

# Modelado por redes neuronales del sistema neuromusculoesquelético del miembro superior

## Neural networks modelling of the upper limb neuromusculoskeletal system

U. Villela <sup>a,\*</sup>, M. Gómez-Correa <sup>a</sup>, M. Ballesteros <sup>a,b</sup>, D. Cruz-Ortiz <sup>b</sup>, I. Salgado <sup>a</sup>

<sup>a</sup>Centro de Innovación y Desarrollo Tecnológico en Cómputo, Instituto Politécnico Nacional, Z.C. 07700, Ciudad de México, México.

<sup>b</sup>Laboratorio de Robótica Médica y Bioseñales, UPIBI, Instituto Politécnico Nacional, Z.C. 07700, Gustavo A. Madero, Ciudad de México, México.

<sup>c</sup>Departamento de Control Automático, CINVESTAV-IPN, 07360, CDMC, México.

### Resumen

El siguiente trabajo consiste en la creación de un modelo no paramétrico por medio de un algoritmo de identificación usando una red neuronal diferencial (RND). El proceso de entrenamiento se realiza mediante los datos obtenidos de la base de datos U-LIMB, de la que se obtienen las señales de entrada y salida, las cuales corresponden a las señales de electromiografía y las trayectorias de movimiento respectivamente. Por medio de estos datos, las leyes de aprendizaje basadas en la estabilidad de Lyapunov adaptan los pesos que ajustan la RND. Una vez entrenada la RND, se obtiene un modelo capaz de mapear en línea señales de electromiografía en su correspondiente trayectoria angular proporcionada por un proceso de cinemática inversa. Una vez realizada la simulación haciendo uso de un modelo de miembro superior virtual, se demostró el uso de las trayectorias angulares identificadas haciendo uso de un control proporcional derivativo que garantiza el seguimiento de la trayectoria del brazo virtual en relación señales de EMG específicas que ingresan a la RND.

**Palabras Clave:** Electromiografía, Identificación no lineal, Aprendizaje máquina, Sistema musculoesquelético.

### Abstract

This manuscript describes the development of a non-parametric model using an identification algorithm using a differential neural network (DNN). The training process is carried out using the data obtained from the U-LIMB database, from which the input and output signals are obtained, which correspond to the electromyography signals and the movement trajectories, respectively. Using the data above, the stability-based Lyapunov learning laws adapt the weights that adjust the RND. Once the DNN has been trained, a model capable of online mapping electromyography signals in their corresponding angular trajectory shown by an inverse kinematics process is obtained. Once the simulation has been carried out using a virtual upper limb model, the use of the identified angular trajectories is discovered using a derived proportional control that guarantees the trajectory tracking of the virtual arm in relation to specific EMG signals entering the DNN.

**Keywords:** Electromyographic, Nonlinear identification, Machine learning, Musculoskeletal system.

## 1. Introducción

Actualmente la investigación de nuevas tecnologías enfocadas en el desarrollo de aplicaciones que contemplen el vínculo entre interacciones humanas y las computadoras ha tomado una relevancia significativa, a la par de una constante mejora en la capacidad computacional para logran emular el comportamiento de sistemas biológicos. Por lo que, se ha vuelto relevante la creación de sistemas capaces de replicar las complejas rela-

ciones que existen entre los distintos sistemas biológicos y las señales con las cuales se genera cada respuesta ya sea muscular, auditiva, entre otras (Muñoz y Rodarte, 2019). Si nos concentramos en el sistema musculoesquelético (SME), las señales que involucran la respuesta del sistema motor son las señales de electromiografía (EMG), estas señales generan una respuesta muscular generando distintas relaciones entre sistemas, las relaciones complejas entre el sistema nervioso y los sistemas muscular y esquelético tienen un comportamiento no lineal, por lo

\*Autor para correspondencia: [uvillelaz1300@alumno.ipn.mx](mailto:uvillelaz1300@alumno.ipn.mx)

**Correo electrónico:** [uvillelaz1300@alumno.ipn.mx](mailto:uvillelaz1300@alumno.ipn.mx) (Ulises Villela Zúñiga), [mgomezc2103@alumno.ipn.mx](mailto:mgomezc2103@alumno.ipn.mx) (Manuela Gómez Correa), [ballesteros\\_mar@hotmail.com](mailto:ballesteros_mar@hotmail.com) (Mariana Felisa Ballesteros Escamilla), [dacruz@ipn.mx](mailto:dacruz@ipn.mx) (David Cruz Ortiz), [isalgador@ipn.mx](mailto:isalgador@ipn.mx) (Iván de Jesús Salgado Ramos).

**Historial del manuscrito:** recibido el 30/06/2023, última versión-revisada recibida el 08/09/2023, aceptado el 08/09/2023, publicado el 30/11/2023. **DOI:** <https://doi.org/10.29057/icbi.v11iEspecial4.11389>



que el modelo que describa el comportamiento biológico en un sistema paramétrico de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO por sus siglas en inglés) es, en la mayoría de las ocasiones, representado mediante un modelo de caja negra (Ayala *et al.*, 2020).

El SME es el encargado de mapear las señales fisiológicas provenientes del sistema nervioso y mediante estas realizar actividad en los músculos que a su vez proporcionen movimiento en el cuerpo humano (De Groote y Falisse, 2021; Chen y Qiao, 2020). Debido a este complejo comportamiento, es una tarea complicada encontrar el modelo que describa las interacciones que componen el SME, convirtiéndolo en un tema de relevante de estudio debido a su comportamiento no lineal y ser un sistema MIMO. Dentro de las aplicaciones que tiene el obtener una descripción del sistema, podremos enfocarnos en su uso en dispositivos de rehabilitación (Berning *et al.*, 2021).

Dentro de los enfoques que existen para este problema, encontramos el uso de técnicas de identificación, estas técnicas nos proporcionan una herramienta capaz de modelar matemáticamente sistemas no lineales. Por lo que una técnica de identificación es capaz de correlacionar las señales de EMG con una correspondiente trayectoria de movimiento. En el caso de sistemas no lineales, la identificación no paramétrica provee un modelo general no lineal del fenómeno físico que se estudie, pero no se concentra en los parámetros que describan el comportamiento del modelo.

