

Simulador de vuelo y comportamiento dinámico para modelos de aeronaves Flight simulator and dynamic behavior for aircraft models

S. Peñasco-Goel ^{a,*}, A. Traslosheros-Michel ^a, G. Ramírez-Villa ^a

^aIngeniería en Electrónica y Control de Sistemas de Aeronaves, Universidad Aeronáutica en Querétaro, Carr. Querétaro-Tequisquiapan 22154, 76278 Santiago de Querétaro, Qro. México.

Resumen

El artículo describe un proyecto enfocado a la investigación del control del movimiento de un modelo a escala de una aeronave de ala fija en tres ejes estacionarios, así como movimientos verticales y laterales, utilizando las superficies de control principales para desarrollar modelos dinámicos que describan su comportamiento. La finalidad es crear una herramienta de prueba para el estudio de comportamientos que podría tener una aeronave de ala fija en condiciones de vuelo, para esto se obtienen datos aerodinámicos y se estudia su respuesta para poder generar modelos físicos que describan y predigan los movimientos de diferentes modelos de aeronaves de ala fija. El proyecto está diseñado para proporcionar una representación visual del comportamiento de la aeronave durante las diferentes fases de vuelo en un volumen de control confinado con movimiento restringido. Este volumen de control se usará para simular diferentes condiciones de vuelo con un generador de flujo y permitirá recopilar datos sobre el rendimiento de la aeronave. Este volumen de control permitirá la prueba de diferentes tipos de aviones modelo y proporcionará una plataforma para permitir límites de movimiento a las especificaciones de simulación.

Palabras Clave: Simulador, Modelos dinámicos, Modelos matemáticos, Control, Aeronaves.

Abstract

The article describes a project focused on the investigation of the movement control of a scale model of a fixed-wing aircraft in three stationary axes, as well as vertical and lateral movements, using the main control surfaces to develop dynamic models that describe its behavior. The purpose is to create a test tool for the study of behaviors that a fixed-wing aircraft could have in flight conditions, for this, aerodynamic data is obtained and its response is studied in order to generate physical models that describe and predict the movements of different aircraft. fixed wing aircraft models. The project is designed to provide a visual representation of aircraft behavior during different phases of flight in a confined control volume with restricted movement. This control volume will be used to simulate different flight conditions with a flow generator and will allow data to be collected on the performance of the aircraft. This control volume will allow testing of different types of model aircraft and provide a platform to allow movement limits to simulation specifications.

Keywords: Simulator, Dynamic models, Mathematical models, Control, Aircraft.

1. Introducción

Un simulador es una herramienta que nos permite emular y predecir un ambiente o el comportamiento de un cuerpo en un determinado entorno. En la industria aeroespacial se utilizan en gran medida los simuladores para un gran número de propósitos, desde imitar el comportamiento de aeronaves para fines de adiestramiento, hasta para predecir la respuesta aerodinámica de diferentes superficies de sustentación.

Un simulador importante para la industria aeroespacial son los simuladores de vuelo y simulaciones y análisis aerodinámicos. Para poder diseñar de una forma eficiente aeronaves y superficies aerodinámicas en la actualidad de forma académica, de investigación e industrial se utilizan los análisis por CFD y simulaciones de dinámica fluidos como túneles de viento. Estos estudios no solo nos dan una representación visual de la capacidad aerodinámica de las superficies mediante líneas de flujo. Si no también aportan datos importantes como la sustentación

* Autor para correspondencia: 7574@soyunaq.mx

Correo electrónico: 7574@soyunaq.mx (Sebastian Rafael Peñasco Goel), alberto.traslosheros@unaq.mx (Alberto Traslosheros Michel), goretti.ramirez@unaq.mx (Goretti Ramírez Villa).

Historial del manuscrito: recibido el 30/06/2023, última versión-revisada recibida el 26/09/2023, aceptado el 25/09/2023, publicado el 30/11/2023. **DOI:** <https://doi.org/10.29057/icbi.v11iEspecial4.11392>



y el arrastre que generan los cuerpos y con ellos podemos hacer comparativas y optimización para lograr la superficie deseada. Además de que muchas simulaciones incluyen la dinámica y cinemáticas de las aeronaves de forma computacional con modelos matemáticos (Chen y Ou, 2009).

Los simuladores de vuelo por otra parte buscan recrear el vuelo de una aeronave, y basados en datos obtenidos previamente con CFD o análisis similares y con ecuaciones que rigen el comportamiento dinámico de la aeronave, predicen su comportamiento para poder emular lo que sería un vuelo en diferentes condiciones y misiones. Este análisis tiene aplicaciones dentro de el estudio de estructuras y parámetros aerodinámicos, tiene utilidad al comparar datos físicos de modelos a escala con modelos reales como los realizados por la NASA en (Shah y Hill, 2008). En el caso del simulador de vuelo y comportamiento dinámico para modelos de aeronaves no solo se emula en comportamiento del modelo de una aeronave de ala fija en diferentes etapas de un vuelo, si no también se estudia su comportamiento dinámico basado en ecuaciones que describen físicamente el movimiento de las superficies de sustentación que controlan la aeronave y se recopilan datos para poder caracterizar y comparar el comportamiento de diferentes configuraciones modelos de aeronaves.

Actualmente existe un espacio grande de oportunidad para poder simular aeronaves en sus diferentes etapas de vuelo con modelos matemáticos que describan el comportamiento en dichas etapas de vuelo, y no solo de forma física y tangible para tener una referencia visual de la aeronave, pero con los mismos resultados de hacer simulaciones en túneles de viento para obtener coeficientes aerodinámicos característicos. Para esto en el desarrollo del Simulador de vuelo y comportamiento dinámico para modelos de aeronaves, se utilizó las bases de simulación mediante túneles de viento y modelado matemático para el comportamiento dinámico de aeronaves, (Zipfel, 2014).

2. Desarrollo

Para el desarrollo del Simulador de vuelo y comportamiento dinámico para modelos de aeronaves, se dividió el proceso en cuatro etapas, el generador de viento y la estructura, el modelo físico y el modelo matemático. En primer lugar, para realizar la experimentación del comportamiento del sistema de control de una aeronave mediante las superficies de sustentación se requiere de un modelo a escala que tenga movimiento en el eje que se desea controlar. Para comenzar con el proceso de diseño de un control que permita ajustar la aeronave se desarrolla un modelo matemático para el eje de control deseado, (Tran y Newman, 2015). En general una aeronave cuenta con seis ejes de libertad, tres ejes de orientación y tres ejes de traslación. En los ejes de orientación encontramos los ejes de cabeceo, guiñada y alabeo, en los tres ejes de traslación encontramos los de traslación vertical, horizontal y longitudinal. Esto se aprecia mejor en la figura 1, (Grano, 2016). En esta etapa del proyecto se enfocó en modelar los movimientos de cabeceo y traslación vertical y compararlos con una respuesta real de una aeronave.

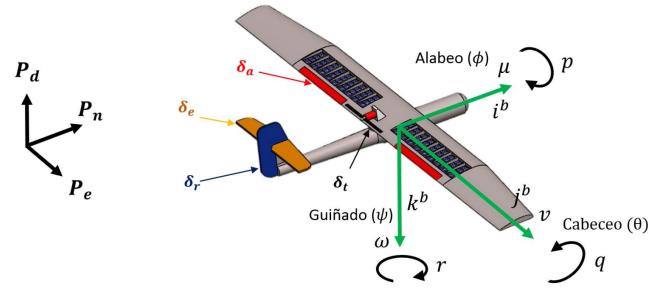


Figura 1: Ejes de control de aeronave (Grano, 2016).

2.1. Modelado matemático

Las ecuaciones que rigen el comportamiento de una aeronave incluye a los tres ejes: longitudinal, lateral y vertical. Para el caso del cabeceo, el eje de importancia es el eje lateral. Existen ecuaciones que describen el movimiento de una aeronave a un vuelo recto y nivelado con perturbaciones leves. En nuestro caso, el flujo es en su mayoría laminar, por lo que las perturbaciones se pueden considerar leves. Es importante considerar que para el modelado físico tenemos una forma de modelar aeronaves grandes y pequeñas, en general depende del uso de la aeronave y la configuración que tenga en cuanto a sus superficies de control y diseño. Las importantes ecuaciones que rigen el comportamiento de aeronaves grandes para ángulos de; cabeceo θ , alabeo ϕ y guiñada ψ , mencionadas en (Napolitano, 2012) son:

$$m[\dot{u} + qW_1] = -mg\theta\cos\Theta_1 + (f_{AX} + f_{TX}), \quad (1)$$

$$m[\dot{v} + U_1r - pW_1] = mg\phi\cos\Theta_1 + (f_{AY} + f_{TY}), \quad (2)$$

$$m[\dot{w} + U_1q] = -mg\theta\cos\Theta_1 + (f_{AZ} + f_{TZ}), \quad (3)$$

$$\dot{p}I_{XX} - \dot{r}I_{XZ} = (\iota_A + \iota_T), \quad (4)$$

$$\dot{q}I_{YY} = (m_A + m_T), \quad (5)$$

$$\dot{r}I_{ZZ} - \dot{p}I_{XZ} = (n_A + n_T), \quad (6)$$

$$p = \dot{\phi} - \dot{\psi}\sin\Theta_1, \quad (7)$$

$$q = \dot{\theta}, \quad (8)$$

$$r = \dot{\psi}\cos\Theta_1. \quad (9)$$

Las ecuaciones (1) a (9) son una recopilación de las ecuaciones realizadas en un análisis de la dinámica de una aeronave con pequeñas perturbaciones, donde se considera la conservación de momento lineal, la conservación de momento angular y la cinemática invertida en un vuelo recto y nivelado con respecto al cuerpo de la aeronave en el plano (X, Y, Z) . En este caso m será la masa de la aeronave, g la fuerza gravitacional de la tierra, f_A las fuerzas aerodinámicas en los distintos ejes del cuerpo (x, y, z) de la aeronave y f_T las fuerzas de empuje. q es la tasa de cambio del cabeceo y su momento aerodinámico es m_A y de empuje m_T , p la tasa de cambio del alabeo y su momento aerodinámico es ι_A y de empuje ι_T y r la tasa de cambio de guiñada y su momento aerodinámico es n_A y de empuje n_T . (U, V, W) describen la velocidad lineal en (x, y, z) respectivamente y I es el momento en los ejes (x, y, z) . Cuando se trata de un vuelo recto con perturbaciones leves, se puede considerar que:

1. Velocidades angulares: $P_1 = Q_1 = R_1 = 0$.
2. Ángulos de Euler: $\Psi_1 = \Theta_1 = \Psi_1 = const.$
3. Velocidad lateral $V_1 = 0$.
4. Angulo de alabeo $\Psi_1 = 0$.

