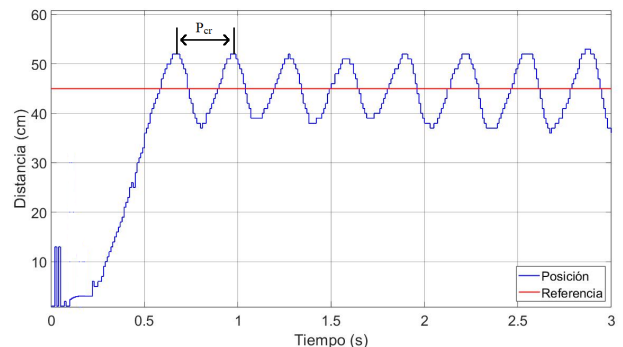


Figura 10: Gráfica de obtención de P_{cr} y K_{cr} .

5.4. Procesamiento de señales

A continuación, en las Figuras 11 y 12 se muestra un diagrama de bloques y un diagrama de flujo, respectivamente, en donde se explica cómo funciona el sistema de levitación. Además de explicar brevemente el código utilizado en la implementación del controlador *PID*.

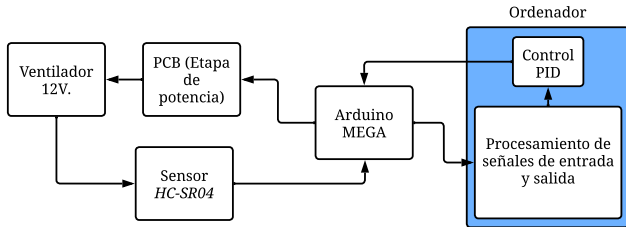


Figura 11: Diagrama de bloques del levitador neumático.

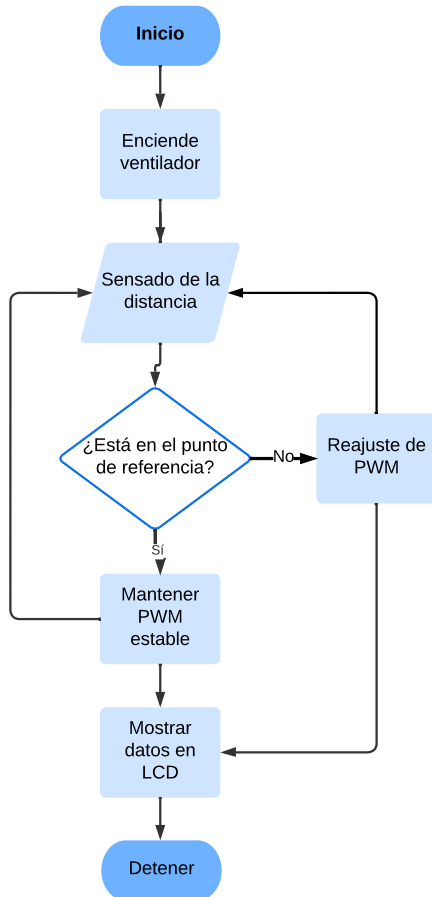


Figura 12: Diagrama de flujo del procesamiento de señales.

En la Figura 13 se muestra el código del control utilizado tanto para el modelo matemático, como para la identificación de parámetros en un modelo dado, la diferencia entre ambos son las ganancias k_p , k_d y k_i .

```
error=Referencia-Distancia;
error_der=(error-error_ant)/h;
err_int += (error*h);
double U=(KP*error)+(KI*err_int)+(KD*error_der);
```

Figura 13: Código utilizado para la implementación del controlador *PID*.

Para definir la acción proporcional en el código se multiplica la ganancia k_p por el *error*, el cual es la diferencia que hay entre la posición y la referencia deseada.

Para calcular la estimación de la integral se implementa un método de cuadratura utilizando datos de puntos discretos, es decir, la altura (*error*) de la función se multiplica por el ancho de la barra (h) y se suman para posteriormente estimar la integral (Chapra et al., 2011).