El proceso de identificación consta de dos componentes principales, el primero se basa en la información de entrada y salida del sistema, el segundo se trata del desarrollo del algoritmo capaz de encontrar las relaciones internas entre los datos de entrada y salida (Nelles, 2020).

Si nos enfocamos en los ejemplos de identificación para sistemas biomecánicos, se observa el uso de señales de EMG y su correspondiente respuesta del sistema motor, viendo esta información como una paridad de datos de entrada y salida de nuestro sistema.

Los algoritmos más utilizados para realizar la identificación son los que están basados en el uso de redes neuronales artificiales (RNA), memorias asociativas, y modelos de media móvil autorregresiva con entradas exógenas (ARMAX) (Olsson *et al.*, 2021; Xie y Djurdjanovic, 2021), entre otros. En el caso de las RNA, estas emulan el proceso de aprendizaje del cerebro humano con estructuras paralelas de nodos y capas (Lynn *et al.*, 2019). Este tipo de algoritmos pertenecen a un subconjunto del aprendizaje automático ampliamente aplicado en algoritmos de aprendizaje profundo cuyas leyes de ajuste suelen implementar el algoritmo clásico de retro-propagación para modelos estáticos o de retro-propagación a través del tiempo para estructuras de redes neuronales recurrentes (Khalifa *et al.*, 2021; Zhou *et al.*, 2019).

El trabajo (Foroutannia *et al.*, 2023) se concentra en el desarrollo de un identificador y clasificador del SME bajo el concepto de redes neuronales profundas. En estos estudios se realiza una clasificación de contracciones musculares provocadas por su respectivo estímulo de EMG. Usando este tipo de clasificadores podemos encontrar variantes que usan un proceso de extracción de características en conjunto del estudio del uso de lógica difusa en pro de mitigar la falta de datos durante el entrenamiento (Xu *et al.*, 2020).

Otro enfoque que podemos encontrar en el uso de algoritmos basados en el uso de RNAs son las redes neuronales recurrentes (RNRs), estas cuentan con la característica de incorporar un bucle de retroalimentación dentro de su estructura, dando lugar a algoritmos adecuados para la identificación y el control muscular del SME, dado que estudian los sistemas tomando en cuenta su característica dinámica. Por lo que su uso mostró resultados en donde el uso de una RNR mejora la obtención de los parámetros de la identificación como lo es la eficacia en el caso de nuevos movimientos (que no fueron contemplados en el entrenamiento), esto en comparación con métodos de aprendizaje profundo (Roy *et al.*, 2019; Azhiri *et al.*, 2021).

Un tipo específico de RNA es la red neuronal diferencial (RND), dicha estructura contempla una capa de entrada y una capa oculta de perceptrones con una retroalimentación de los estados. Estas estructuras se han utilizado para aproximar funciones estáticas, por lo que su uso en forma diferencial se propone para la identificación de sistemas dinámicos. En las estructuras clásicas de aprendizaje máquina, los algoritmos clásicos de aprendizaje se basan en métodos de tipo gradiente descendente (Olsson *et al.*, 2021). En esta propuesta, se propone el uso del segundo método de Lyapunov para diseñar las leyes de aprendizaje que ajustarán los parámetros de los perceptrones, de tal forma que se pueda asegurar la convergencia de dichos parámetros, así como del error de identificación (Poznyak *et al.*, 2001). Este identificador basado en RND, ha sido ampliamente ocupado y validado en trabajos de identificación de sistemas fisiológicos (Lozano *et al.*, 2022; Alfaro-Ponce y Chairez, 2020), dentro del modelo propuesto usando RND, se plantea su aplicación en dispositivos de rehabilitación robótica y dispositivos de rehabilitación bio-realimentados.

## 2. Planteamiento del problema

El modelar el SME es una tarea compleja que requiere la aplicación de algoritmos de identificación no lineal. Dentro de estos algoritmos, las RNDs son fiables, resolviendo el problema de la identificación no paramétrica de sistemas altamente no lineales con múltiples entradas y salidas. Las entradas para nuestro sistema a identificar constan de señales de EMG, las salidas del sistema corresponden a las trayectorias angulares para un modelo de miembro superior que contemple cinco grados de libertad. En la sección siguiente se realiza un análisis detallado del conjunto de datos a utilizar para el diseño del identificador.

En la Figura 1 se representan las etapas para llevar a cabo la solución propuesta, que se resumen en los siguientes puntos:

1. El análisis y la selección de cinco movimientos diferentes de la vida diaria del miembro superior a partir de la base de datos descrita en (Averta *et al.*, 2021).
2. La identificación no paramétrica mediante una RND para los movimientos seleccionados de la base de datos.
3. El control de un brazo virtual con la información proporcionada por la RND y la posterior aplicación de un controlador PD.

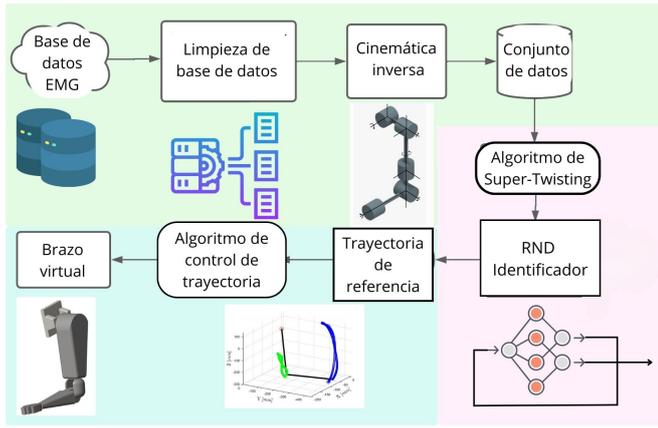


Figura 1: Diagrama de flujo de las etapas consideradas en el diseño del identificador por RND y el algoritmo de control posterior.

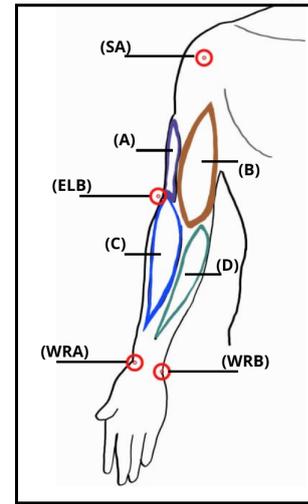


Figura 2: Posición de marcadores y músculos seleccionados.