Estas ecuaciones parten de diversas ecuaciones de momentos. Tomando como referencia a la aeronave se tienen los marcos X, Y, Z y en marco de referencia de la tierra es X', Y', Z' .

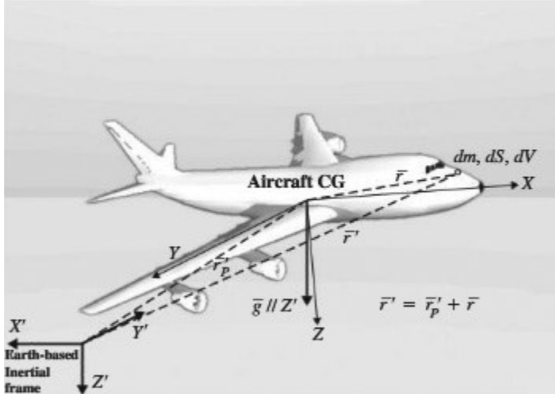


Figura 2: Marco de referencia inercial desde la tierra (Napolitano, 2012).

El primer arreglo de ecuaciones de momento viene de la conservación de momento lineal. Esto es la segunda ley de Newton, donde fuerzas aerodinámicas F_A y las fuerzas de empuje F_T tienen una relación vectorial con los momentos longitudinales, laterales y verticales. En las siguientes imágenes se muestran parámetros importantes que se deben considerar de una aeronave de fuerzas, momentos, velocidades lineales, velocidades angulares y componentes de gravedad.

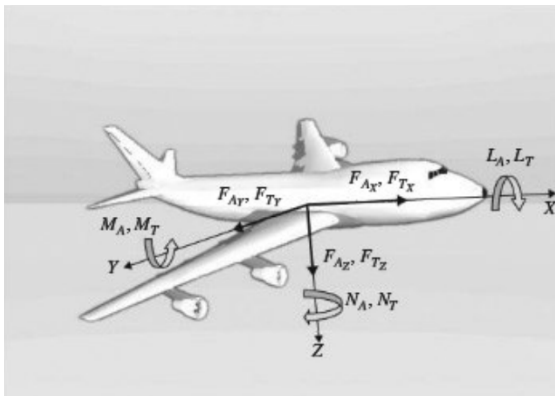


Figura 3: Fuerzas y momentos en una aeronave (Napolitano, 2012).

De la misma manera se tienen fuerzas actuando sobre cada eje de cuerpo de la aeronave y momentos actuando alrededor de cada eje, de forma aerodinámica y con respecto al empuje.

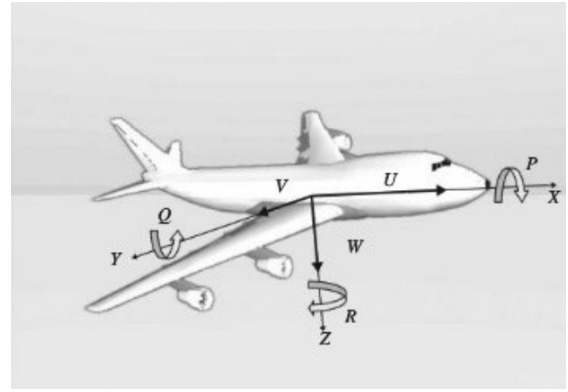


Figura 4: Velocidades y momentos angulares en una aeronave (Napolitano, 2012).

Las velocidades y momentos angulares mostrados en la figura 5 hacen referencia a la conservación de momento angular que relacionan los vectores de velocidades lineales (U, V, W), del cuerpo, con las componentes gravitacionales, que básicamente establece que el momento angular total de un sistema aislado se mantiene constante a menos que actúen fuerzas externas.

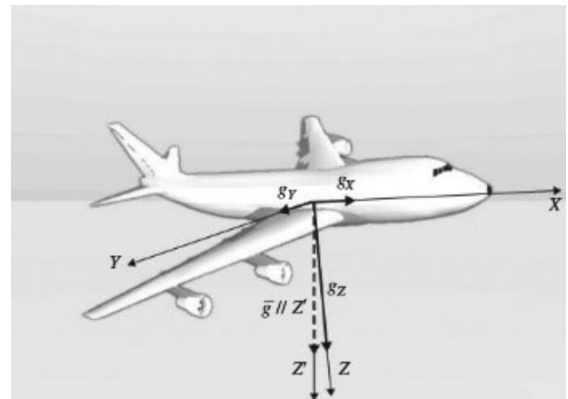


Figura 5: Fuerzas inerciales en una aeronave (Napolitano, 2012).

De estas variables y de las relaciones de momento se obtienen las ecuaciones para pequeñas perturbaciones.

$$\begin{aligned}
 m[\dot{u} + qW_1] &= -mg\theta\cos\Theta_1 + (f_{AX} + f_{TX}), \\
 m[\dot{v} + U_1r - pW_1] &= mg\phi\cos\Theta_1 + (f_{AY} + f_{TY}), \\
 m[\dot{w} + U_1q] &= -mg\theta\cos\Theta_1 + (f_{AZ} + f_{TZ}).
 \end{aligned}$$

Otra relación importante a considerar con estas mismas variables son la conservación de momento angular en este caso cada momento es representado por I dependiendo del eje de la aeronave.

$$\begin{aligned}
 \dot{p}I_{XX} - \dot{r}I_{XZ} &= (\iota_A + \iota_T), \\
 \dot{q}I_{YY} &= (m_A + m_T), \\
 \dot{r}I_{ZZ} - \dot{p}I_{XZ} &= (n_A + n_T).
 \end{aligned}$$

Para realizar un análisis de conforme los marcos de referencia usados se usan los ángulos de Euler como se muestra en el diagrama de la figura 6:

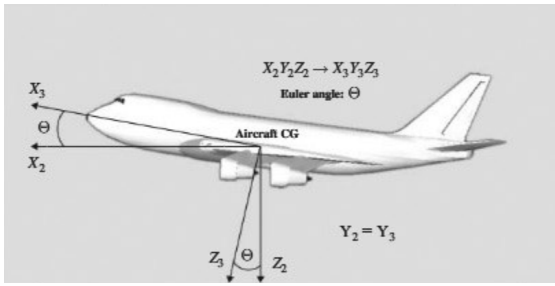


Figura 6: Ángulos de Euler en plano lateral (Napolitano, 2012).

La figura 6 describe los ángulos de Euler en el plano lateral, la figura 7 en el plano superior y la figura 8 en el plano frontal.

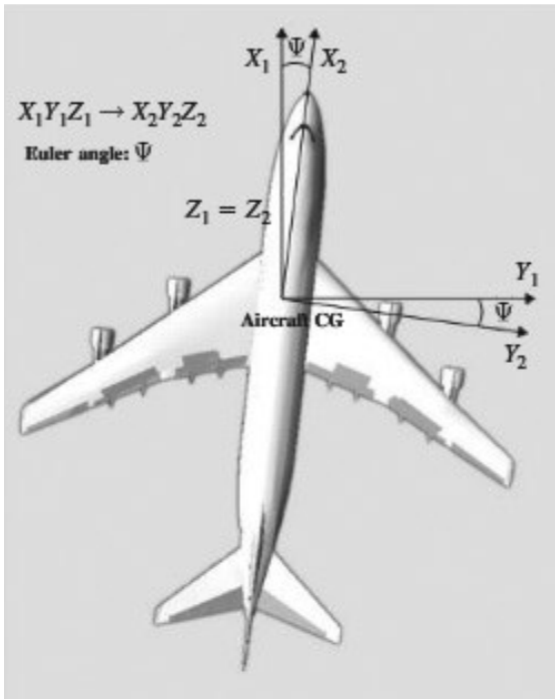


Figura 7: Ángulos de Euler en plano superior (Napolitano, 2012).

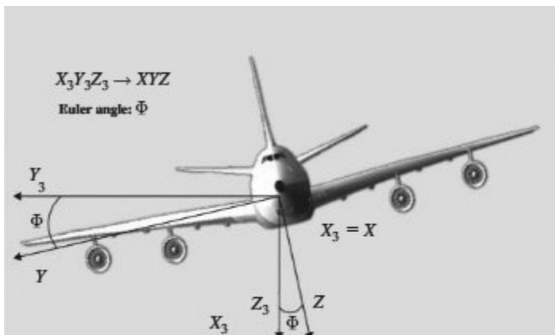


Figura 8: Ángulos de Euler de forma en plano frontal (Napolitano, 2012).

También un factor importante son las ecuaciones de las fuerzas gravitacionales y ecuaciones de cinemática que relacionan los ángulos de Euler en razones de cambio para pequeñas perturbaciones dadas por p , q y r en cada eje x , y y z respecti-

vamente.

