

Modelo matemático de un prototipo CNC de cinco ejes Mathematical model of a five-axis CNC prototype

V. Orta-Cano ^a, J. Hernández-Pérez ^a, J. G. Benítez-Morales ^{a,*}, M. A. Aguilera-Jimenez ^a

^a Área académica de ingeniería mecatrónica, Universidad Politécnica de Pachuca, 43830, Zempoala, Hidalgo, México.

Resumen

A lo largo del tiempo se ha buscado implementar maquinaria para tener acabados de mejor calidad al momento de manufacturar una pieza, poder aumentar la productividad, reducir costos de materia prima y maquinar piezas con geometría compleja. Esto se ha logrado, entre otras cosas, mediante la implementación de los centros de maquinado de 5 ejes, ya que estas máquinas cuentan con tres grados de libertad lineales y dos rotativos. No obstante, es de gran complejidad establecer los movimientos de la máquina con la mayor precisión posible. El propósito de este trabajo es realizar un modelo dinámico de un prototipo de máquina CNC de 5 ejes, considerando las características de sus componentes mecánicos. Asimismo, se propone la validación experimental del modelo cinemático.

Palabras Clave: máquina CNC, CNC 5 ejes, modelo cinemático, modelo dinámico.

Abstract

Over time, it has been sought to implement machinery to have better quality finishes when manufacturing a part, to increase productivity, reduce raw material costs and machine parts with complex geometry. This has been achieved, among other things, through the implementation of 5-axis machining centers, since these machines have three linear and two rotary degrees of freedom. However, it is very complex to establish the movements of the machine with the greatest possible precision. The purpose of this work is to make a dynamic model of a 5-axis CNC machine prototype, considering the characteristics of its mechanical components. Likewise, the experimental validation of the kinematic model is proposed.

Keywords: CNC machine, 5 axis CNC, kinematic model, dynamic model.

1. Introducción

Hoy en día las industrias requieren llevar a cabo nuevas tendencias tecnológicas en la maquinaria que utilizan durante algún proceso industrial. Un ejemplo de ello es la implementación de la máquina CNC (computer numerical control) que ayuda a la optimización de los procesos industriales, tales como lo es el torneado, fresado e incluso el taladrado en diferentes tipos de materiales.

Las máquinas CNC tienen la capacidad de realizar maquinados mediante un control numérico computarizado, esto significa que un usuario puede controlar y monitorear los movimientos de la máquina por medio de una computadora para el tratamiento de diversos materiales, principalmente metales (Salinas, et al., 2017).

Un dato importante es que, en México, en los últimos 15 años existe un avance significativo en la producción de las

industrias (Hernández, et al., 2012) puesto que la mayoría cuentan con robots que optimizan el tiempo y materia prima de los sectores industriales como en las industrias metalmeccánicas o bien las automotrices.

Los procesos automatizados de las empresas metalmeccánicas de México optan por el uso de las máquinas CNC, puesto que la mayoría requiere fabricar piezas de diseño complicado y que en caso de realizarlo manualmente implicaría altos gastos y un mayor tiempo de producción (Mejía & Patiño, 2013). Sin embargo, el uso de las CNC no es tan sencillo como se cree, ya que por ser una máquina de control numérico computarizado necesita una programación con un lenguaje de código llamado “código-G” el cual está estandarizado bajo la norma ISO 6983; esta norma establece los códigos y reglas básicas para generar los movimientos de la máquina con mayor precisión (Henci, 2020). Actualmente en el mercado existen diferentes fabricantes de máquinas CNC

*Autor para la correspondencia: josegerardo@upp.edu.mx

Correo electrónico: vannoc@micorreo.upp.edu.mx (Vanessa Orta-Cano), jahdez@upp.edu.mx (Javier Hernández-Pérez), josegerardo@upp.edu.mx (José Gerardo Benítez-Morales), maaguilera@upp.edu.mx (Miguel Ángel Aguilera Jiménez).

así como controladores, los cuales respetan lo que establece la norma ISO 6983, pero añaden códigos especiales para facilitar la programación del usuario de la máquina.

El trabajo de (Smith, et al., 1995) presenta un modelado de una máquina CNC de 3 ejes, considerando los principales componentes que actúan durante el desplazamiento lineal que la máquina presenta. La ecuación de movimiento de la máquina CNC está definida con los siguientes elementos principales: la amortiguación mecánica, los momentos de inercia que presentan en las bandas, el tornillo de potencia, el motor y acoples; asimismo, se considera la carga que soportará. Por consiguiente, se obtiene la función de transferencia del sistema lo que facilita la implementación de un control adaptativo.