### 3. Descripción del conjunto de datos

La base de datos fue obtenida de dataverse U-Limb (Averta et al., 2021) de Harvard contiene señales EMG y así como los correspondientes datos cinemáticos que contemplan cinco movimientos de miembro superior. La base de datos contiene información sobre los patrones de activación muscular y las trayectorias del movimiento realizado por el brazo. Se escogió esta base de datos debido a que se creó con un enfoque para el desarrollo de investigaciones en terapias de rehabilitación. Dentro de la información ofrecida por la base de datos, para el entrenamiento de la RND, fue seleccionada la información reunida por la Facultad de Medicina de Hannover (MHH) y la Universidad Técnica de Múnich (TUM).

La selección contempla un total de 30 movimientos cada uno con 21 y 9 marcadores en 12 y 29 músculos, respectivamente. De entre todos estos movimientos fueron seleccionados 5 que corresponden a:

- Gesto de OK.
- Exultación.
- Taparse la cara para que no le dé el sol.
- Alcanzar y agarrar una taza pequeña por el asa (2 dedos y pulgar), beber durante tres segundos y volver a colocarla en la posición inicial.
- Alcanzar y agarrar una manzana, imitar un mordisco y volver a colocarla en la posición inicial.

De estos movimientos, los músculos seleccionados para leer la información EMG fueron: Músculo del tríceps lateral (A), músculo del bíceps lateral (B), músculo flexor del carpo radial (C), músculo flexor del carpo ulnar (D).

La información cinemática fue tomada por cuatro marcadores ubicados en las siguientes posiciones: lado del pulgar de la muñeca (WRA), lado del meñique de la muñeca (WRB), lateral del codo (ELB), plano anterior de la articulación acromial (SA), ver Figura 2.

#### 3.1. Cinemática inversa y brazo virtual

La base de datos que se estudió en el presente trabajo, contiene como instancias las señales de EMG de un conjunto de movimientos del miembro superior. Para cada conjunto de señales se tienen los marcadores que definen su posición en el plano  $xy$ . Para construir las trayectorias de referencia se implementó la cinemática inversa (Spong et al., 2020). Por lo tanto, la DNN crea un modelo que relaciona las señales de EMG con su respectiva trayectoria.

Se propone el siguiente diseño de miembro superior, que cuenta con cinco grados de libertad y con las dimensiones antropométricas necesarias para representar las trayectorias de movimiento proporcionadas por los marcadores, la figura 3 muestra el diagrama, las medidas y los grados de libertad propuestos.

La información obtenida de los marcadores está definida por sus correspondientes coordenadas  $x, y, z$ . En la Figura 3 se observan los ángulos correspondientes a  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$  así como los datos que es necesario calcular que corresponden a  $l_1, l_2, l_3$ . La información cinemática correspondiente a cada marcador se encuentra representada en la Tabla 1. La ecuación 2 representa las relaciones entre el información cinemática proveniente de la base de datos y las variables necesarias para realizar el cálculo de cinemática inversa.

Tabla 1: Variables cinemáticas

Marcador	Datos cinemáticos		
WRA	$x_{wra}$	$y_{wra}$	$z_{wra}$
WRB	$x_{wrb}$	$y_{wrb}$	$z_{wrb}$
ELB	$x_{elb}$	$y_{elb}$	$z_{elb}$
SA	$x_{sa}$	$y_{sa}$	$z_{sa}$

$$(x_4, y_4, z_4) = \left( \frac{x_{wa} + x_{wa}}{2}, \frac{y_{wa} + y_{wa}}{2}, \frac{z_{wa} + z_{wa}}{2} \right),$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= \sqrt{(x_{elb} - x_{sa})^2 + (y_{elb} - y_{sa})^2 + (z_{elb} - z_{sa})^2}, \\
 l_2 &= \sqrt{(x_4 - x_{sa})^2 + (y_4 - y_{sa})^2 + (z_4 - z_{sa})^2}, \\
 l_3 &= \sqrt{(x_{wra} - x_{wrb})^2 + (y_{wra} - y_{wrb})^2 + (z_{wra} - z_{wrb})^2}, \\
 (x_2, y_2, z_2) &= \begin{bmatrix} x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} x_{elb} \\ y_{elb} \\ z_{elb} \end{bmatrix}, \\
 l_4 &= \sqrt{(x_2)^2 + (y_2)^2 + (z_2)^2}, \\
 m_{l_3} &= \frac{y_{wa} - y_4}{x_{wa} - x_4}, \\
 m_{l_4} &= \frac{y_2 - y_2}{x_2 - x_2}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

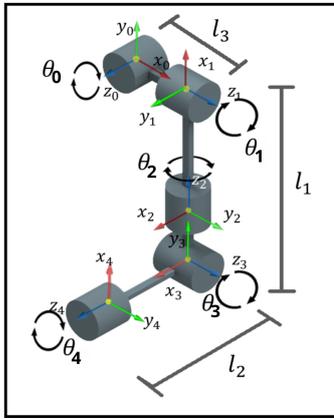


Figura 3: Posición de grados de libertad y medidas antropométricas tomadas.

En la Figura 3, se muestra el sistema de coordenadas para cada uno de los grados de libertad propuestos para el modelo de miembro superior propuesto. Donde las coordenadas  $(x_4, y_4, z_4)$ , corresponden al efector final, usando el método geométrico (Spong *et al.*, 2020) para el contar los cinco ángulos, tenemos a 2, el cual muestra la relación entre las posiciones cartesianas y los ángulos para cada grado de libertad propuesto.

$$\begin{aligned}
 \theta_1 &= \arctan\left(\frac{z_5}{\sqrt{x_5^2 + y_5^2}}\right) - \arctan\left(\frac{l_2 \sin \theta_3}{l_1 + l_3 \cos \theta_3}\right), \\
 \theta_2 &= \arctan(m_{l_3}), \\
 \theta_3 &= \arctan\left(\frac{\sqrt{1 - \left(\frac{(x_5^2 + z_5^2 + y_5^2 - l_1^2 - l_2^2)}{2l_1 l_2}\right)^2}}{\frac{(x_5^2 + z_5^2 + y_5^2 - l_1^2 - l_2^2)}{2l_1 l_2}}\right), \\
 \theta_4 &= \arctan\left(\frac{y_5}{x_5}\right), \\
 \theta_5 &= \arctan(m_{l_4}).
 \end{aligned} \tag{2}$$

Del cálculo de la cinemática inversa, se obtienen las trayectorias tridimensionales del brazo virtual para cada uno de los cinco movimientos seleccionados. En la figura 4 se muestra la comparativa entre las trayectorias obtenidas de las coordenadas cartesianas y las trayectorias angulares obtenidas de la cinemática inversa.