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \Theta_1, \\ q &= \dot{\theta}, \\ r &= \dot{\psi} \cos \Theta_1. \end{aligned}$$

Para el movimiento lateral se considera (10), para pequeñas perturbaciones, donde se tiene la conservación de momento lineal, la conservación de momento angular y la cinemática invertida en un vuelo recto con un vuelo recto y nivelado.

$$\begin{aligned} m[\dot{v} + U_1 r - p W_1] &= mg \phi \cos \Theta_1 + (f_{AY} + f_{TY}), \\ \dot{p} I_{XX} - \dot{r} I_{XZ} &= (\iota_A + \iota_T), \\ \dot{r} I_{ZZ} - \dot{p} I_{XZ} &= (n_A + n_T), \\ p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \Theta_1, \\ r &= \dot{\psi} \cos \Theta_1. \end{aligned} \tag{10}$$

Es importante recalcar en esta sección que al modelar la dinámica y cinemática de una aeronave tenemos ecuaciones que nos rigen el comportamiento de la misma, pero al momento de simular un vuelo se utilizarán las superficies de control como entrada y la variable a controlar serán los distintos ángulos y variables que nos permitan modificar la trayectoria de la aeronave. Tal como se muestra en la figura 9 el ángulo de cabeceo será la variable a controlar para el control del movimiento de cabeceo (Phillips, 2009).

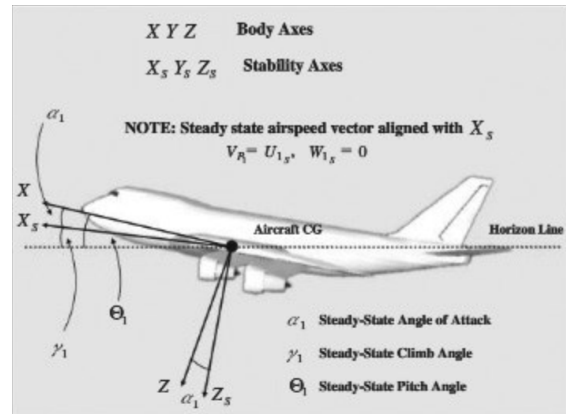


Figura 9: Variables para el control de cabeceo (Napolitano, 2012).

Estas ecuaciones son lineales debido a las pocas perturbaciones y sus coeficientes son constantes. Para el modelado del plano longitudinal se realiza el mismo procedimiento que para el plano lateral, cambiando a ecuaciones que influyan en los ejes de longitudinal y z . En el caso del plano longitudinal se consideran las funciones de transferencia para controlar el ángulo de ataque α , el ángulo de cabeceo θ y la tasa de cambio u en el eje x con los elevadores δ_E , podemos obtener las funciones de transferencia (11):

$$\frac{u(s)}{\delta_E(s)}, \frac{\alpha(s)}{\delta_E(s)}, \frac{\theta(s)}{\delta_E(s)} \tag{11}$$

Considerando las derivadas de estabilidad en el plano longitudinal mostradas en (12), que se tienen debido a la combinación de términos que son función del modelo aerodinámico así como las condiciones de vuelo y características geométricas, a esto se le llama estabilidad dimensional y derivadas de

control, que combinan las condiciones de vuelo, geometría y características inerciales.

$$\begin{aligned}
 X_u &= \frac{-\bar{q}_1 S (c_{D_u} + 2c_{D_1})}{mU_1} \cdot (sec^{-1}), \\
 X_\alpha &= \frac{-\bar{q}_1 S (c_{D_\alpha} + 2c_{L_1})}{m} \cdot (ftsec^{-2}), \\
 Z_u &= \frac{-\bar{q}_1 S (c_{L_u} + 2c_{L_1})}{mU_1} \cdot (sec^{-1}), \\
 Z_{\dot{\alpha}} &= \frac{-\bar{q}_1 S \bar{c} c_{L_{\dot{\alpha}}}}{2mU_1} \cdot (ftsec^{-1}), \\
 Z_{\delta_E} &= \frac{-\bar{q}_1 S c_{L_{\delta_E}}}{m} \cdot (ftsec^{-2}), \\
 M_u &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} (c_{m_u} + 2c_{m_1})}{I_{yy} U_1} \cdot (ft^{-1} sec^{-1}), \\
 M_\alpha &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} c_{m_\alpha}}{I_{yy}} \cdot (sec^{-2}), \\
 M_{\dot{\alpha}} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} c_{m_{\dot{\alpha}}}}{I_{yy}} \cdot \frac{\bar{c}}{2U_1} (sec^{-1}), \\
 M_{\delta_E} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} c_{m_{\delta_E}}}{I_{yy}} \cdot (sec^{-2}), \\
 X_{T_u} &= \frac{\bar{q}_1 S (c_{T_{x_u}} + 2c_{T_{x_1}})}{mU_1} \cdot (sec^{-1}), \\
 X_{\delta_E} &= \frac{-\bar{q}_1 S c_{D_{\delta_E}}}{m} \cdot (ftsec^{-2}), \\
 Z_\alpha &= \frac{-\bar{q}_1 S (c_{L_\alpha} + c_{D_1})}{m} \cdot (ftsec^{-2}), \\
 Z_q &= \frac{-\bar{q}_1 S \bar{c} c_{L_q}}{2mU_1} \cdot (ftsec^{-1}), \\
 M_{T_u} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} (c_{m_{T_u}} + 2c_{m_{T_1}})}{I_{yy} U_1} \cdot (ft^{-1} sec^{-1}), \\
 M_{T_\alpha} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} c_{m_{T_\alpha}}}{I_{yy}} \cdot (sec^{-2}), \\
 M_q &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} c_{m_q}}{I_{yy}} \cdot \frac{\bar{c}}{2U_1} (sec^{-1}).
 \end{aligned} \tag{12}$$

Para las funciones de transferencia descritas en (11) se utiliza los valores de las variables a controlar con respecto la variable en la que estaremos directamente actuando que son los elevadores, para así ocupar la regla de Cramer y obtener las funciones de transferencia que se muestran en (13), (14), (15).

$$\frac{\beta(s)}{\delta(s)} = \frac{\begin{vmatrix} Y_\delta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & s(V_{P_1} - Y_r) \\ L_\delta & s(s - L_p) & -s(sI_1 + L_r) \\ N_\delta & -s(sI_2 + N_p) & s(s - N_r) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & s(V_{P_1} - Y_r) \\ -L_\beta & s(s - L_p) & -s(sI_1 + L_r) \\ -N_\beta & -s(sI_2 + N_p) & s(s - N_r) \end{vmatrix}} = \frac{Num_\beta(s)}{D_2(s)}, \tag{13}$$

$$\frac{\phi(s)}{\delta(s)} = \frac{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & Y_\delta & s(V_{P_1} - Y_r) \\ -L_\beta & L_\delta & -s(sI_1 + L_r) \\ -(N_\beta + N_{T\beta}) & N_\delta & s(s - N_r) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & s(V_{P_1} - Y_r) \\ -L_\beta & s(s - L_p) & -s(sI_1 + L_r) \\ -N_\beta & -s(sI_2 + N_p) & s(s - N_r) \end{vmatrix}} = \frac{Num_\phi(s)}{D_2(s)}, \tag{14}$$

$$\frac{\psi(s)}{\delta(s)} = \frac{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & Y_\delta \\ -L_\beta & s(s - L_p) & L_\delta \\ -(N_\beta + N_{T\beta}) & -s(sI_2 + N_p) & N_\delta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & s(V_{P_1} - Y_r) \\ -L_\beta & s(s - L_p) & -s(sI_1 + L_r) \\ -N_\beta & -s(sI_2 + N_p) & s(s - N_r) \end{vmatrix}} = \frac{Num_\psi(s)}{D_2(s)}, \tag{15}$$

Por lo tanto de forma simplificada con coeficientes para el plano longitudinal considerando pequeñas perturbaciones en espacios pequeños con aeronaves grandes tenemos la función de transferencia para el ángulo de ataque α , el ángulo de cabeceo θ y la tasa de cambio u en el eje x mostradas en las ecuaciones (16), (17) y (18).

$$\frac{u(s)}{\delta_E(s)} = \frac{Num_u(s)}{D_1(s)} = \frac{A_u s^3 + B_u s^2 + C_u s + D_u}{A_1 s^4 + B_1 s^3 + C_1 s^2 + D_1 s + E_1}, \tag{16}$$

$$\frac{\alpha(s)}{\delta_E(s)} = \frac{Num_\alpha(s)}{D_1(s)} = \frac{A_\alpha s^3 + B_\alpha s^2 + C_\alpha s + D_\alpha}{A_1 s^4 + B_1 s^3 + C_1 s^2 + D_1 s + E_1}, \tag{17}$$

$$\frac{\theta(s)}{\delta_E(s)} = \frac{Num_\theta(s)}{D_1(s)} = \frac{A_\theta s^2 + B_\theta s + C_\theta}{A_1 s^4 + B_1 s^3 + C_1 s^2 + D_1 s + E_1}. \tag{18}$$

De las misma manera para el plano lateral podemos realizar el mismo procedimiento si se considera que para una función de transferencia para controlar el ángulo de alabeo ϕ , ángulo de guiñada ψ , y la tasa de cambio β en el eje y , con los alerones δ_A y timón δ_R de profundidad, para obtener las funciones de transferencia mostrada en (19).

$$\frac{\beta(s)}{\delta_A(s)}, \frac{\phi(s)}{\delta_A(s)}, \frac{\psi(s)}{\delta_A(s)}, \frac{\beta(s)}{\delta_R(s)}, \frac{\phi(s)}{\delta_R(s)}, \frac{\psi(s)}{\delta_R(s)}. \tag{19}$$