Sin embargo, para el desarrollo del modelo matemático sobre el eje Z es imprescindible considerar la deformación longitudinal que llega a presentar conforme el mecanismo se usa a lo largo del tiempo (Varanasi, et al., 2004), de ese modo, la amortiguación toma un enfoque bastante amplio en dicho trabajo, ya que en caso de obtener un amortiguamiento ligero se puede conseguir ecuaciones sencillas para una parametrización óptima al control.

En caso de requerir un control ideal de los movimientos de la máquina CNC en cada uno de los ejes, es de importancia desarrollar un modelo dinámico de la máquina considerando los elementos que la conforman.

2. Descripción de la máquina CNC

El prototipo está constituido por 5 grados de libertad; los tres primeros realizan movimientos lineales a través de un sistema de desplazamiento para ubicar a la herramienta de maquinado en un espacio cartesiano sobre los ejes X, Y y Z. Los últimos dos ejes realizan movimientos rotacionales sobre los ejes Y y Z, que en la literatura son llamados cabeceo y guiñada, o eje C y eje B. La figura 1 muestra claramente los subsistemas que conforman la máquina de 5 ejes.

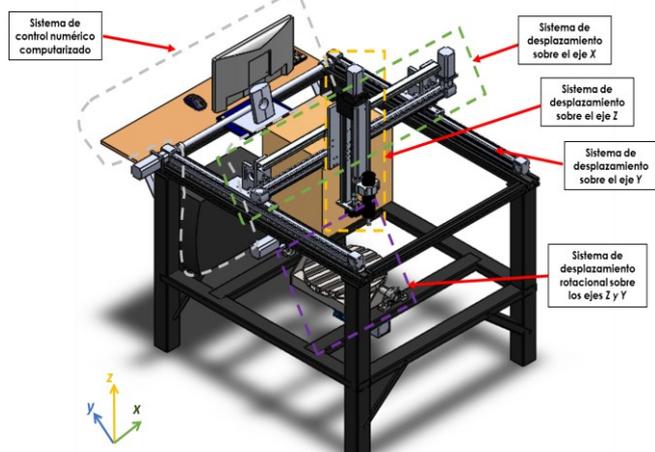


Figura 1: Prototipo CNC de 5 ejes

2.1. Descripción de las partes de la máquina CNC

Primeramente, el mecanismo del eje X está conformada por una banda transportadora y un motor a pasos que están acoplados entre sí. Además, se cuenta con una estructura de soporte para el mecanismo del eje Z ubicado paralelamente a

la banda transportadora del desplazamiento en el eje X, justo como se muestra en la figura 2.

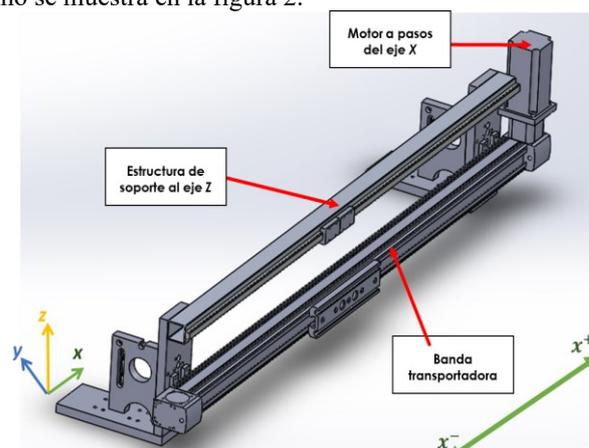


Figura 2: Banda transportadora sobre el eje X

El desplazamiento sobre el eje Y, se logra a través de dos bandas transportadoras colocadas de forma paralela entre sí, las cuales soportan la banda transportadora del eje X, ver figura 3. Un motor a pasos proporciona el par necesario para mover el mecanismo del eje Y, el cual, se encuentra acoplado a la primera banda, mientras que la segunda banda está unida a la primera mediante un eje de transmisión. Este acoplamiento garantiza el movimiento sincrónico de ambas bandas y logra el desplazamiento uniforme de la estructura sobre la que se monta la banda del eje X.