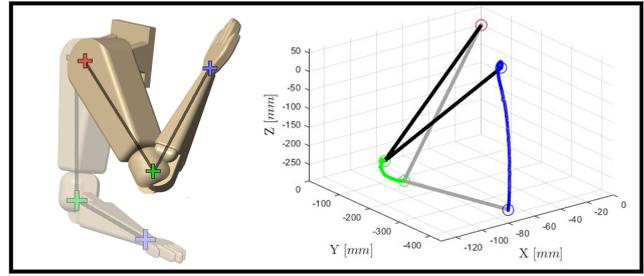


Figura 4: Movimiento: Señal de OK, trayectoria obtenida de la cinemática inversa

#### 4. Neuro-identificador del sistema musculoesquelético

Para representar la dinámica del modelo matemático del SME, que es capaz de describir la relación entre las señales EMG y las posiciones angulares obtenidas de la etapa de cinemática inversa, se usa la siguiente ecuación diferencial lineal general

$$\dot{r}(t) = f(r(t)) + g(r(t))u(t), \quad r(0) = r_0, \tag{3}$$

donde  $r \in \mathbb{R}^{10}$ ,  $r = [\theta^T, \dot{\theta}^T]^T$ ,  $\theta \in \mathbb{R}^5$  es el vector con las posiciones angulares de cada articulación  $\theta_i \in \mathbb{R}$ ,  $\dot{\theta} \in \mathbb{R}^5$  es el vector con las velocidades angulares de cada articulación  $\dot{\theta}_i$ ,  $i = \{0, \dots, 4\}$ ,  $u \in \mathbb{R}^4$  es el vector que contiene la señal EMG proveniente de los cuatro músculos seleccionados,  $f: \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^{10}$  representa una función no lineal continua,  $g: \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^{10 \times 4}$  representa una función no lineal continua asociada con la entrada, y  $r_0 \in \mathbb{R}^{10}$  son las condiciones iniciales. Se consideraron las siguientes suposiciones sobre la cota de la posición, la velocidad y las señales de EMG, tal como sigue,

$$\|u\|^2 \leq u^+ < +\infty, \quad \|r\|^2 \leq r^+ < +\infty, \quad \forall t \in \mathbb{R}^+. \tag{4}$$

##### 4.1. Representación de la Red Neuronal

Para (3), Se toma en cuenta las propiedades de las RNAs (Cotter, 1990; Cybenko, 1989), el SME es representado como,

$$\dot{r}(t) = Ar(t) + \sigma_1 \psi_1(r(t)) + \sigma_2 \psi_2(r(t))u(t) + v(r(t)), \tag{5}$$

donde  $A \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$  es una matriz Hurwitz,  $\sigma_1 \in \mathbb{R}^{10 \times p}$  y  $\sigma_2 \in \mathbb{R}^{10 \times q}$  son los pesos pertenecientes a la estructura de la RNA,  $\psi_1: \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^p$  y  $\psi_2: \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^{q \times 4}$  son vectores que contienen las funciones de activación y  $v: \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^{10}$  representa el error de aproximación acotado (Cybenko, 1989), esto es,

$$\|v\|^2 \leq v_0^+ + v_1^+ u^+, \quad \forall t \in \mathbb{R}^+, \tag{6}$$

donde  $v_0^+$ ,  $v_1^+$  y  $u^+$  son constantes positivas. las funciones de activación para esta RNA estarán dadas por sigmoideas, cada elemento en  $\psi_1$  y  $\psi_2$  esta regida por la siguiente función,

$$\bar{\psi}_k(r) = \left(1 + e^{-(b_k^T r + c_k)}\right)^{-1}, \tag{7}$$

donde  $b_k \in \mathbb{R}^{10}$  y  $c_k \in \mathbb{R}$  son los parámetros libres de las funciones sigmoideas para las  $k$ -ésima función.

Las siguientes suposiciones son consideradas para la creación de un identificador basado en RND.

**Suposición 1.** Basados en la definición de las funciones de activación (7), las cuales satisfacen las condiciones de sector Poznyak et al. (2001), se mantienen las siguientes desigualdades,  $\|\tilde{\psi}_k(q)\|_{r_k}^2 \leq \|r\|_{C_k}^2$ ,  $\|\psi_k(r_a) - \psi_k(r_b)\|_{\Lambda_k}^2 \leq \|r_a - r_b\|_{D_k}^2$ .

La notación  $\|M\|_{\Lambda} = \sqrt{\text{tr}\{M^T \Lambda M\}}$  es la norma de los pesos, con  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $0 < \Lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .

**Suposición 2.** Los pesos que ajustan la aproximación son desconocidos pero están acotados en el siguiente sentido.  $\sigma_k \Lambda_{\sigma_k} \sigma_k^T \leq \sigma_k$ , donde  $\sigma_k = \sigma_k^T \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$  y  $\Lambda_{\sigma_k}$  son matrices positivas definidas.

#### 4.2. Identificador con Red Neuronal Diferencial

El identificador propuesto consiste en una estructura clásica de RND que describe (Poznyak et al., 2001) en el Capítulo 2,

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) + \underline{\sigma}_1(t)\psi_1(z(t)) + \underline{\sigma}_2(t)\psi_2(z(t))u(t), \\ \dot{\underline{\sigma}}_1(t) &= -k_1 P \Delta \psi_1^T(z(t)), \\ \dot{\underline{\sigma}}_2(t) &= -k_2 P \Delta \psi_2^T(z(t))u(t), \end{aligned} \quad (8)$$

donde  $z \in \mathbb{R}^{10}$  representa los estados del identificador,  $\underline{\sigma}_1: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{10 \times p}$  y  $\underline{\sigma}_2: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^{10 \times q}$  son los pesos adaptables,  $\Delta = z - q$  es el error de identificación,  $z, k_1 \in \mathbb{R}$ ,  $k_2 \in \mathbb{R}$  son constantes positivas  $P \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$  es una matriz positiva definida.