Y considerando las derivadas de estabilidad en el plano lateral mostradas en (20), las cuales se obtienen gracias a la combinación de términos que están en función, tanto del modelo aerodinámico como de las condiciones de vuelo y características geométricas.

$$\begin{aligned}
 Y_\beta &= \frac{\bar{q}_1 S c_{Y_\beta}}{m} \cdot (ftsec^{-2}), \\
 Y_r &= \frac{\bar{q}_1 S c_{Y_r}}{m} \frac{b}{2U_1} \cdot (ftsec^{-1}), \\
 Y_{\delta_R} &= \frac{\bar{q}_1 S c_{Y_{\delta_R}}}{m} \cdot (ftsec^{-2}), \\
 L_\beta &= \frac{\bar{q}_1 S c_{l_\beta} b}{I_{xx}} \cdot (sec^{-2}), \\
 L_r &= \frac{\bar{q}_1 S b c_{l_r}}{I_{xx}} \frac{b}{2U_1} \cdot (sec^{-1}), \\
 L_{\delta_R} &= \frac{\bar{q}_1 S c_{l_{\delta_R}} b}{I_{xx}} \cdot (sec^{-2}), \\
 N_\beta &= \frac{\bar{q}_1 S c_{n_\beta} b}{I_{zz}} \cdot (sec^{-2}), \\
 N_p &= \frac{\bar{q}_1 S b c_{n_p}}{I_{zz}} \frac{b}{2U_1} \cdot (sec^{-1}), \\
 N_{\delta_A} &= \frac{\bar{q}_1 S c_{n_{\delta_A}} b}{I_{zz}} \cdot (sec^{-2}), \\
 Y_p &= \frac{\bar{q}_1 S c_{Y_p}}{m} \frac{b}{2U_1} \cdot (ftsec^{-2}), \\
 Y_{\delta_A} &= \frac{\bar{q}_1 S c_{Y_{\delta_A}} b}{m} \cdot (ftsec^{-2}), \\
 L_p &= \frac{\bar{q}_1 S b c_{l_p}}{I_{xx}} \frac{b}{2U_1} \cdot (sec^{-1}), \\
 L_{\delta_A} &= \frac{\bar{q}_1 S c_{l_{\delta_A}} b}{I_{xx}} \cdot (sec^{-2}), \\
 N_{T\beta} &= \frac{\bar{q}_1 S c_{n_{T\beta}} b}{I_{zz}} \cdot (sec^{-2}), \\
 N_r &= \frac{\bar{q}_1 S b c_{n_r}}{I_{zz}} \frac{b}{2U_1} \cdot (sec^{-1}), \\
 N_{\delta_R} &= \frac{\bar{q}_1 S c_{n_{\delta_R}} b}{I_{zz}} \cdot (sec^{-2}).
 \end{aligned} \tag{20}$$

Las funciones de transferencia para el ángulo de alabeo ϕ , ángulo de guiñada ψ , y la tasa de cambio β en el eje y son las que se muestran en (21), (22) y (23).

$$\frac{\beta(s)}{\delta(s)} = \frac{\begin{vmatrix} Y_\delta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & s(V_{P_1} - Y_r) \\ L_\delta & s(s - L_p) & -s(sI_1 + L_r) \\ N_\delta & -s(sI_2 + N_p) & s(s - N_r) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & s(V_{P_1} - Y_r) \\ -L_\beta & s(s - L_p) & -s(sI_1 + L_r) \\ -N_\beta & -s(sI_2 + N_p) & s(s - N_r) \end{vmatrix}} = \frac{Num_\beta(s)}{D_2(s)}, \tag{21}$$

$$\frac{\phi(s)}{\delta(s)} = \frac{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & Y_\delta & s(V_{P_1} - Y_r) \\ -L_\beta & L_\delta & -s(sI_1 + L_r) \\ -(N_\beta + N_{T\beta}) & N_\delta & s(s - N_r) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & s(V_{P_1} - Y_r) \\ -L_\beta & s(s - L_p) & -s(sI_1 + L_r) \\ -N_\beta & -s(sI_2 + N_p) & s(s - N_r) \end{vmatrix}} = \frac{Num_\phi(s)}{D_2(s)}, \tag{22}$$

$$\frac{\psi(s)}{\delta(s)} = \frac{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & Y_\delta \\ -L_\beta & s(s - L_p) & L_\delta \\ -(N_\beta + N_{T\beta}) & -s(sI_2 + N_p) & N_\delta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} sV_{P_1} - Y_\beta & -(sY_p + g\cos\theta_1) & s(V_{P_1} - Y_r) \\ -L_\beta & s(s - L_p) & -s(sI_1 + L_r) \\ -N_\beta & -s(sI_2 + N_p) & s(s - N_r) \end{vmatrix}} = \frac{Num_\psi(s)}{D_2(s)}, \tag{23}$$

Por lo tanto de forma simplificada con coeficientes, como fue en el caso del plano longitudinal, para el plano lateral se siguen considerando pequeñas perturbaciones en espacios pequeños con aeronaves grandes y tenemos la función de transferencia para el ángulo de alabeo ϕ , ángulo de guiñada ψ , y la tasa de cambio β en el eje y , para δ que pueden ser tanto alerones como el timón de profundidad, mostradas en (24).

$$\frac{\beta(s)}{\delta(s)} = \frac{Num_\beta(s)}{D_2(s)}, \frac{\phi(s)}{\delta(s)} = \frac{Num_\phi(s)}{D_2(s)}, \frac{\psi(s)}{\delta(s)} = \frac{Num_\psi(s)}{D_2(s)}. \tag{24}$$

Para aeronaves pequeñas, o aeronaves no tripuladas que tengan una utilidad en un espacio aéreo de baja altitud, velocidades Mach menores a 0.2 y su diseño solo tenga las superficies de control primarias se puede modelar considerando los mismos seis ejes de libertad como son mostrados en la figura 10, (Randall y Timothy, 2012).

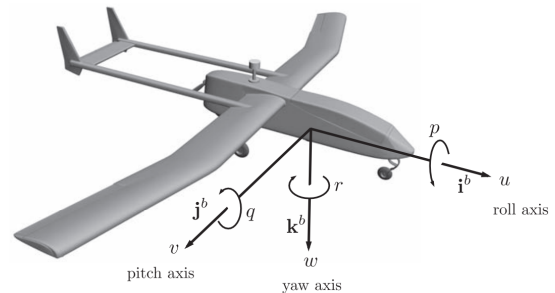


Figura 10: Ejes de control de una aeronave (Randall y Timothy, 2012).

Dentro de las ecuaciones de cinemática tenemos las relaciones del cambio inercial en el marco de referencia de la aeronave

con respecto a las velocidades en cada eje. La ecuación (25) es una relación cinemática en el sentido de que relaciona la derivada de la posición con la velocidad: no se consideran fuerzas ni aceleraciones.

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{p}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}. \quad (25)$$

La ecuación (26) que nos da la tasa de cambio en la velocidad de la aeronave en el marco de referencia del cuerpo.

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix}. \quad (26)$$

De igual forma tenemos a (30) que nos da la tasa de cambio en la velocidad de la aeronave en sus ángulos de cabeceo, alabeo y guiñada.

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Por último, en (28) observamos la tasa de cambio del movimiento de alabeo, cabeceo y guiñada.

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_1 pq - \Gamma_2 qr \\ \Gamma_5 pr - \Gamma_6 (p^2 - r^2) \\ \Gamma_7 pq - \Gamma_1 qr \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_3 l - \Gamma_4 n \\ \frac{1}{J_y} m \\ \Gamma_4 l + \Gamma_8 n \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Los valores de las variables gammas dentro de (28) son representadas como se muestra en (29).

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{J_{xz}(J_x - J_y + J_z)}{\Gamma}, \\ \Gamma_2 &= \frac{J_z(J_z - J_y) + J_{xz}^2}{\Gamma}, \\ \Gamma_3 &= \frac{J_z}{\Gamma}, \\ \Gamma_4 &= \frac{J_{xz}}{\Gamma}, \\ \Gamma_5 &= \frac{J_z - J_x}{J_y}, \\ \Gamma_6 &= \frac{J_{xz}}{J_y}, \\ \Gamma_7 &= \frac{(J_x - J_y)J_x + J_{xz}^2}{\Gamma}, \\ \Gamma_8 &= \frac{J_x}{\Gamma}. \end{aligned} \quad (29)$$

Gamma representa un conjunto de valores inerciales en los componentes x , y y z . Estas componentes representan de forma

diagonal en la matriz J , los momentos de inercia y el resto los productos de inercia.

$$J = \begin{pmatrix} \int (y^2 + z^2) dm & - \int xy dm & - \int xz dm \\ - \int xy dm & \int (x^2 + z^2) dm & - \int yz dm \\ - \int xz dm & - \int yz dm & \int (x^2 + y^2) dm \end{pmatrix}.$$

En las figuras 11 se presenta un diagrama donde se muestra el ángulo ϕ de alabeo en plano frontal, en la figura 12 se muestra en una orientación lateral con el ángulo de cabeceo θ y en la figura 13 se muestra el ángulo de guiñada ψ en un plano superior.

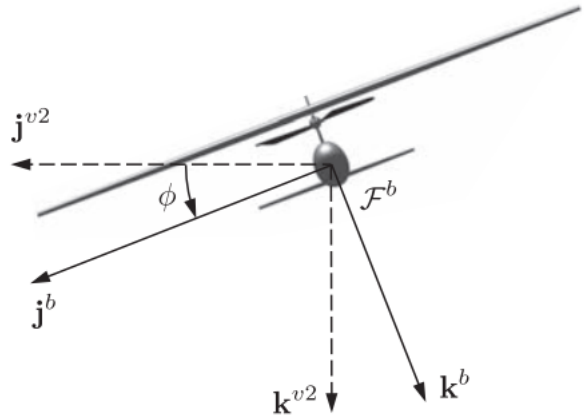


Figura 11: Ángulo de alabeo en plano frontal (Randall y Timothy, 2012).