Por otro lado, la aproximación de la derivada de error $e(t)$ está definida por la pendiente de una recta tangente en un punto dado (Canul, 2021), la cual tiene como ecuación:

$$\frac{d}{dt}e(t) \approx \frac{e(t) - e(t-h)}{h}, \quad h > 0,$$

donde $e(t)$ es el *error* en el tiempo actual t y $e(t-h)$ es el *error anterior* (err_ant) en un tiempo $t-h$ y h es el periodo de muestreo.

De igual forma, y como se mencionó en la Subsección 3.5, se usa la ecuación (26) para la sintonización del sistema por medio de un control *PID*. La variable T_d está definida por: $(0.125 * PCR * err_der)$ y la variable T_i se conforma de: $(\frac{1}{0.5 * PCR} * err_int)$. Es necesario recalcar que tanto la variable K_{cr} y P_{cr} son calculadas como se menciona en la Subsección (3.5), las aproximaciones de la derivada e integral se calculan de la misma forma mencionada anteriormente, ver Figura 14. El código completo empleado para la programación de la tarjeta Arduino se presenta en el Apéndice B.

```
error=referencia-distancia;
error_der=(error-error_ant)/h;
Td=((0.125*PCR)*error_der);
Ti=((1/0.5*PCR)*err_int);
err_int += (h*error);
double U=0.6*KCR*(error+(Ti)+(Td));
```

Figura 14: Código utilizado para la implementación del controlador *PID* con la regla de *Ziegler-Nichols*.

6. Implementación de resultados

A continuación se presenta la implementación de los resultados expuestos en las secciones anteriores sobre la plataforma física denominada levitador neumático, mostrando gráficas de la respuesta del sistema ante cada uno de los tres métodos expuestos: modelo matemático, identificación paramétrica y reglas de *Ziegler-Nichols*. Para lo cual, dado el valor de referencia $x^* = 45$ se muestra la posición $x(t)$ de la esfera del levitador neumático presentado en la Sección 4, empleando los tres diferentes métodos descritos en las Subsecciones 3.3, 3.4 y 3.5, en lazo cerrado con un controlador *PID*, cuyas ganancias fueron sintonizadas en la Sección 5 y dadas en la Tabla 4.

Tabla 4: Ganancias del controlador *PID*.

	k_p	k_i	k_d
Modelo matemático	5	1.6	0.3
Identificación paramétrica	25	1.6	3.9
<i>Ziegler-Nichols</i>	27	0.15	0.0375

6.1. Respuesta del modelo matemático

En la Figura 15 se muestra la posición de la esfera $x(t)$ empleando el modelo matemático (13) en lazo cerrado con un controlador PID , cuyas ganancias son dadas en (27). Aquí se observa que la esfera alcanza el punto de referencia deseado, presentando pequeñas oscilaciones de entre 1 y 4 cm. El video de esta prueba puede ser consultado en: <https://youtu.be/vB2mvI6DptU>

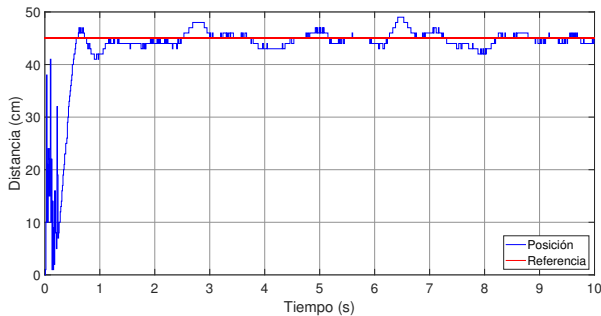


Figura 15: Respuesta del lazo cerrado (13) con (27).