**Teorema 1.** (Poznyak et al., 2001) Considerando el sistema (3) que es representado por (5), y considerando (4), (6), la suposición 1 y la suposición 2. Si el identificador con los pesos adaptables (8) tiene  $k_1 \in \mathbb{R}$  y  $k_2 \in \mathbb{R}$  constantes positivas y  $P$  es la solución de la solución para la ecuación matricial de Riccati (Poznyak, 2008),  $PA + A^T P + PRP + Q = 0$ , donde  $Q = Q_0 + D_1 + D_2 u^+$ ,  $R = \sigma_1 + \sigma_2 + 2\Upsilon I_2$ ,  $\Upsilon \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$  y  $Q_0 = Q_0^T \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$  es una matriz positiva definida. Entonces, la dinámica de los pesos se encuentra acotada y el proceso de identificación es asintóticamente consistente.

En el teorema anterior,  $I_2$  significa la matriz identidad con dimensiones  $10 \times 10$ .

### 5. Aplicaciones en la rehabilitación robótica

La Figura 5 muestra la implementación de un neuro-identificador como un generador de trayectorias para el control de trayectoria de un brazo virtual que cuenta con cinco grados de libertad.

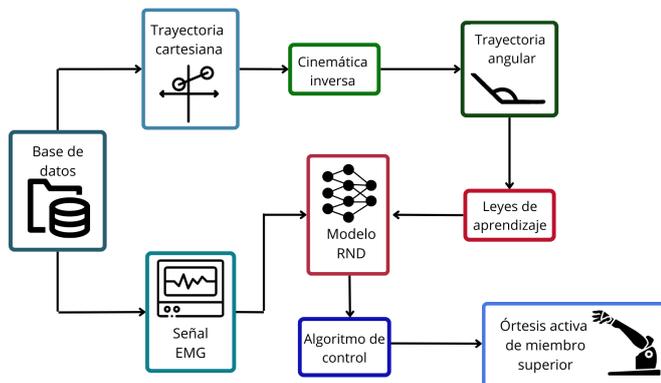


Figura 5: Diagrama de flujo de la implementación de la RND.

#### 5.1. Descripción del sistema

El modelo matemático contempla cinco articulaciones con un comportamiento rotacional, el cual será implementado en el brazo virtual. El siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias representa de manera general cada una de las articulaciones del brazo virtual,

$$\begin{aligned} \dot{q}_{1,i}(t) &= q_{2,i}(t), \\ \dot{q}_{2,i}(t) &= F_{q_i}(q_i) + G_{q_i}(q_{1,i})\tau_i(t) + \epsilon_{q_i}(q_i, t), \end{aligned} \quad (9)$$

donde  $q_i \in \mathbb{R}^2$  define el vector de estados de la  $i$ -ésima articulación denotada por  $q_i = [q_{1,i}, q_{2,i}]^T$ . Los estados  $q_{1,i} \in \mathbb{R}$  y  $q_{2,i} \in \mathbb{R}$  describen la posición y velocidad angular de la  $i$ -ésima conexión del brazo virtual.  $q_{1,i}(0) = q_{i,10}$ ,  $q_{2,i}(0) = q_{i,20}$ , donde  $q_{i,10} \in \mathbb{R}$  y  $q_{i,20} \in \mathbb{R}$  son las condiciones iniciales. El índice  $i = 0 : 4$  indica cada uno de los grados de libertad. El vector de estados completo que representa el brazo virtual es  $q = [q_0^T \dots q_4^T]^T$ . Por lo que,  $q_{1,i} = \theta_i$  y  $q_{2,i} = \dot{\theta}_i$ .

La función  $F_{q_i}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  incluye los efectos gravitatorios y las entradas de la matriz de Coriolis que actúan sobre cada subsistema. En este trabajo se asume que la función  $F_{q_i}$  es desconocida pero que satisface una condición quasi-Lipschitz (Khalil, 2015). Por lo que,  $|F_{q_i}| \leq f_i^+$ . La función  $G_{q_i}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es positiva definida, y denota los términos de inercia de cada subsistema. La función  $\tau_i \in \mathbb{R}$  describe la señal de control de entrada para la  $i$ -ésima junta rotacional. Es importante notar que estos valores existen puesto que las señales de EMG tienen una amplitud finita. Por otro lado,  $f_i^+$  existe tomando en consideración que se trabaja en un espacio determinado.

Con base a las propiedades conocidas de los términos inerciales (Spong et al., 2020), se asume que  $G_{q_i}$  tiene inversa conocida  $G_i^{-1}(q_{1,i})$ ,  $\forall t \geq 0$ . Incluso aunque  $G_{q_i}$  es desconocida, esta tiene una consta definida como  $|G_i| \leq G_i^+$  con  $G_i^+ \in \mathbb{R}^+ \forall t \geq 0$ . El término  $\epsilon_i: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  describe las incertidumbres internas y las perturbaciones externas que actúan sobre el sistema. En este trabajo se ha supuesto que  $\epsilon_i$  satisface  $|\epsilon_i| \leq \gamma_i^+ \forall t \geq 0$ .

#### 5.2. Algoritmo de control

Este trabajo propone un controlador PD para asegurar el seguimiento de las trayectorias deseadas identificadas por la RND, es decir, el conjunto de variables de estado  $z$ . El algoritmo de control esta dado por

$$\tau_i = (G_i^+)^{-1} (-k_{p_i} e_{1,i}(t) - k_{d_i} e_{2,i}(t)), \quad (10)$$

donde  $k_{p_i}$  y  $k_{d_i}$  son las ganancias proporcional y derivativa respectivamente,  $e_{1,i} = z_{i+1} - q_{1,i}$  es el error del seguimiento de trayectoria de la  $i$ -enésima articulación, y  $e_{2,i} = z_{i+6} - q_{2,i}$ ,  $i = \{0, \dots, 4\}$ . Se observa que  $z_k$  es el elemento  $k$ -enésimo del vector de estados, obtenido de la RND. Junto con la estrategia de control y considerando a (9), la dinámica del error del seguimiento de trayectoria es,

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1,i}(t) &= e_{2,i}(t), \\ \dot{e}_{2,i}(t) &\leq -k_{p_i} e_{1,i} - k_{d_i} e_{2,i} + \epsilon_i^+, \end{aligned} \quad (11)$$

donde  $\epsilon_i^+ = \gamma_i + f_i^+$ . El siguiente teorema retoma los resultados obtenidos aplicando el controlador PD descrito en (10).