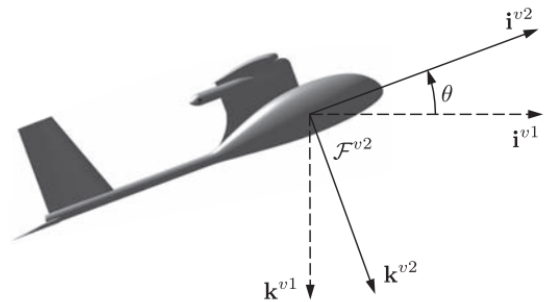


Figura 12: Ángulo de cabeceo en plano lateral (Randall y Timothy, 2012).

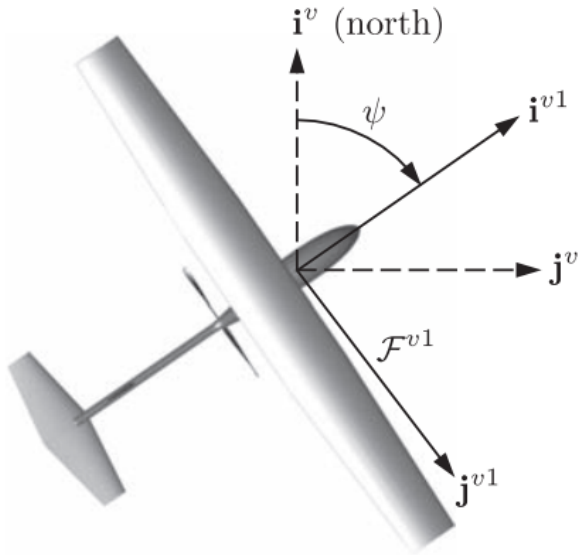


Figura 13: Ángulo de guiñada en plano superior (Randall y Timothy, 2012).

Como podemos observar el proceso de modelado matemático de una aeronave pequeña es muy similar al de una aeronave grande ya que son las mismas leyes físicas que rigen la dinámica, cinemática y momentos de una aeronave, (Gupta y Love, 2018). Los cambios que llegan a existir son debido a la geometría de la aeronave y a los entornos operacionales de la aeronave. Considerando entonces las ecuaciones que rigen la dinámica de la aeronave, así como fuerzas y momentos se tiene la función de transferencia para el control de cabeceo, que es una de las ecuaciones de interés en esta etapa del proyecto, mostrada en el diagrama de control de la figura 14. En este diagrama se tiene una entrada, que es el movimiento del alerón δ_e que actúa sobre la planta (ecuación característica del plano longitudinal), también se consideran en este caso ruidos d_θ externos que se pueden despreciar para simplificar el modelo. Cuando se habla de pequeñas perturbaciones se considera una de las tres formas de representar las condiciones de un estado estable ante la desviación de una variable mediante un movimiento. Estas son: grandes perturbaciones, medianas perturbaciones y pequeñas perturbaciones. Para pequeñas perturbaciones se considera que el producto de las velocidades lineales y angulares son despreciable, esto es por ejemplo: $up = 0$, $pq = 0$, $p^2 = 0$. Otra consideración importante es que para los ángulos de Euler los productos no lineales también son despreciables y se aplican las leyes trigonométricas de:

$$\sin(x) \approx x, \cos(x) \approx 1, \tan = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \approx x.$$

Esto nos indica que para resultados con ángulos de Euler serán correctos hasta rangos de -18° a 18° , que como se verá en la sección de resultados, es un rango que se utiliza experimentalmente y que aplica para toda la suposición de ángulos pequeños en la experimentación y desarrollo de la investigación.

Donde los parámetros dentro del diagrama de bloques de la figura 14 se tiene que, en el caso de ser perturbaciones se pueden descartar para un flujo laminar continuo y los coeficientes a_θ se describen en (30), (31) y (32).

$$a_{\theta_1} \triangleq -\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_y} C_{m_q} \frac{c}{2V_a}, \quad (30)$$

$$a_{\theta_2} \triangleq -\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_y} C_{m_a}, \quad (31)$$

$$a_{\theta_3} \triangleq \frac{\rho V_a^2 c S}{2J_y} C_{m_{\delta_e}}, \quad (32)$$

$$d_{\theta_2} \triangleq \Gamma_6(r^2 - p^2) + \Gamma_5 pr + \frac{\rho V_a^2 c S}{2J_y} [C_{m_0} - C_{m_a} \gamma - C_{m_q} \frac{c}{2V_a} d_{\theta_1}] + d_{\theta_1}.$$

La función de transferencia descrita en el diagrama de bloques de la figura 14 es descrita en (33), donde θ es la salida y δ_e la entrada

$$\theta(s) = \left(\frac{a_{\theta_3}}{s^2 + a_{\theta_1}s + a_{\theta_2}} \right) (\delta_e(s) + \frac{1}{a_{\theta_3}} d_{\theta_2}(s)). \quad (33)$$

Otro eje de control de interés es la traslación vertical, y hasta ahora solo se han modelado ángulos y variables de tasa de cambio sobre ejes, considerando las mismas ecuaciones que rigen la dinámica de la aeronave en el caso del movimiento de cabeceo se tiene la función de transferencia para el control de altura mostrada en la figura 15 donde se considera una adición más siendo V_a que es la velocidad de la aeronave (airspeed). En este caso se considera un lazo externo 5 veces más lento para poder utilizar la entrada del movimiento del elevador como entrada para controlar la altitud a medida que se modifica el ángulo de cabeceo.

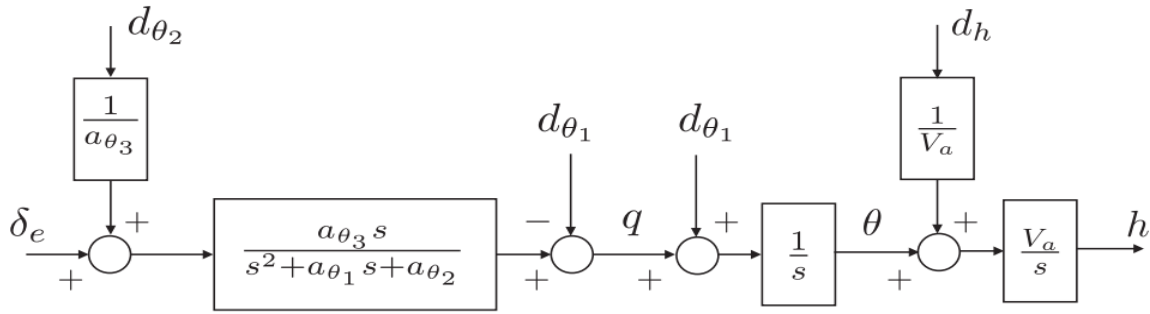


Figura 15: Diagrama de bloques del control de altura con elevador (Randall y Timothy, 2012).

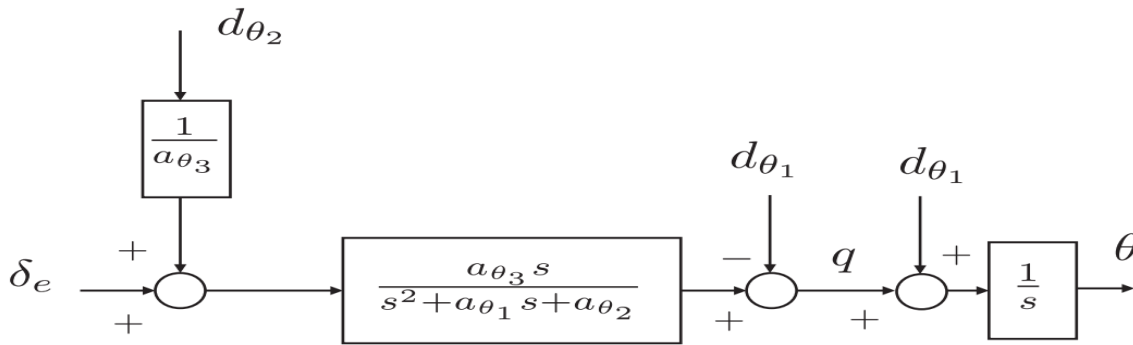


Figura 14: Diagrama de bloques del control del ángulo de cabeceo con elevador (Randall y Timothy, 2012).

Donde V_a que es la velocidad de la aeronave y las perturbaciones están dados por (34). Que en el caso de ser perturbaciones se pueden descartar para un flujo laminar continuo.

$$d_h \triangleq (u \sin \theta - V_a \theta) - v \sin \phi \cos \theta - w \cos \phi \cos \theta. \quad (34)$$

La función de transferencia descrita en el diagrama de bloques de la figura 15 es descrita en (35), donde se agrega V_a como entrada al sistema y h es la nueva variable de salida, con los elevadores como entrada.

$$h(s) = \frac{V_a}{s}(\theta(s) + \frac{1}{V_a}d_h). \quad (35)$$

El esquema de control mostrado en la figura 16 representa como sería la forma de utilizar un controlador PID convencional para ajustar el ángulo de cabeceo de la aeronave mediante un precontrol y un control que mejore la respuesta de un sistema identificado previamente con un periodo de muestreo más lento (se recomienda 5 veces más lento). La sintonización del controlador PID para mantener la aeronave en una zona de estabilidad se realizó mediante las funciones de transferencia obtenidas en la sección de desarrollo, a las que les fueron dadas valores numéricos en la sección de obtención de datos, y de esta

forma poder aplicar el método de Ziegler-Nichols. De forma física posteriormente se realizaron ajustes a las ganancias en el controlador para un comportamiento visualmente deseado que tuviera una respuesta subamortiguada con un factor de amortiguamiento ζ aproximado 0.4 y 0.6 y un tiempo de asentamiento de 4 segundos.