6.2. Respuesta del modelo identificado

Por otro lado, en la Figura 16 se muestra la respuesta del sistema (18) en lazo cerrado con un control PID con ganancias dadas en (25). Aquí se utilizó un método de identificación paramétrica y para la sintonización de las ganancias del control PID se empleó el mismo criterio que para el modelo matemático (asignación de polos: $s_{1,2} = -5.3062 \pm 5.569i$, y $s_3 = -0.0622$). Se observa que empleando la identificación de parámetros se logra obtener una mejor estabilización del sistema, presentando oscilaciones, pero de menor amplitud. El video de esta prueba puede ser consultado en: <https://youtu.be/f5YR0U4pTiQ>

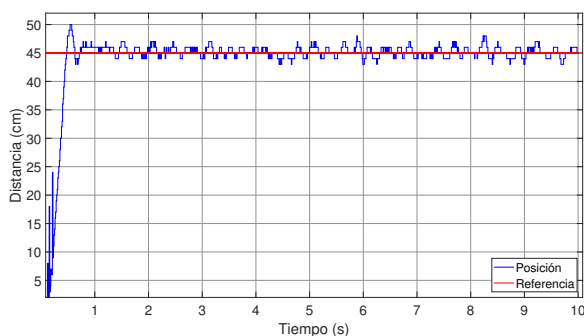


Figura 16: Respuesta del lazo cerrado (18) con (25).

6.3. Respuesta empleando el método de Ziegler-Nichols

En la Figura 17 se presenta la respuesta del sistema empleando el segundo método de *Ziegler-Nichols*. Aquí se empleó un PID de la forma (26), cuyas ganancias son dadas en (29). Se visualiza que al aplicar el segundo método de la regla de sintonización de *Ziegler-Nichols* existe la presencia de un *error de estado estacionario* de al menos 10cm, además de presentar oscilaciones, lo cual no permite que el sistema se estabilice en la

referencia deseada. El video de esta prueba puede ser consultado en: <https://youtu.be/GrEFLvElRa8>

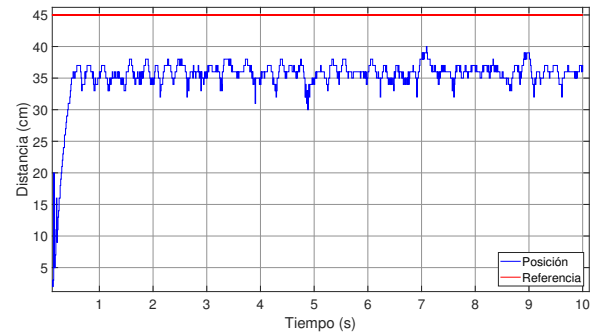


Figura 17: Respuesta del sistema empleando el método de *Ziegler-Nichols*.

7. Conclusiones

Estudios recientes demuestran que un campo interdisciplinario de la ingeniería y las matemáticas que exigen de gran cantidad de conceptos y criterios abstractos, como la teoría de control, requieren medios kinestésicos, auditivos y/o visuales para su enseñanza-aprendizaje (Cervantes López *et al.*, 2020). El empleo de plataformas experimentales puede coadyuvar en este sentido, desafortunadamente, estas plataformas son por lo regular de costos altos de adquisición y mantenimiento. Las plataformas no comerciales tienen costos de entre 926 MXN, sin considerar la tarjeta de adquisición, y 11819.19 MXN; para las plataformas comerciales educativas, como Quanser, SkillTech, Feedback, Labtech, ALTEC, ACROME, entre otras, los costos oscilan entre los 20,000 MXN y 150,000 MXN. En esta propuesta se presentó el diseño, construcción y puesta en marcha de una plataforma experimental de bajo costo (aproximadamente 952 MXN), conocida como prototipo de levitación neumática, para la enseñanza-aprendizaje de la teoría de control. Para corroborar el buen funcionamiento y desempeño de esta plataforma, se implementan tres técnicas de control clásicas: obtención de un modelo matemático, Identificación paramétrica, Reglas de *Ziegler-Nichols*.

Los resultados observados en la Sección anterior muestran que nuestra propuesta es una sugerente alternativa de prototipo para la enseñanza-aprendizaje de la teoría de control, ya que muestra un desempeño adecuado ante técnicas clásicas, pero sobre todo por el bajo costo para su puesta en marcha y control.