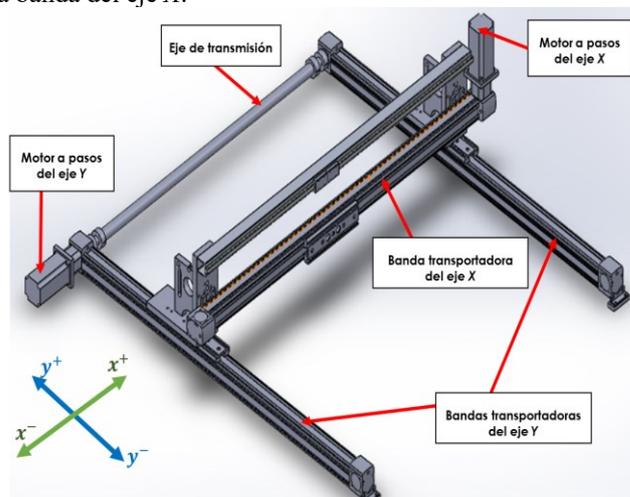


Figura 3: Mecanismo de movimiento respecto al eje Y

En cuanto al desplazamiento lineal del eje Z, su mecanismo consta de un tornillo de potencia acoplado a un motor, a una tuerca y una guía; la tuerca está unida a la base de la herramienta de maquinado. El funcionamiento del mecanismo empieza al enviar un voltaje al motor con el propósito de mover su flecha y a su vez provocar el giro del tornillo. La tuerca, al estar acoplada al tornillo, tenderá a girar, pero la guía evita este movimiento haciendo que la tuerca se desplace de forma lineal sobre el tornillo junto con la herramienta de maquinado, como se muestra en la figura 4. El maquinado de las piezas se realiza mediante el accionamiento de la herramienta de corte (broca, fresadora) por medio del motor de CD conectado al sistema de desplazamiento en el eje Z.

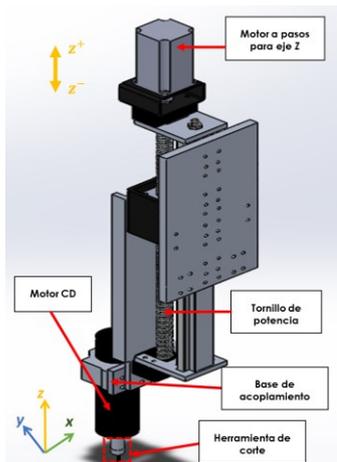


Figura 4: Sistema de desplazamiento sobre el eje Z

Para el movimiento giratorio del eje B (rotacional alrededor del eje Z), se requirió de una mesa de trabajo circular, donde se sujeta la pieza a maquinarse, un motor a pasos proporciona el par de alimentación para mover dicho mecanismo justo como se muestra en la figura 5.

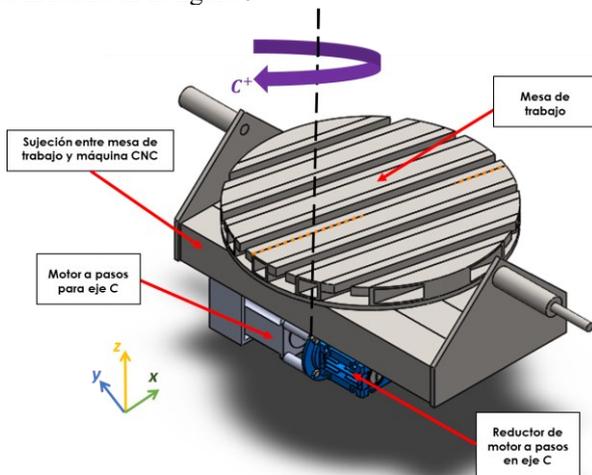


Figura 5: Base rotativa sobre el eje C

Por último, para el movimiento del eje C (rotacional alrededor del eje Y), se cuenta con una estructura sobre la que se monta la mesa de trabajo (ver figura 6). Ésta estructura gira alrededor del eje Y mediante un motor a pasos, que, a su vez, acciona un eje soportado en las chumaceras Ch1 y Ch2. El movimiento de giro que realiza este motor se conoce como alabeo.