Para la altura, como es mostrado en la figura 17, se considera un diagrama similar, se usa un control y precontrol con un controlador PID, con un modelo identificado. Para ambos diagramas de la figura 16 y figura 17 se tiene una entrada de referencia que entra a un primer control más rápido, esta señal sale del primer control, pasa como señal de entrada al control del lazo interno que va a la planta y la salida de la planta es la salida de todo el sistema que es alimentado a ambos controles. La razón de esta filosofía de control es para tener un modelo identificado, esto es estudiar el comportamiento físico y generar un modelo a partir de su respuesta y tener un control principal que ajuste los parámetros del controlador PID para lograr un comportamiento deseado del sistema, el precontrol se utiliza para anticiparse a las perturbaciones o cambios en el sistema antes de que afecten significativamente la salida controlada.

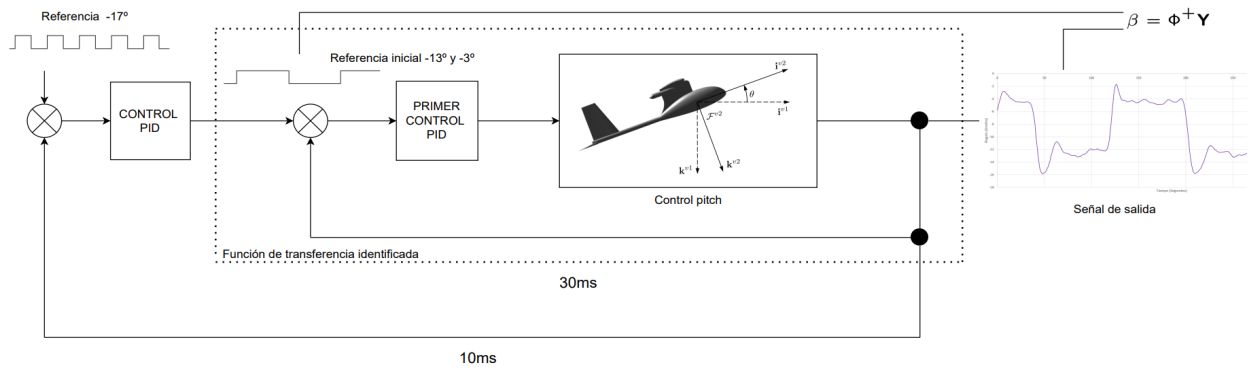


Figura 16: Esquema de control de cabeceo (pitch).

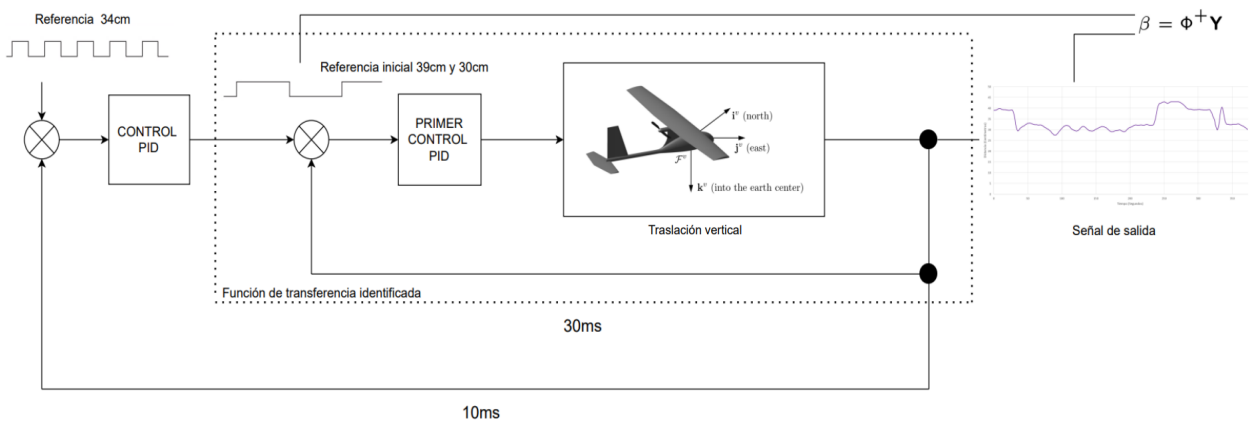


Figura 17: Esquema de control de traslación vertical.

2.2. Obtención de datos para la experimentación

Para poder dar valores a las funciones de transferencia obtenidas en la sección de desarrollo se deben obtener los datos y parámetros aerodinámicos característicos de la aeronave como coeficiente de levantamiento, coeficiente de arrastre y otros datos geométricos propios del diseño, para esto se utilizó el túnel de viento AF100 (mostrado en la figura 18) que se encuentra en la Universidad Aeronáutica en Querétaro, y de esta forma se obtuvieron datos experimentales de la aeronave que utilizará como modelo de pruebas (la aeronave es el modelo Multiplex Fox Glider).

Los valores numéricos que se obtuvieron en el túnel de viento fueron para el perfil alar NACA 2412, un perfil alar que el modelo Multiplex Fox Glider usa, los parámetros geométricos se obtuvieron con base en mediciones del propio modelo físico. Estos parámetros se muestran en la tabla 1.

Tabla 1: Valores característicos de la aeronave Multiplex Fox Glider

Parámetros experimentales		
Parámetro	Nomenclatura	Valor
Superficie Alar m^2	S	0.015
Envergadura m	b	0.30
Cuerda aerodinámica media (CAM) m	\bar{c} , c	0.05
Masa kg	m	0.1
Posición del CM (Centro de Masa) % CAM	\bar{x}_{CG}	0.345
Ángulo de ataque neutro	α_0	0.402
Factor de Oswald	e	0.9



Figura 18: Túnel de viento AF100 con pruebas de perfil alar NACA 2412.

Para los valores de momento de inercia, mostrados en la tabla 2, se realizaron mediciones físicas con el modelo aplicando pruebas de torsión, de balanceo y distribución de masa.

Tabla 2: Valores inerciales de la aeronave Multiplex Fox Glider

Parámetros experimentales		
Parámetro	Nomenclatura	Valor
Momento de inercia eje x kgm^2	J_x, I_{XX_B}	0.00678
Momento de inercia eje y kgm^2	J_y, I_{YY_B}	0.0134
Momento de inercia eje z kgm^2	J_z, I_{ZZ_B}	0.0156
Momento de inercia eje xz kgm^2	J_{xz}, I_{XZ_B}	0.001009

Los valores que fueron registrados del perfil NACA 2412 de forma experimental en el túnel de viento AF100, como es mostrado en la figura 18, se muestran en la tabla 3, en esta tabla se muestran los valores para el coeficiente de levantamiento C_L , coeficiente de arrastre C_D y coeficiente de momento C_m .

Tabla 3: Coeficientes característicos de la aeronave Multiplex Fox Glider

Parámetros experimentales	
Parámetro	Valor
C_{L_0}	0.241
C_{D_0}	0.0365
C_{m_0}	-0.0252
C_{L_α}	3.24
C_{D_α}	0.28
C_{m_α}	-0.32
$C_{L_{\delta_e}}$	-0.33
$C_{D_{\delta_e}}$	0
$C_{m_{\delta_e}}$	-0.44

3. Experimentación

Para poder realizar la experimentación del comportamiento de una aeronave y contrastarlo con los modelos matemáticos se usó un modelo a escala con un elevador y dos alerones para controlar los movimientos de cabeceo y desplazamiento vertical. Para una prueba preliminar si queremos ajustar solo el movimiento de un eje se utiliza solo la superficie de control correspondiente como se muestra en la figura 19 en donde se usa solo un elevador para controlar el efecto de cabeceo.



Figura 19: Modelo de aeronave en una estructura fija con elevador para control de cabeceo.

Cuando se controla solo el desplazamiento vertical se cuenta solo con los alerones fijados en la semi ala derecha y semi ala izquierda como se muestra en la figura 20. De esta forma los

alerones simulan ser elevadores ya que tienen un movimiento sincrónico que permite más sustentación a velocidades más bajas (concepto similar a flaps).

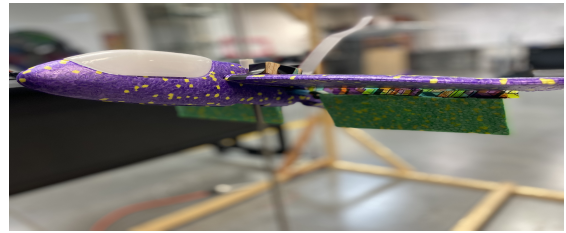


Figura 20: Modelo de aeronave con alerones para control de altura (traslación vertical).

Cuando se trata de simular el vuelo de una aeronave se cuenta con un generador de flujo laminar continuo que permite realizar experimentos en diferentes etapas de vuelo y permite recolectar datos y visualiza el comportamiento de la aeronave. Este generador (mostrado en la figura 21) de flujo consiste básicamente en una aspa grande que cubra el volumen de experimentación que transporta una columna de viento dirigido hacia una sección con orificio que dirección todo el flujo en un mismo sentido.

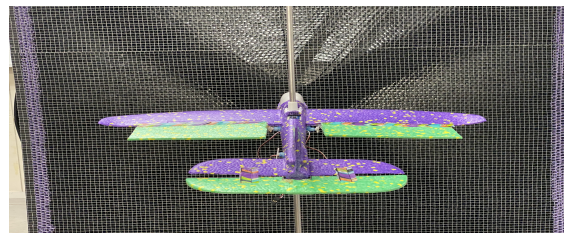


Figura 21: Generador de viento para simulaciones con la aeronave.