Referencias

- Aguirre Hernández, B., Loredo Villalobos, C. A., Díaz González, E. C., y Campos Cantón, E. (2017). Estabilidad de sistemas por medio de polinomios hurwitz. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*.
- Åström, K. J. y Hägglund, T. (2001). The future of pid control. *Control engineering practice*, 9(11):1163–1175.
- Becerra Terán, V. F. y Loyola Cisneros, J. L. (2020). Diseño e implementación de un algoritmo pid discreto para aumentar los lazos de control en controladores lógicos programables. *upao.edu.pe*.
- BI, S. (2023). Solidworks - qué es y para qué sirve.
- Bolton, W. (2009). *Ingeniería de control*. Alfaomega, 2 edición.
- Bolzern, P., Scattolini, R., y Schiavoni, N. (2008). *Fundamentos de Control automático*. McGraw-Hill.

Canul, E. (2021). Introducción a la derivada mediante rectas tangentes y pendientes. *Revista de Investigación y Divulgación en Matemática Educativa*, 18(3):12–20.

Cardona, J. y Gutiérrez, J. G. H. (2022). Plataforma remota para prácticas del área de control. *Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería*.

Carrillo Paz, A. (2011). Sistemas automáticos de control fundamentos básicos de análisis y modelado. *Sistemas Automáticos de Control Fundamentos Básicos de Análisis y Modelado*, 255.

Cervantes López, M. J., Llanes Castillo, A., Peña Maldonado, A. A., y Cruz Casados, J. (2020). Estrategias para potenciar el aprendizaje y el rendimiento académico en estudiantes universitarios. *Revista Venezolana de Gerencia*, 25(90):579–594.

Cervantes Marquez, A. (2021). Sistema de control pid sintonizado por algoritmo de evolución diferencial y ziegler-nichols aplicado a motores de cd. *Repositorio Institucional DGBSDI-AQ*.

Chapra, S. C., Canale, R. P., Ruiz, R. S. G., Mercado, V. H. I., Díaz, E. M., y Benites, G. E. (2011). *Métodos numéricos para ingenieros*, volumen 5. McGraw-Hill New York, NY, USA.

Claudio (2015). Historia de los primeros tuneles bajo montañas: técnicas de las perforaciones.

CristianGar, C. G. (2017). Historia de la neumática e hidráulica - ingeniería mecánica.

Cruz, J. R. J. (2018). Enseñanza de la teoría de control utilizando la metodología de aprendizaje por proyectos. *Pistas Educativas*, 38(120).

Dorf, R. C., Bishop, R. H., Canto, S. D., Canto, R. D., y Dormido, S. (2008). *Sistemas de Control Moderno*. Pearson Educación, 10 edición.

Escaño, J., Ortega, M., y Rubio, F. (2004). Identificación y control de posición de un sistema de levitación neumática. *XXV Jornadas de Automática Ciudad Real*, 1.

Flores, A. A., Mendoza, G. G., y Sánchez, C. H. (2020). Modelado físico de un sistema de motores brushless basado en control digital pid para la enseñanza del control automático por medio de la programación en plataforma arduino (physical modeling of a brushless motor system based on digital pid control for teaching automatic control through arduino platform programming). *Pistas Educativas*, 42(137).

Gómez, M. M. (2021). La neumática: Su historia del arte y elementos resalantes - eadic.

Loreto, G. (2020). Enseñanza de la teoría de control lineal utilizando simulaciones y plataformas de sistemas aero-propulsados. *Páidi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 7:89–97.

Miguel, I. U. H., Monjaraz, E. M., Mendoza, J. P., Tolentino, J. A. C., y Silva, A. J. (2018). Diseño, construcción y control de un sistema de levitación neumática. *Pistas Educativas*, 36(112).

Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderna. 5ta ed. ed.* Pearson Educación. España.

Ogata, K. y Sanchez, G. L. P. (1987). *Dinámica de sistemas*. Prentice-Hall Hispanoamericana.

Pinto Poalacin, S. M. (2020). Implementación de un módulo de levitador neumático mediante control pid para el laboratorio de control y manipulación automática de la facultad de mecánica. <http://dspace.epoch.edu.ec/>.