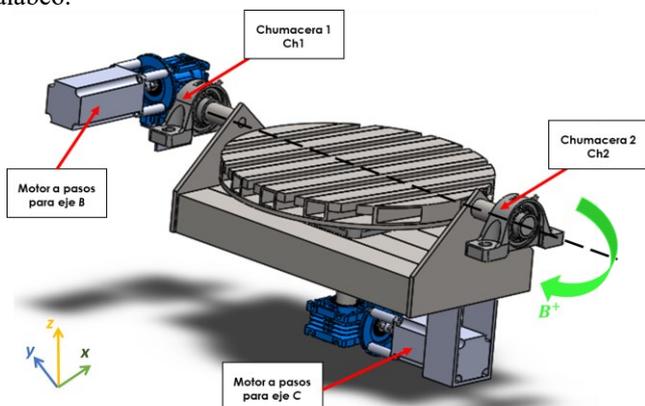


Figura 6: Base rotativa sobre el eje B

El espacio de trabajo de la máquina CNC tiene una forma de un ortoedro con una base de 1150 mm por los desplazamientos de los ejes X y Y, con una altura de 750 mm por el desplazamiento del eje Z. En cuanto a los movimientos rotatorios, el desplazamiento sobre el eje B puede girar hasta 180° y para el eje C puede realizar giros hasta de 360° sobre el eje Z.

2.2. Arquitectura de la etapa de electrónica de la máquina CNC

La automatización de la máquina CNC se logra al implementar un control numérico computarizado. La arquitectura del sistema está constituida por una computadora, un controlador numérico y una etapa de potencia.

En la computadora, se genera un algoritmo de maquinado de una pieza específica a través del lenguaje en código G, el cual, es procesado por el software de Match3. Este se encarga de transmitir las respectivas señales al controlador NVUM. Posteriormente, dicho controlador enviará señales a los drivers conectados a los motores establecidos en cada eje del mecanismo para efectuar el movimiento deseado, ver figura 7. De esa manera, la herramienta de corte obtendrá la posición deseada.

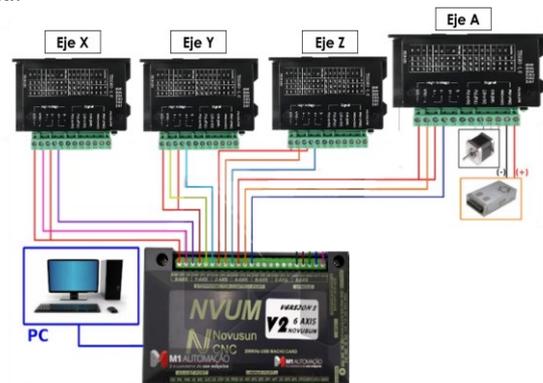


Figura 7: Diagrama de conexión respecto a los ejes

Asimismo, se implementaron codificadores ópticos (encoders) para medir los movimientos del maquinado de los 3 ejes simultáneos (XYZ); es decir, se colocaron los encoder en cada motor (ver figura 8), para medir su desplazamiento angular y a través de la cinemática directa (ver sección 3) establecer la posición de la herramienta en coordenadas cartesianas.

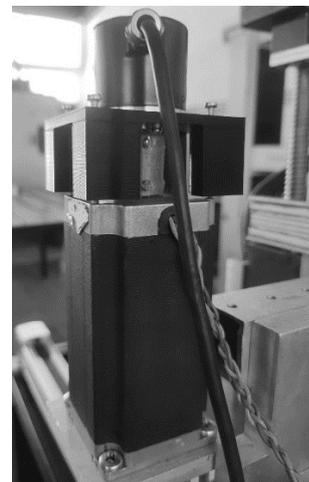


Figura 8: Encoder acoplado a motor del eje X al prototipo CNC

3. Modelo cinemático considerando los ejes lineales de máquina CNC

Se implementó la metodología Denavit-Hartenberg para determinar la posición de la herramienta de maquinado del CNC. Los sistemas de referencia de cada articulación de la máquina CNC se muestran en la figura 9.

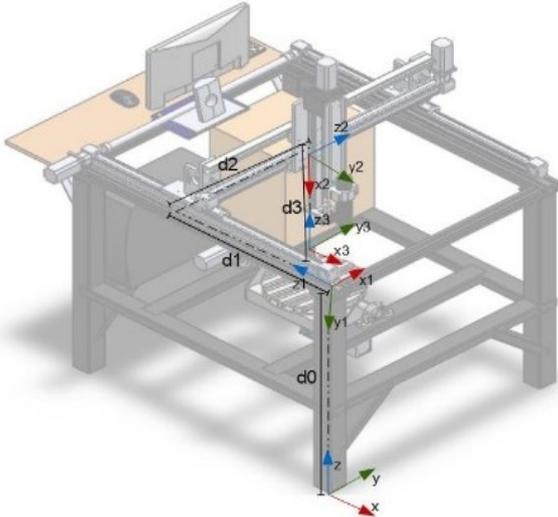


Figura 9: Sistemas de referencia del prototipo CNC

Los parámetros de Denavit-Hartenberg son mostrados en la tabla 1.