Cuando se realiza una simulación en vuelo recto y nivelado con elevador y flaps activados como se muestra en las figuras 22 y 23, podremos ver como se ajustan las superficies de control dependiendo de las referencias deseadas, para el caso del control de pitch reaccionará más rápido y ajustará en ángulo de cabeceo mientras la altura se ajusta lentamente.

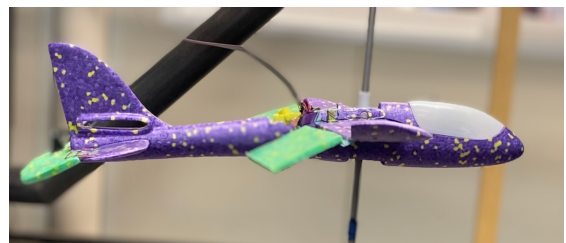


Figura 22: Modelo de aeronave controlando cabeceo y altura, realizando elevación.

En la figura 22 vemos como inicia en una referencia neutra de altura y el elevador intenta mantener la nariz de la aeronave en una posición estable, en la figura 23 al momento de subir la referencia de altura compensará el movimiento de una forma

más lenta con los alerones (flaps) y con el elevador mantendrá la nariz en una posición neutra para que no tener pérdida de sustentación.



Figura 23: Modelo de aeronave controlando cabeceo y altura, realizando corrección de cabeceo.

4. Resultados

Como parte del objetivo del proyecto y del simulador en esta etapa es probar la mayor cantidad de ejes de control, en este caso se concentró el esfuerzo en simular el cabeceo y traslación vertical. El modelo es posicionado estáticamente por lo que solo se pueden controlar dos ejes a la vez dependiendo de la articulación que le permita el movimiento. Primeramente durante las simulaciones físicas se experimentó con el control de cabeceo usando un elevador solamente, donde la siguiente figura 24 muestra el control de la superficie y su tiempo de convergencia en un ángulo deseado de 7 grados en 100 muestras para una perturbación en el eje $-y$.

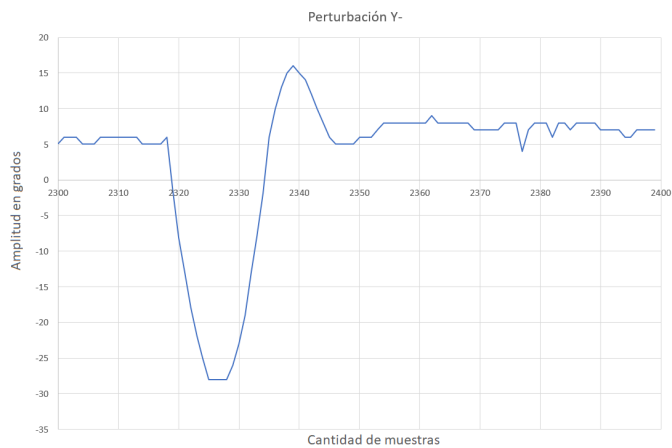


Figura 24: Gráfica de respuesta de ajuste de elevador en Y-.

La figura 25 muestra el control de la superficie y su tiempo de convergencia en 100 muestras para una perturbación en el eje $+y$ para una referencia de 5 grados.

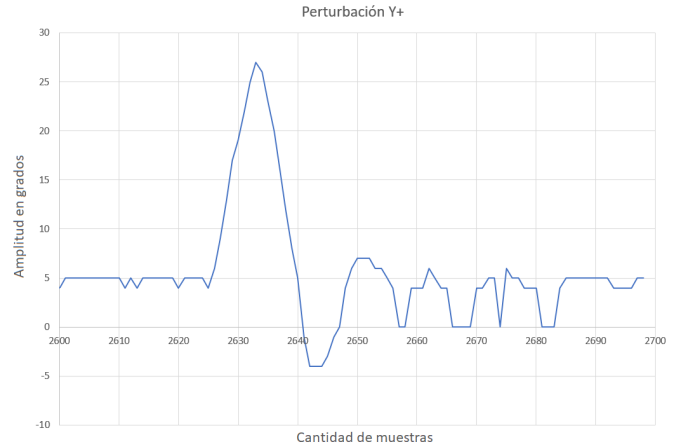


Figura 25: Gráfica de respuesta de ajuste de elevador en Y+.

Con estos resultados verificamos que cambiando las referencias y creando perturbaciones para que la aeronave ajustará su ángulo de cabeceo, tuviera una respuesta dinámica aceptable en un espacio de tiempo. Posteriormente con la adición de más superficies de control como flaps, se realizó un muestro e identificación de la respuesta para el control de altura y ángulo de cabeceo. Para la traslación vertical se obtuvo el siguiente comportamiento, mostrado en la figura 26, con una referencia de 35cm empezando en 25cm.



Figura 26: Gráfica de respuesta de ajuste de altura con elevador y alerones.

Con estos datos se realiza una identificación del sistema y realizando mínimos cuadrados y pasando al dominio Z obtenemos la siguiente ecuación de nuestra función de transferencia para el control de traslación vertical o altura, que representa nuestro sistema mostrado en (36).

$$P(z) = \frac{-2.51e - 12z^{-1} - 5.15e - 14z^{-2} - 1.39e - 12z^{-3}}{1 - z^{-1} + 2.18e - 11z^{-2} - 4.94e - 12z^{-3}} \quad (36)$$

La ecuación (36) tiene un comportamiento como es mostrado en la figura 27 en el dominio del tiempo, esto siendo simulado en MATLAB.

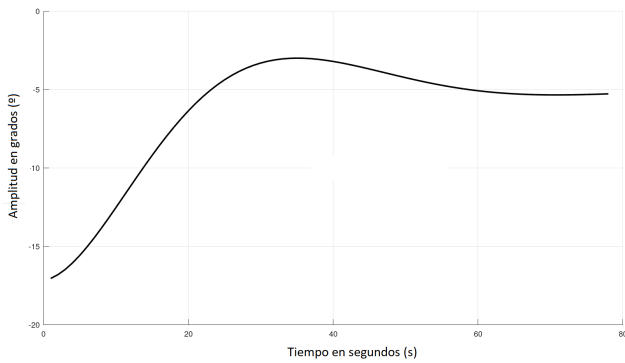


Figura 27: Respuesta en el tiempo del ajuste de altura con elevador y alerones.

De igual forma se realizó un muestro e identificación de la respuesta para el control del ángulo de cabeceo, esto aislando al control de altura y viceversa para cada identificación. Para el cabeceo se obtuvo el siguiente comportamiento, mostrado en la figura 28, con una referencia de -14° empezando en -30° .

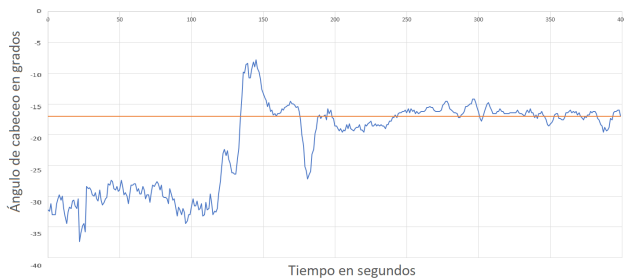


Figura 28: Gráfica de respuesta de ajuste del ángulo de cabeceo con elevador.

Con estos datos se realiza una identificación del sistema así como se realizó para el control de altura, realizando mínimos cuadrados y pasando al dominio Z obtenemos la siguiente ecuación de nuestra función de transferencia para el ángulo de cabeceo que representa nuestro sistema mostrado en (37).

$$D(z) = \frac{-1.54e - 11z^{-1} + 4.88e - 11z^{-2} - 9.95e - 12z^{-3}}{1 - z^{-1} + 6.20e - 11z^{-2} + 4.27e - 12z^{-3}} \quad (37)$$

La ecuación 37 tiene un comportamiento como es mostrado en la figura 29 en el dominio del tiempo, esto siendo simulado en MATLAB al igual que el control de altura.

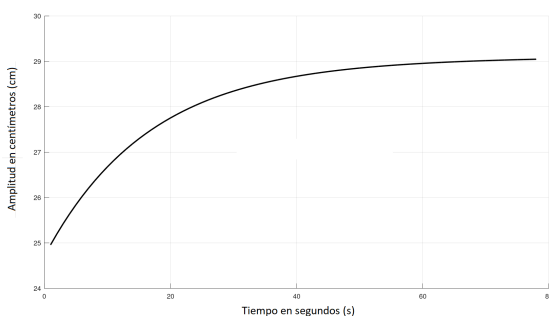


Figura 29: Respuesta en el tiempo del ajuste del ángulo de cabeceo con elevador.

Con esto nosotros ahora también podemos ajustar la ganancias de nuestro control dependiendo de si queremos una respuesta rápida, lenta, robusta o más agresiva. Estas ganancias son las que serán añadidas dentro del lazo principal y serán las que mejoren el control de nuestro sistema. El sistema se ajusta gradualmente en ambos ejes y cada eje aunque tiene efectos leves sobre el otro, logran adaptarse lo suficiente para no intervenir uno con el otro. Como se muestra en la figura 26 y 28, las gráficas de movimiento vertical y cabeceo tienen una correlación y sufren perturbaciones en el mismo tiempo y son afectados por perturbaciones inerciales y de movimiento, sin embargo ambos logran llegar a sus referencias independientes.