**Teorema 2.** Considerando el sistema no lineal (9) y el cumplimiento de los supuestos sobre la acotación de los términos no lineales desconocidos  $F_{q_i}$ ,  $G_{q_i}$  y  $\epsilon_{q_i}$ . Si la estrategia de control en (10) es aplicada, con las ganancias de control seleccionadas de tal manera que la ecuación de Lyapunov

$$A_i^T N_i + N_i A_i + R_i \leq 0, \quad (12)$$

es factible para matrices simétricas y definidas positivamente  $N_i = N_i^T > 0$  y  $R_i = R_i^T > 0$ . Por lo que, el error de seguimiento  $e_i = [e_{1,i} \ e_{2,i}]^T$  op tiene un punto de equilibrio prácticamente estable en el punto de origen.

*Demostración:* La prueba esta basada en la función de Lyapunov  $V_{e_i} = e_i^T N_i e_i$ .

### 6. Resultados numéricos

La simulación numérica fue implementada en el programa Simscape Matlab®, usando el método de integración Rounge-Kutta y un periodo de muestreo de 0.002 segundos. El periodo de muestreo fue seleccionado con relación a la información obtenida de la base de datos. Los parámetros de la RND fueron seleccionados por prueba y error:

$$A = \begin{bmatrix} -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 45 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -65 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -65 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -52 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -42 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -65 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -50 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Usando estos datos, la ecuación de Riccati tiene la siguiente solución

$$P = \begin{bmatrix} 0,02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,03 & 0 \end{bmatrix}.$$

Los parámetros de las funciones de activación, así como los pesos iniciales fueron seleccionados de forma aleatoria por medio de una distribución uniforme. Finalmente, los coeficientes de aprendizaje son  $k_1 = k_2 = 200$ .

En la Figura 6 se muestran los resultados para la representación del movimiento Señal de OK en el primer estado, que corresponde con la trayectoria angular del primer grado de libertad. La línea azul representa los estados identificados por la RND y la línea roja continua son las trayectorias obtenidas con el procedimiento de cinemática inversa. Obsérvese que, en menos de 0.25 segundos, las oscilaciones producidas por la estrategia de aprendizaje disminuyeron y, la RND consiguió seguir la trayectoria del movimiento.

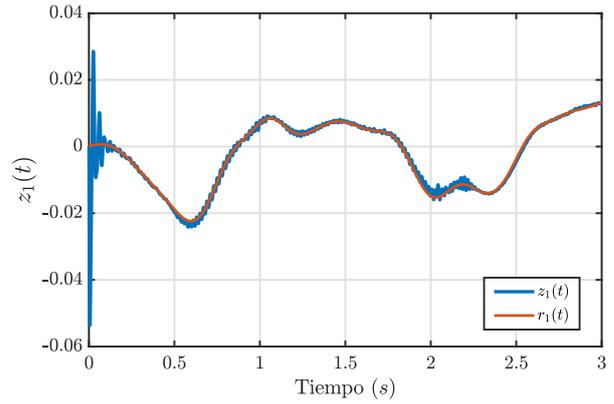


Figura 6: Los resultados de la identificación para el estado  $z_1$  cuando el gesto de OK es ejecutado .

Este rendimiento se obtuvo de forma similar para los otros cinco movimientos. Para efectos de comparación, se modificó el método de aprendizaje de la red usada en este trabajo. Las leyes de aprendizaje implementadas fueron

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1 &= -k_1 P \text{sign}(\Delta) \varphi_1^T(z(t)), \\ \dot{\sigma}_2 &= -k_2 P \text{sign}(\Delta) (\varphi_2(z(t)) u(t))^T. \end{aligned} \quad (13)$$

Donde la función  $\text{sign} = [\text{sgn}_1(\Delta) \ \text{sgn}_2(\Delta)]^T$ ;

$$\text{sgn}_i(\Delta) = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta > 0 \\ [-1, 1] & \text{if } \Delta = 0 \\ -1 & \text{if } \Delta < 0 \end{cases},$$

Con  $i = 1, 2$ . En la 7 se observa el comportamiento del identificador usando la función signo en el error de identificación dentro de las leyes de aprendizaje, este cambio, mejora la robustez del identificador en contra del ruido y perturbaciones externas. Sin embargo, por la discontinuidad de la función signo, se genera oscilación en la identificación. Si comparamos las gráficas mostradas en la Figura 6 y 7 podemos notar como la identificación en la Figura 7 presenta una mayor cantidad de oscilación, la cual refleja un mayor error acumulado el cual se observa en la Figura 9.

Para probar la robustez del algoritmo, se añadió una señal de ruido a los estados de la red que se usan para el cálculo del error de identificación. Podemos notar que la zona de convergencia de la red es proporcional al poder de las perturbaciones que tiene la señal medida. La figura 8 muestra el efecto del ruido. A la señal de entrada se le sumó una señal senoidal de 1000 radianes por segundo y amplitudes de 0.024, 0.012 y 0.001.

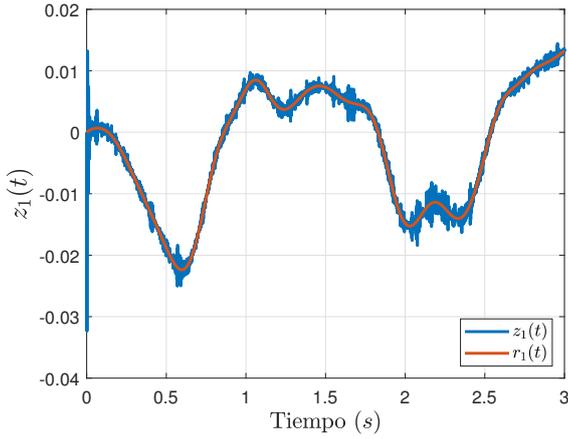


Figura 7: Los resultados de la identificación para el estado  $z_1$  cuando el gesto de OK es ejecutado, modificando las leyes de aprendizaje.

pesos contienen la información necesaria para realizar la identificación de cada uno de los 5 movimientos por medio de las señales de EMG.