Rivas, L. C., Mejía, J. F. G., y Fuentes, A. A. F. (2020). Diseño e implementación de un regulador pid del flujo de un levitador neumático. *Tecnología, Diseño e Innovación*, 6(1):39–50.

Rivero, R. A. (2011). Identificación de sistemas de segundo orden. *Buenos Aires: Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Tucumán*.

Valdivia Miranda, C. (2012). *Sistemas de control continuos y discretos*. Ediciones Paraninfo, SA.

Zorrilla Valencia, C. (2021). Levitador neumático controlado por arduino. *Universitat Politècnica de Catalunya*, B.S. thesis.

Apéndice A. Diseño y construcción de la PCB

El diseño de la PCB se hace en *Proteus*, para llevarlo a cabo primero se realiza el diseño esquemático, en el cual se colocan los componentes y puertos de conexión necesarios, aquí se realizan las conexiones necesarias y se facilita el trazo de pistas, ver Figura A.18.

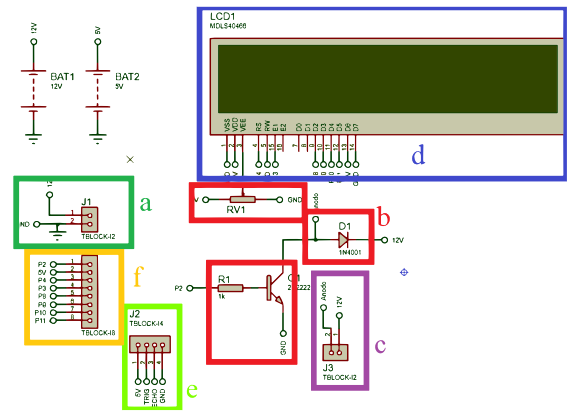


Figura A.18: Diseño esquemático de la placa PCB.

Después, en la ventana para diseño de disposición de componentes del software *Proteus*, se realizan las conexiones de pistas con componentes, cabe mencionar que se toman en cuenta diferentes reglas, como por ejemplo: el grosor de pistas debe ser de 1 milímetro, además, una pista no debe de tener un trazo de 90°, ya que esto puede generar interferencia hacia los demás componentes y tener una pérdida de corriente, incluso se agregó un plano a tierra, con el propósito de poder conectar a tierra cualquier componente sin tener que trazar pistas adicionales y permitiendo que el área de cobre conduzca grandes corrientes de retorno de los componentes sin caídas de tensión significativas.

Otro punto importante a tomar en cuenta es colocar de lado izquierdo la entrada de las señales, en la parte central la electrónica de potencia y en el lado derecho de la placa las salidas a los actuadores.

También cuenta con un diseño en doble cara (superior e inferior), esto con el propósito de facilitar el trazo de las pistas, evitando que se toquen entre sí. Se agrega un logo en la capa de serigrafía, éste es de diseño propio, dándole una imagen y un nombre característico al área en la que se trabaja, lo anterior se muestra en la Figura A.19.

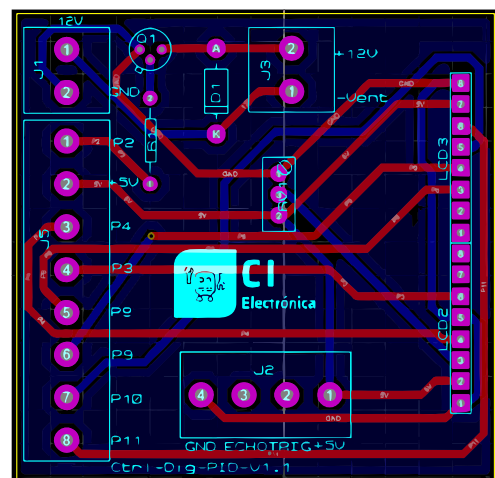


Figura A.19: Diseño de la disposición de componentes de la placa PCB.

Posterior al diseño, los archivos Gerber se envían a una empresa para fabricarla, teniendo una placa con dimensiones de 5.56cm x 5.68cm. Al recibirla, se soldan los componentes empleados, se agregan los pines que sirven para las conexiones a

las señales de la tarjeta Arduino, la LCD y el sensor ultrasónico *HC-SR04*, para finalmente colocarla en el sistema.