Para comprobar que nuestro modelo físico tiene un comportamiento similar las funciones de transferencia obtenidas al modelar matemáticamente el comportamiento de una aeronave, se ingresan valores numéricos a las ecuaciones obtenidas para el ángulo de cabeceo y control de altura. Para la función de transferencia del control de cabeceo con elevador obtenida en el desarrollo para aeronaves grandes de uso comercial, podemos simplificar para perturbaciones nulas y periodos pequeños considerando un vuelo estacionario con flujo laminar:

$$\frac{\theta(s)}{\delta_E(s)} = \frac{A_\theta s^2 + B_\theta s + C_\theta}{A_1 s^4 + B_1 s^3 + C_1 s^2 + D_1 s + E_1} \quad (38)$$

La ecuación (39) se obtiene al agregar los valores obtenidos experimentalmente para la aeronave Multiplex Fox Glider, mostrados en las tablas 1, 2 y 3, a los coeficientes de la función de transferencia.

$$\frac{\theta(s)}{\delta_E(s)} = \frac{-1.713s^2 - 18.867s - 0.908}{0.122s^4 + 0.055s^3 + 4.628s^2 + 0.399s + 0.098} \quad (39)$$

Realizando la simulación de (39) en MATLAB obtenemos el resultado mostrado en la figura 30 donde podemos observar una respuesta subamortiguada del sistema. En este caso la aeronave tratará de ajustarse a una referencia y su nariz ondeará hasta estabilizarse.

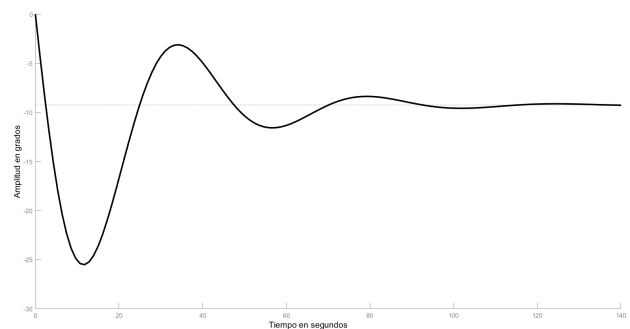


Figura 30: Respuesta en el tiempo del ajuste del ángulo de cabeceo con elevador.

En la ecuación (40) se muestra la función de transferencia

obtenida para el caso de aeronaves pequeñas cuyos valores de cada coeficiente son los valores obtenidos experimentalmente.

$$\theta(s) = \left(\frac{a_{\theta_3}}{s^2 + a_{\theta_1}s + a_{\theta_2}}\right)(\delta_e(s) + \frac{1}{a_{\theta_3}}d_{\theta_2}(s)) \quad (40)$$

Para la función de transferencia del control de cabeceo con elevador, obtenida en el desarrollo, podemos simplificar el término de las perturbaciones cuando éstas son nulas. Por lo tanto si consideramos un vuelo estacionario con flujo laminar obtenemos (41).

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{a_{\theta_3}}{s^2 + a_{\theta_1}s + a_{\theta_2}} \quad (41)$$

Reemplazando los valores de los coeficientes de la ecuación mostrados en las tablas 1, 2 y 3, obtenemos (42).

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{1.0824}{s^2 + 0.2758s + 0.075658} \quad (42)$$

Simulando (42) en MATLAB obtenemos el resultado mostrado en la figura 31 donde observamos una respuesta subamortiguada con menos oscilaciones. En este caso la aeronave tratará de ajustarse a una referencia y su nariz no ondeará hasta estabilizarse a comparación de la respuesta mostrada en la figura 30.

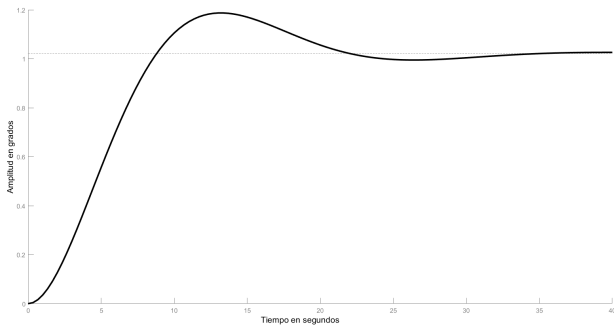


Figura 31: Respuesta de la función de transferencia de altura para aeronaves pequeñas.

De igual forma para la función de transferencia del control de altura con respecto al ángulo de cabeceo (43), obtenida en el desarrollo, podemos simplificar las perturbaciones nulas considerando el caso de un vuelo estacionario con flujo laminar.

$$\frac{h(s)}{\theta(s)} = \frac{V_a}{s} \quad (43)$$

Al añadir el valor de la velocidad de la aeronave obtenido de forma experimental en las tablas 1, 2 y 3 obtenemos (44).

$$\frac{h(s)}{\theta(s)} = \frac{2.23}{s} \quad (44)$$

Simulando 44 en MATLAB como en los casos anteriores, obtenemos el resultado mostrado en la figura 32 donde observamos una respuesta lineal. En este caso, la respuesta de la

aeronave presenta un comportamiento creciente al modificar su altura, su ajuste equivale a una entrada de altura y una salida correspondiente a lo largo del tiempo sin variaciones.

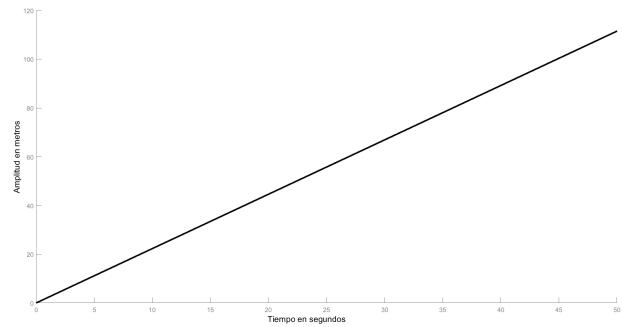


Figura 32: Respuesta ante una entrada unitaria de la función de transferencia de altura para aeronaves pequeñas.

5. Conclusiones

Existen distintas formas de modelar una aeronave, ya sean grandes o pequeñas y varían dependiendo del diseño y configuración, una forma de comprobar la respuesta de un sistema no solo es modelando matemáticamente, sino también identificando la respuesta de un sistema físico y comparándolo con el sistema modelado. Al momento de comparar el modelado matemático con el modelo físico existen variaciones incluso entre el modelo para aeronaves grandes ya que incluye más parámetros, especialmente cuando hablamos de la altura o traslación vertical existe una variación muy grande entre lo que se modeló matemáticamente con la respuesta obtenida y el sistema identificado, esto porque estamos usando un modelo estático que al momento de desplazarse hacia arriba lo hace de forma absoluta sin considerar un pequeño movimiento hacia adelante. Por esta razón existirá una variación entre los modelos teóricos y los vistos físicamente, sin embargo, son una buena aproximación para lo que tendremos de forma tangible. Por ende el hecho de probar y comparar con modelos ya establecidos de dinámica y cinemática de las aeronaves con los modelos identificados con la aeronave Multiplex Fox Glider podemos tener una mejor confiabilidad al tener una respuesta similar y al volver al sistema más robusto podemos comenzar a realizar experimentos para la obtención de parámetros aerodinámicos confiables como los túneles de viento.

Como conclusión general el identificar sistemas ayuda a mejorar la respuesta del sistema, y eso se ve en el sentido de que aislando dos ejes e identificando por separado ayuda a determinar la naturaleza del sistema de cada eje y su comportamiento para poder diseñar un control dependiendo de nuestros requerimientos. En este caso puede que ambos ejes en algunos momentos tengan interferencias cuando se implementan en conjunto, pero de forma teórica y para fines de este proyecto se puede despreciar las contribuciones que tenga un eje sobre el otro. En general el hecho de que se haya identificado cada eje por separado nos garantiza que cada eje responderá por si solo a las necesidades implementadas, y una vez ambos son integrados

y puestos a prueba deben de actuar de la misma manera y complementarse ejecutando dos movimientos diferentes. Con una correcta forma de simular el comportamiento de una aeronave en un espacio confinado podemos obtener datos vitales para el diseño de una aeronave y visualizar su comportamiento en diferentes etapas de un vuelo.

5.1. Trabajos futuros

Para trabajos futuros se considera el modelado de más ángulos y ejes de libertad de guiñada y alabeo, así como la implementación de la simulación del sistema para el ángulo de guiñada y alabeo, y la integración de estos ejes de libertad para contar con un total de 4 ejes de libertad disponibles para simulación y verificación con modelos matemáticos para la obtención de datos como aerodinámicos característicos con una representación visual del comportamiento de una aeronave en diferentes etapas de vuelo.

Referencias

- Chen, X. y Ou, Q. (2009). Flight dynamics modelling and experimental validation for unmanned aerial vehicles. *University of Canterbury, New Zealand*.
- Grano, C. (2016). Caracterización y control de un vehículo aéreo no tripulado alimentado por celdas fotovoltaicas. *Facultad de ciencias de la electrónica maestría en ingeniería electrónica, opción instrumentación electrónica*.
- Gupta, R. y Love, N. (2018). Development of longitudinal flight dynamics analysis framework with controllability and observability metrics. *Virginia Polytechnic Institute and State University*.
- Napolitano, M. R. (2012). *Aircraft Dynamics: From Modeling to Simulation*. John Wiley & Sons, Inc., West Virginia.
- Phillips, W. (2009). *Mechanics of Flight*. John Wiley & Sons, Inc., West Virginia.
- Randall, W. B. y Timothy, W. M. (2012). *Small Unmanned Aircraft Theory and Practice*. Princeton University Press, New Jersey.
- Shah, G. H. y Hill, M. A. (2008). Flight dynamics modeling and simulation of a damaged transport aircraft. *NASA Langley Research Center*.
- Tran, T. y Newman, B. (2015). Integrator-backstepping control design for nonlinear flight system dynamics. *Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Old Dominion University*.
- Zipfel, P. (2014). *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics (Aiaa Education Series)*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., Reston.