Tabla 1. Tabla de Denavit-Hartenberg para subsistema en plano XYZ

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	90	d_0	0	0
2	0	0	90	d_1
3	-90	d_2	-90	0
4	0	0	0	d_3

Resultando las siguientes matrices homogéneas

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_0^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 1 & 0 & d_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ -1 & 0 & 0 & d_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_3^4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ -1 & 0 & 0 & d_0 - d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Por lo que se obtiene la cinemática directa mostrada en (1):
 $x = d_2, \quad y = d_1, \quad z = d_0 - d_3.$ (1)

4. Modelo dinámico de la máquina CNC de 5 ejes

Un análisis sobre la máquina CNC requiere la identificación de los desplazamientos que puede realizar cada uno de los ejes, en este caso, la máquina presenta 5 movimientos, tres movimientos lineales y dos rotacionales. Por simplicidad se

agrupan los movimientos de la máquina en 3 partes: la primera involucra el desplazamiento en el plano XY, ya que el mecanismo de movimiento consta de 3 bandas transportadoras, la segunda parte es el movimiento del eje Z, el cual, se logra a través de un tornillo de potencia; por último, la orientación de la pieza es producida por dos movimientos rotacionales, llamadas alabeo y guiñada. A continuación, se muestra la obtención del modelado dinámico de la máquina.

4.1. Modelado de movimientos sobre el plano XY

Al enfocarnos en el movimiento lineal de Y, se tiene que el mecanismo está conformado por dos bandas independientes, cuyo movimiento se sincroniza por una barra acoplamiento, ver figura 3. Al aplicar las leyes de Newton para movimientos rotaciones, se obtiene el modelo dinámico de la primera banda, quedando como:

$$T_y = (J_1 + J_2)\dot{\omega}_1 + (b_1 + b_2)\omega_1 + T_{by}, \quad (2)$$

donde J_1 y J_2 , son los momentos de inercia de los tambores de la banda, b_1 y b_2 son los coeficientes de fricción viscosa de los baleros que están acoplados a los tambores, ω_1 es la velocidad angular que existe entre los tambores, T_y es el par de alimentación del mecanismo, mientras T_{by} es el par necesario para mover a la segunda banda; así como la carga del mecanismo del movimiento X y Z.

El modelo de la segunda banda es idéntico a (2) sólo se cambian los subíndices de los coeficientes del momento de inercia y los de fricción por J_3, J_4, b_3, b_4 debido a que ambos sistemas tienen los mismos elementos. Además, ambas bandas se moverán con la misma velocidad debido a que están unidas por el eje de transmisión. La expresión de la segunda banda queda como:

$$T_{by} = (J_3 + J_4)\dot{\omega}_1 + (b_3 + b_4)\omega_1 + T_{exz}, \quad (3)$$

donde T_{exz} es el torque resistivo por parte de los pesos de los mecanismos de los ejes X y Z, este puede ser representado por $T_{exz} = \mu_{s1}r_m N_1$, donde μ_{s1} es un coeficiente de fricción que existe entre la banda y el mecanismo de los ejes X y Z, N_1 es la normal debido al peso de los mecanismos, r_m es el radio de los tambores en la banda transportadora. Posteriormente, se realiza la sustitución de (3) en (2) obteniendo así que:

$$T_y = (J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5)\dot{\omega}_1 + (b_1 + b_2 + b_3 + b_4)\omega_1 + \mu_{s1}r_m N_1, \quad (4)$$

donde J_5 es el momento de inercia del eje de transmisión. Ahora, se realiza una simplificación de la sumatoria de momentos de inercias y coeficientes de fricción a través de J_{eq} y b_{eq} . El modelo simplificado del mecanismo Y es representado por:

$$T_y = J_{eq}\dot{\omega}_1 + b_{eq}\omega_1 + \mu_{s1}r_m N_1. \quad (5)$$

Respecto al eje X de la máquina CNC, ver figura 3, este comprende una banda de transmisión simple, puesto que sólo cuenta con dos tambores, uno de transmisión y el otro de reenvío. El modelo matemático del sistema queda como:

$$T_x = J_6\dot{\omega}_2 + b_6\omega_2 + T_{ez}, \quad (6)$$

donde ω_2 es la velocidad angular del tambor de la banda, T_x es par proveniente del motor, J_6 es el momento de inercia de los dos tambores, b_6 es el coeficiente de fricción de ambos baleros, T_{ez} es el torque resistivo por parte de mecanismo del eje Z, el cual es expresado por $T_{ez} = \mu_{s2}r_m N_2$ donde μ_{s2} es el coeficiente de fricción de entre la banda del eje X, y el peso del

mecanismo Z , N_2 es la normal debido al peso del mecanismo Z . El modelo del eje X queda como

$$T_x = J_6 \ddot{\omega}_2 + b_6 \dot{\omega}_2 + \mu_{s2} r_m N_2. \quad (7)$$

Por último, se considera que tanto μ_{s1} y μ_{s2} están dados por

$$\begin{aligned} \mu_{s1} &= \mu \cdot \operatorname{sgn}(\omega_1), \\ \mu_{s2} &= \mu \cdot \operatorname{sgn}(\omega_2), \end{aligned} \quad (8)$$

donde la función $\operatorname{sgn}(\cdot)$ está definida por

$$\operatorname{sgn}(\omega_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega_i > 0, \\ 0 & \text{si } \omega_i \leq 0, \end{cases} \quad i = 1, 2.$$

4.2. Modelado de desplazamiento sobre el eje Z

El modelo dinámico del eje Z se basa en el trabajo de (Budynas, N, et al., 1995a) y (Budynas, R, et al., 1995b), el cual, detalla la obtención de la expresión matemática del tornillo de potencia en términos de la rotación, la única aportación al modelo es el par del motor, T_z , que proporciona movimiento al tornillo, teniendo así que:

$$(I_1 - r_m^2 \tan \lambda \varepsilon m_1) \ddot{\theta}_3 + k \theta_3 + (c - r_m^2 \tan \lambda \varepsilon C_x) \dot{\theta}_3 = k \theta_i - r_m \varepsilon (R - F_0 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_3)) - T_0 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_3) + T_z, \quad (9)$$

donde θ_3 es el desplazamiento rotacional del tornillo, I_1 es el momento de inercia del husillo, r_m es el radio de paso del tornillo de potencia, λ es el ángulo de avance, m_1 es la masa de traslación, c es el coeficiente de amortiguamiento lineal de rotación de los soportes del tornillo de avance, C_x es el coeficiente de amortiguamiento lineal de los cojinetes de apoyo. En cuanto a T_0 y F_0 son el par de fricción y la fuerza de la parte de traslación y soporte del tornillo de avance, respectivamente. Por último, k es la constante rigidez del acoplamiento flexible y ε es considerada como (Budynas, R, et al., 1995b):

$$\varepsilon = \frac{\mu_{s3} - \tan \lambda}{1 + \mu_{s3} \tan \lambda}, \quad (10)$$

donde $\mu_{s3} = \mu \cdot \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_3)$ es el coeficiente de fricción del tornillo sin fin.

4.3. Modelado de desplazamiento sobre los ejes B y C

El movimiento rotatorio que realiza la mesa de trabajo con respecto al eje B es similar al movimiento oscilatorio de un péndulo, ver figura 6; por lo tanto, el modelo propuesto es

$$(m_2 l^2 + I_2) \ddot{\theta}_4 + m_2 g l \sin \theta_4 = T_B, \quad (11)$$

donde θ_4 es el ángulo de cabeceo de la mesa de trabajo, m_2 es la masa, I_2 es el momento de inercia, g es la aceleración de gravedad, l es la distancia entre el centro giro de la chumacera y el centro de masa de la mesa. Por último, T_B es el par proveniente del motor.

En el caso del movimiento rotatorio que existe en el eje C no se considera la gravedad durante el movimiento ya que es cargado por el propio mecanismo, por lo que se puede definir de la siguiente manera

$$I_3 \ddot{\theta}_5 = T_C, \quad (12)$$

donde θ_5 es la posición angular de la guiñada de la mesa de trabajo, I_3 es el momento de inercia con respecto al movimiento de guiñada y T_C es el par del motor.