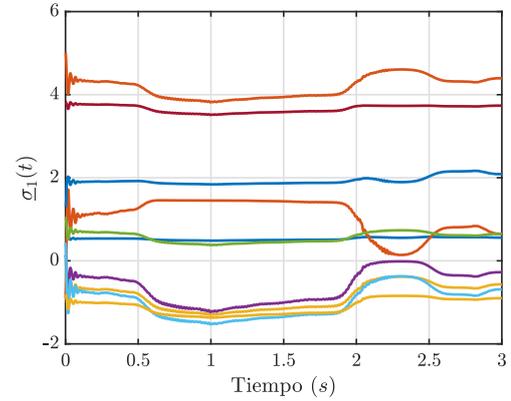


Figura 10: Visualización de los pesos  $\sigma_1$  después del entrenamiento de la RND.

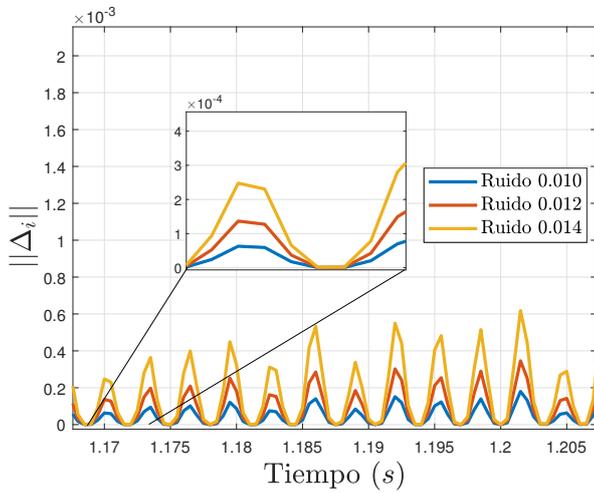


Figura 8: Gráfica de la norma del error de  $\Delta$ , añadiendo ruido a los estados a identificar.

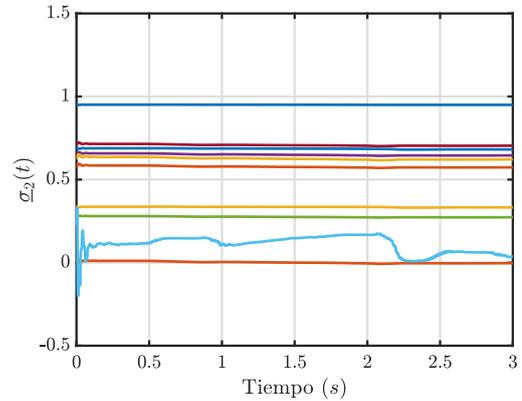


Figura 11: Visualización de los pesos  $\sigma_2$  después del entrenamiento de la RND.

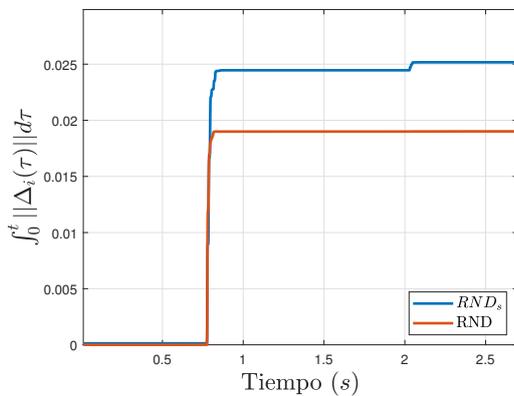


Figura 9: Gráfica con error acumulado, obtenido de la integral de la norma Euclídea de  $\Delta$ , para la prueba de las dos RNDs propuestas.

La Figura 10 y 11 muestra los cambios en los parámetros libres de los pesos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ . Estos valores serán usados para identificar el sistema posterior al proceso de entrenamiento. Los

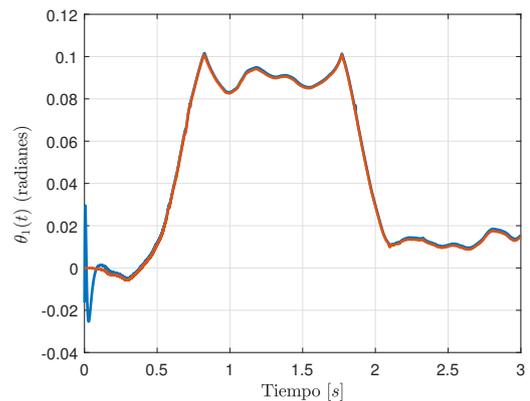


Figura 12: Gráfica del seguimiento de trayectoria para el movimiento 3) Bloquear el sol con la mano, en el primer grado de libertad.

La Figura 12 muestra el seguimiento de trayectoria usando el control PD usando las siguientes ganancias:

$$k_{p_1} = k_{p_2} = k_{p_3} = k_{p_4} = k_{p_5} = 4000,$$

$$k_{d_1} = k_{d_2} = k_{d_3} = k_{d_4} = k_{d_5} = 150.$$

El control propuesto en este manuscrito puede seguir las cinco trayectorias diferentes para cada gesto de la base de datos. El rendimiento del control puede visualizarse en la Figura 13, que representa la norma euclidiana del error de seguimiento. Obsérvese que, en menos de 0.5 segundos, el error de seguimiento se sitúa en una pequeña zona alrededor 0.12. Los resultados numéricos son coherentes con los resultados formulados en el teorema 2.

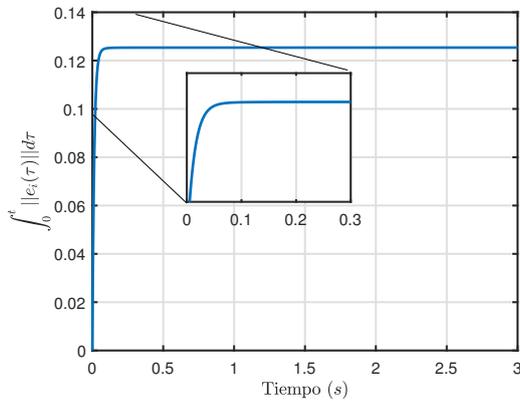


Figura 13: Gráfica con error acumulado, obtenido de la integral de la norma Euclidiana de  $e$ .