Apéndice B. Código Arduino

A continuación se muestra el código empleado para el sistema de levitación neumática.

En la Figura B.20 se declaran las librerías que se utilizan, por ejemplo para la LCD, el sensor ultrasónico *HC-SR04*, además de asignar los pines que se usarán para las entradas y salidas de las señales del *Arduino MEGA*, también, se crean las variables para k_p , k_d y k_i (en el caso de usar el método de *Ziegler-Nichols* se declaran las variables K_{CR} , P_{CR}), incluso se declaran las variables de los errores y la referencia, a las cuales se les asignan valores.

```
#include <LiquidCrystal.h>
LiquidCrystal lcd(4, 3, 8, 9, 10, 11);
volatile unsigned long tiempo_anterior;
volatile double muestreo;
int trigger = 22 ;
int echo = 24;
long duracion; //
double KCR=50, PCR=2.77, error=0, error_ant=0, err_int=0;
double error_der=0, h=0.01, KI=0, KD=0, referencia=45;
```

Figura B.20: Declaración de variables en el código de Arduino.

Posteriormente, en la Figura B.21 se muestra la configuración de la LCD, se asigna una velocidad de comunicación (en este caso 4800 baudios) y se define cómo se calcula el muestreo.

```
void setup() {
  Serial.begin(4800);
  lcd.begin(16, 2);
  pinMode(trigger, OUTPUT);
  pinMode(echo, INPUT);
  digitalWrite(trigger, LOW);
  tiempo_anterior=0;
}
void loop() {
  unsigned long tiempo_actual; //
  tiempo_actual = millis();
  muestreo=(double)(tiempo_actual - tiempo_anterior) ;
```

Figura B.21: Configuración de pines del sensor.

A continuación, se observa la forma en que se lleva a cabo el proceso de muestreo, el cual al pasar 10 milisegundos activará el disparo del sensor ultrasónico, para posteriormente medir la distancia en la que se ubica la esfera (Figura B.22).

```
if(muestreo>=10){
  digitalWrite(trigger, HIGH);
  delayMicroseconds(10);
  digitalWrite(trigger, LOW);
  duracion = pulseIn(echo, HIGH );
  long distancia = duracion/58;
```

Figura B.22: Condición de muestreo.

Este código es usado para los tres métodos en su mayoría, ya que para el modelo matemático y la identificación de parámetros solo se cambian las ganancias k_p , k_d y k_i , pero en el caso de la regla de *Ziegler-Nichols*, las líneas de color amarillo subrayadas a continuación en la Figura B.23, se sustituyen por las líneas de código de la Figura 14, es importante mencionar que la forma en la que se definió la aproximación de la derivada e integral, está descrita en la Subsección 5.4.

```
Distancia=89-Distancia;
error=Referencia-Distancia;
error_der=(error-error_ant)/h;
err_int += (error*h);
double U=(KP*error)+(KI*err_int)+(KD*error_der);
if (U>255){
  U=255;
}
if (U<0){
  U=0;
}
```

Figura B.23: Codificación del control PID.

Finalmente, en la Figura B.24 se indica cómo utilizar el graficador del entorno de desarrollo integrado de Arduino, insertando variables como la referencia y la posición de la esfera, además de definir la forma en que se imprimen los valores en la LCD.

```
Serial.print(Referencia);
Serial.print(' ');
Serial.print(Distancia);
Serial.print(' ');
Serial.println(125);
analogWrite(2, floor(U));
error_ant=error;
tiempo_anterior=tiempo_actual;
lcd.clear();
lcd.setCursor(0,0);
lcd.print ("Referencia:");
lcd.print(Referencia);
lcd.setCursor(0,1);
lcd.print ("Distancia: ");
lcd.print(Distancia);
```

Figura B.24: Configuración de LCD .

En el siguiente link se encuentran los archivos empleados para el desarrollo del levitador: drive.google.com