4.4. Modelo dinámico completo del CNC de 5 ejes

El modelo completo del sistema está conformado por (5), (7)-(12). El sistema es de decimo orden con 5 grados de libertad, totalmente actuado. Las dos primeras ecuaciones se pueden representar a partir de la posición angular mediante la

asignación de $\dot{\theta}_1 = \omega_1$ y $\dot{\theta}_2 = \omega_2$. Entonces, el modelo de la máquina CNC de 5 ejes queda como:

$$T_y = J_{eq} \ddot{\theta}_1 + b_{eq} \dot{\theta}_1 + \mu_{s1} r_m N_1,$$

$$T_x = J_6 \ddot{\theta}_2 + b_6 \dot{\theta}_2 + \mu_{s2} r_m N_2,$$

$$\begin{aligned} T_z &= (I_1 - r_m^2 \tan \lambda \varepsilon m_1) \ddot{\theta}_3 + k \theta_3 \\ &+ (c - r_m^2 \tan \lambda \varepsilon C_x) \dot{\theta}_3 - k \theta_i \\ &+ r_m \varepsilon (R - F_0 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_3)) + T_0 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_3), \end{aligned}$$

$$T_B = (m l^2 + I_2) \ddot{\theta}_4 + m_2 g l \sin \theta_4,$$

$$T_C = I_3 \ddot{\theta}_5.$$

4.5. Correlación entre las variables del modelo cinemático y el modelo dinámico

El modelo cinemático y el modelo dinámico se puede conjuntar a través de una relación entre el giro del tambor y el avance lineal de la banda, esto se representa por

$$s_x = r_m * \theta_x; \quad (13)$$

$$s_y = r_m * \theta_y; \quad (14)$$

donde s_x y s_y son el avance establecido respecto a los ejes X y Y respectivamente.

En cuanto al eje Z es diferente, debido al tornillo sin fin, en ese sentido se considera el avance como (14)

$$s_z = r_{mz} * \tan \lambda \theta_z, \quad (15)$$

estableciendo que r_{mz} es el radio primitivo del tornillo sin fin, λ es el paso del tornillo sin fin.

5. Resultados experimentales del modelo cinemático

Se realizaron pruebas experimentales para los movimientos lineales del modelo cinemático del CNC a través las mediciones de los codificadores ópticos. Estas señales fueron procesadas en el sistema embebido de Arduino MEGA con un tiempo de muestreo de 150 milisegundos. La pieza para maquinar en el experimento fue un cubo con las medidas mostradas en la figura 10.

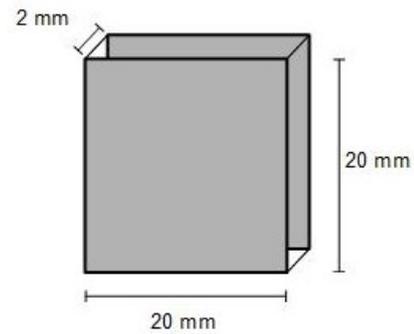


Figura 10: Dimensiones de la pieza maquinada

Tabla 2. Tabla de fuerzas de corte para fresado y taladrado

Tipo de fuerza	Magnitud de la fuerza
Fuerza de corte de fresado	9.89 N
Fuerza de corte de taladrado	50.8N

La figura 11 muestra la trayectoria que realiza la herramienta de corte sobre los 3 ejes lineales, donde se observa el desplazamiento que realiza de -140mm sobre el eje Z , 308 mm sobre el eje X y 228 mm en el eje Y .

Si se observa en el plano XY se comprueba que la trayectoria del cabezal realiza un cuadrado con dimensiones de 18 mm de lado, ver figura 12.