## 7. Conclusiones

Este manuscrito propone el modelado no paramétrico del SME encontrando la relación entre las señales EMG y las trayectorias correspondientes para cinco gestos diferentes. Las leyes de aprendizaje produjeron un rendimiento de identificación aceptable sin importar las complejas relaciones no lineales en el sistema SME. Las trayectorias sugeridas por la RND en respuesta a las señales EMG se implementaron posteriormente para definir las trayectorias deseadas que debe seguir un brazo virtual para producir el gesto correcto según las mediciones de señales EMG. Por lo que este modelo del SME es capaz de ser usado en sistemas de rehabilitación robótica como en una órtesis o prótesis activa que además tenga la capacidad de tener un sistema de bio-realimentación.

## Agradecimientos

Los autores agradecen al Instituto Politécnico Nacional por el apoyo brindado a partir de los apoyos económicos brindados para los proyectos SIP20221151, SIP20231293, SIP20221150, SIP20231337, 20231030 y 20231089. U. Villela and M. Gomez-Correa agradecen el patrocinio brindado por la beca mexicana del CONAHCyT, CVU: 1242726 and CVU:1245385

## Referencias

Alfaro-Ponce, M. y Chairez, I. (2020). Continuous and recurrent pattern dynamic neural networks recognition of electrophysiological signals. *Biomedical Signal Processing and Control*, 57:101783.

- Averta, G., Barontini, F., Catrambone, V., Haddadin, S., Handjaras, G., Held, J. P., Hu, T., Jakubowitz, E., Kanzler, C. M., y Kühn, Johannes, t. (2021). U-limb: A multi-modal, multi-center database on arm motion control in healthy and post-stroke conditions. *GigaScience*, 10(6).
- Ayala, H. V. H., Habineza, D., Rakotondrabe, M., y dos Santos Coelho, L. (2020). Nonlinear black-box system identification through coevolutionary algorithms and radial basis function artificial neural networks. *Applied Soft Computing*, 87:105990.
- Azhiri, R. B., Esmaeili, M., y Nourani, M. (2021). Real-time emg signal classification via recurrent neural networks. En *2021 IEEE International Conference on Bioinformatics and Biomedicine (BIBM)*, pp. 2628–2635. IEEE.
- Berning, J., Francisco, G. E., Chang, S.-H., Fregly, B. J., y O'Malley, M. K. (2021). Myoelectric control and neuromusculoskeletal modeling: Complementary technologies for rehabilitation robotics. *Current Opinion in Biomedical Engineering*, 19:100313.
- Chen, J. y Qiao, H. (2020). Muscle-synergies-based neuromuscular control for motion learning and generalization of a musculoskeletal system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 51(6):3993–4006.
- Cotter, N. E. (1990). The Stone-Weierstrass theorem and its application to neural networks. *IEEE Transactions on Neural Network*, 1:290–295.
- Cybenko, G. (1989). Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function. *Mathematics of control, signals and systems*, 2(4):303–314.
- De Groote, F. y Falisse, A. (2021). Perspective on musculoskeletal modelling and predictive simulations of human movement to assess the neuromechanics of gait. *Proceedings of the Royal Society B*, 288(1946):20202432.
- Foroutannia, A., Akbarzadeh-T, M.-R., Akbarzadeh, A., y Tahamipour-Z, S. M. (2023). Adaptive fuzzy impedance control of exoskeleton robots with electromyography based convolutional neural networks for human intended trajectory estimation. *Mechatronics*, 91:102952.
- Khalifa, Y., Mandic, D., y Sejdić, E. (2021). A review of hidden markov models and recurrent neural networks for event detection and localization in biomedical signals. *Information Fusion*, 69:52–72.
- Khalil, H. K. (2015). *Nonlinear control*, volumen 406. Pearson New York.
- Lozano, A., Ballesteros, M., Cruz-Ortiz, D., y Chairez, I. (2022). Active neck orthosis for musculoskeletal cervical disorders rehabilitation using a parallel mini-robotic device. *Control Engineering Practice*, 128:105312.
- Lynn, H. M., Pan, S. B., y Kim, P. (2019). A deep bidirectional gru network model for biometric electrocardiogram classification based on recurrent neural networks. *IEEE Access*, 7:145395–145405.
- Muñoz, M. P. B. y Rodarte, I. T. (2019). Estudio cualitativo de la discapacidad en México: Una perspectiva familiar.
- Nelles, O. (2020). *Nonlinear system identification: from classical approaches to neural networks, fuzzy models, and gaussian processes*. Springer Nature.
- Olsson, F., Halvorsen, K., y Åberg, A. C. (2021). Neuromuscular controller models for quantifying standing balance in older people: A systematic review. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, 16:560–578.
- Poznyak, A. (2008). *Advanced Mathematical Tools for Automatic Control Engineers: Volume I: Deterministic Systems*, volumen 1. Elsevier Science.
- Poznyak, A. S., Sanchez, E. N., y Yu, W. (2001). *Differential neural networks for robust nonlinear control: identification, state estimation and trajectory tracking*. World Scientific.
- Roy, S., Kiral-Kornek, I., y Harrer, S. (2019). Chrononet: a deep recurrent neural network for abnormal eeg identification. En *Artificial Intelligence in Medicine: 17th Conference on Artificial Intelligence in Medicine, AIME 2019, Poznan, Poland, June 26–29, 2019, Proceedings 17*, pp. 47–56. Springer.
- Spong, M. W., Hutchinson, S., y Vidyasagar, M. (2020). *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons.
- Xie, Y. Y. y Djurdjanovic, D. (2021). Monitoring of human neuromusculoskeletal system performance through model-based fusion of electromyogram signals and kinematic/dynamic variables. *Structural Health Monitoring*, 20(3):804–817.
- Xu, S., Wang, Z., Sun, J., Zhang, Z., Wu, Z., Yang, T., Xue, G., y Cheng, C. (2020). Using a deep recurrent neural network with eeg signal to detect parkinson's disease. *Annals of translational medicine*, 8(14).
- Zhou, J., Dong, L., Guan, W., y Yan, J. (2019). Impact load identification of nonlinear structures using deep recurrent neural network. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 133:106292.