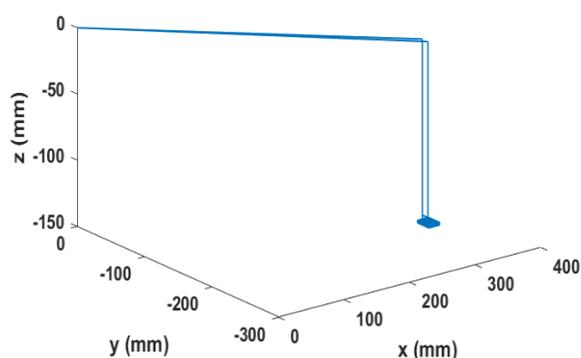


Figura 11. Trayectoria de maquinado sobre el plano XYZ

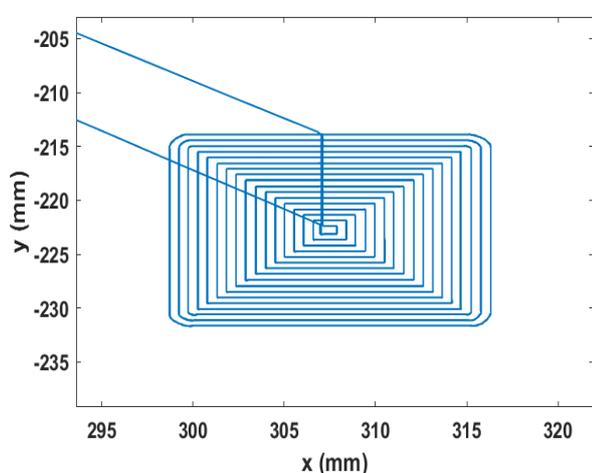


Figura 12. Trayectoria de maquinado sobre el plano XY

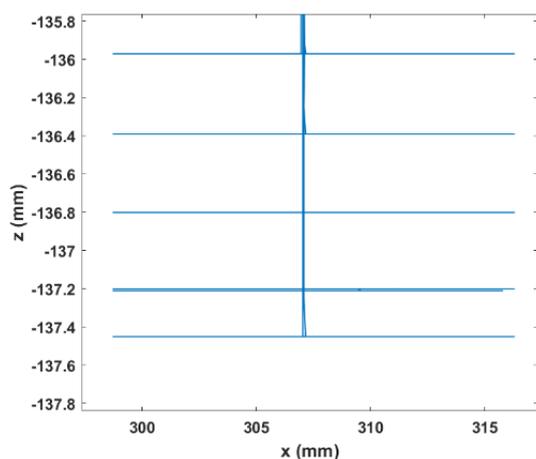


Figura 13. Trayectoria de maquinado sobre el plano XZ

La figura 13 presenta la profundidad de la caja maquinada. Sin embargo, se muestra una diferencia de 4 mm de profundidad.

Por otra parte, las fuerzas de corte se deben considerar debido a que la máquina realiza tareas de desbaste y perforación. Con base al trabajo previo de (Mandujano, et al., 2022), se tiene que el corte de fresado es de 9.89 N, mientras que el corte de taladrado es de 50.8 N.

6. Conclusiones

Por medio de experimentación se comprobó la cinemática directa del prototipo para los tres primeros ejes; ya que se logró maquinar un cuadrado de 20 mm, cabe aclarar que las mediciones muestran un cuadrado de 18 mm, lo que implica una diferencia de 2 mm, lo cual corresponde al diámetro del cortador. Por otro lado, aún no se tiene la comparación de avance en cuanto a los ejes rotatorios (B y C) del prototipo CNC. En trabajo a futuro se realizará la validación de la dinámica del prototipo CNC considerando los 5 ejes simultáneos de acuerdo con cada componente que lo constituye.

Referencias

- Budynas, N. (1995a) Shigley's Mechanical Engineering Design. 8th Edition, McGraw-Hill Companies, New York, 15-351.
- Budynas, R. G., Nisbett, J. K., (2008b). Shigley's mechanical engineering desing. Octava ed. The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Campoverde, J. F., Obando, C., (2017). Máquina (CNC) de control numérico computarizado de 3 ejes para el grabado de placas conmemorativas implementado en el Taller de Joyería Campoverde, pp. 36-38.
- Henci, H., (2019). An Overview of process CNC Machining. Journal of Mechanical Science and Engineering, 6(2), pp. 29-33. DOI: 10.36706/jmse.v6i2.32
- Mandujano-Salazar, B., Hernandez-Perez, J., Benitez-Morales, J. G., & Aguilera-Jimenez, M. A. (2022). Diseño de máquina CNC de cinco ejes. Pádi Boletín Científico De Ciencias Básicas E Ingenierías Del ICBI, 10(Especial6), 91-99. DOI: 10.29057/icbi.v10iEspecial6.9278
- Mejía, A., Patiño, A. A., (2013). Desarrollo y construcción de una máquina (CNC). Épsilon, 20, pp. 193-214.
- Salinas, A. J., Flores, A. D. & Montes, J. V., 2017. Manual De Cnc Para Principiantes, s.l: s.n.
- Smith, M. H., Annaswamy, A. M.; Slocum, A. H., (1995). Adaptive control strategies for a precision machine tools axis. Precision Engineering, 17 (3), 192–206. DOI: 10.1016/0141-6359(94)00019-V
- Valeriano, M., (2013). Modelado dinámico de un vehículo autónomo subacuático.
- Varanasi, K. K., Nayfeh, S., (2004). The dynamics of lead-screw drives: Low-order modeling and experiments. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, 126(2), 388–396. DOI: 10.1115/1.1771690
- Hernández, J. L., Serratos, N., García, J. L., Ibarra, G., (2012). Consistencia interna del cuestionario SOFI-S. Análisis de su aplicación en operadores de tornos CNC, 4.