

Diseño e implementación de controladores: retos en la integración Controllers design and implementation: integration challenges

A. Caballero-García ^a, M.N González-Altamirano ^{a,*}, R. Galván-Guerra ^a, J.E. Velázquez-Velázquez ^a

^a Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería Campus Hidalgo, 42162, San Agustín Tlaxiaca, Hidalgo, México.

Resumen

Cuando se quieren controlar sistemas mecatrónicos se debe realizar una sinergia entre el modelado, simulación, control, programación y electrónica. Sin embargo, normalmente no se puede observar los problemas y retos que conllevan dicha integración, y muy pocas veces se habla de las soluciones que se utilizan para estos. En este artículo mediante el análisis de un sistema subactuado, conocido como sistema bola-viga, el cual consiste en controlar la posición de una bola por medio de la inclinación de una viga horizontal, se muestra como la unión de estas técnicas permite pasar de un problema teórico a su aplicación, considerando la presencia de dispositivos de bajo costo, utilizando únicamente información de salida y las diferencias en el desempeño al implementar algoritmos de control discretos en comparación con los algoritmos de control continuos. El uso del caso de estudio ayuda a entender conceptos fundamentales como retroalimentación, procesamiento y acondicionamiento de señales como base para realizar casos más complejos.

Palabras Clave: Control, Observador, Implementación, Sistema bola-viga, Sistema subactuado.

Abstract

When mechatronic systems are controlled, a synergy arises between modeling, simulation, control, programming, and electronics. However, the problems and challenges of such integration and their solutions should be discussed more. In this paper, through the analysis of a benchmark underactuated system, known as the ball-beam system, which consists of controlling the position of a sphere through the inclination of a horizontal beam, it is shown how the union of these techniques allow to move from a theoretical problem to its application, considering the presence of low-cost devices, using only output information and the differences in performance when implementing discrete control algorithms compared to continuous control algorithms. The use of this case of study help to understand fundamental concepts such as feedback, signal processing, and conditioning as a basis for more complex cases.

Keywords: Control, Observer, Implementation, Ball and beam system, Underactuated system.

1. Introducción

La mecatrónica es una disciplina que integra diferentes áreas como la mecánica, la electrónica, la informática y el control (Auslander, 1996), con el objetivo de desarrollar sistemas avanzados y complejos que optimizan y mejoran el funcionamiento de distintos procesos industriales y de la vida cotidiana en general. Los sistemas mecatrónicos son cada vez más importantes en varios sectores de la economía debido a su capacidad de aumentar la eficiencia, precisión y seguridad en la producción y los procesos. Además, son una herramienta clave para la innovación y la competitividad en varias industrias como la automotriz, alimentaria, médica,

aeronáutica, entre otras. Los sistemas mecatrónicos son fundamentales para el desarrollo y el progreso de la sociedad. Sin embargo, en la mayoría de las ocasiones implementar los resultados de un sistema teórico a un sistema real es un reto por varias razones, como, por ejemplo, las suposiciones que se realizan al diseñar, las limitaciones económicas y la falta de experiencia en la práctica (Kaltjob, 2020).

Es por esto por lo que se deben considerar las problemáticas que surgen en las diferentes etapas de desarrollo. En el proceso de análisis y síntesis se busca dar solución a dichas problemáticas desde una perspectiva teórica donde se toman en cuenta los requerimientos de desempeño del sistema. Para pasar de la teoría a la implementación se encuentran diferentes

*Autor para la correspondencia: mgonzaleza1807@alumno.ipn.mx

Correo electrónico: mgonzaleza1807@alumno.ipn.mx (Miriam Natalia González-Altamirano), acaballero1801@alumno.ipn.mx (Alberto Caballero-García), rgalvang@ipn.mx (Rosalba Galván Guerra), jvelazquezv@ipn.mx (Juan Eduardo Velázquez Velázquez).

retos que van desde el análisis de la información disponible, los efectos de ruidos y perturbaciones no deseadas hasta el tipo de tarjetas electrónicas y sensores que se utilizan para la obtención y el procesamiento de mediciones adecuadas. Es así como las tecnologías y resultados emanados de las diferentes áreas del conocimiento hacen sinergia y se solidifican en soluciones. Sin embargo, para llevar a cabo dicha integración se tiene que sortear diferentes desafíos y proponer soluciones ingenieriles que pocas veces son analizadas en la academia, pero que son requeridas en los ámbitos industriales.

El estudio y análisis de casos de estudio tipo o también llamado sistemas tipo benchmarks, son importantes en la ingeniería por varias razones. Los casos de estudio ayudan a comprender de manera más profunda los conceptos teóricos para así poder utilizarlos en casos más complejos y en un entorno real, ya que aportan información clave sobre los problemas existentes, lo que puede ayudar a desarrollar soluciones innovadoras en diferentes industrias y tecnologías (Davis, 2006).

El sistema bola-viga es un sistema de control que consiste en una bola que se mueve sobre una viga horizontal. El objetivo del sistema es controlar la posición de la bola en la viga utilizando un sensor de posición y un controlador. La bola es controlada mediante la inclinación de la viga, la cual es manipulada por un motor, en función de la posición medida de la bola. El sistema se utiliza a menudo como un ejemplo de control de lazo cerrado en cursos de ingeniería y en aplicaciones prácticas como la estabilización de aviones y vehículos (Prokhorov, 2000; Castro-Mendoza, 2022). En este artículo, el objetivo de control es la regulación, ya que se busca mantener la posición de la bola en un lugar específico de la viga.

En este trabajo se analizan y discuten los pasos que se realizaron al pasar de un sistema teórico del sistema bola-viga a uno práctico para lograr una implementación adecuada del algoritmo de control. En general se consideran los siguientes pasos:

1. Análisis del problema
2. Propuesta de solución
3. Planteamiento del diseño
4. Prototipo
5. Pruebas
6. Validación

El primer paso se trata de realizar una investigación y análisis profundo, teniendo muy claro cuál es el objetivo que se quiere alcanzar y las diferentes maneras para hacerlo; teniendo en cuenta esa información se puede pasar al siguiente paso que es la propuesta de solución más adecuada para ese proyecto. En este trabajo lo que se analizó fue el modelo matemático del sistema bola-viga y se propuso diseñar un observador. Una vez que se tiene claro el funcionamiento teórico, es decir la parte matemática y las simulaciones para emular el comportamiento del sistema, se realiza el prototipo del sistema bola-viga. Este paso puede llegar a ser el más complicado, debido a que aquí se realiza el análisis para pasar de lo teórico a lo práctico y muchas veces hay más variables de las que se pensaban, como, por ejemplo: el funcionamiento de los componentes, la discretización del sistema e incluso los cálculos realizados. Por último, se realizan las pruebas y la validación, lo que permite evaluar el desempeño del sistema para verificar que todas las funcionalidades deseadas estén

operando de manera correcta y se realicen los ajustes en caso necesario.

La intención de este trabajo es visibilizar las etapas que no se tienen claras cuando se pasa de un sistema teórico a uno físico. Muchas veces no se toman en cuenta situaciones que complican este proceso, como las limitaciones físicas de los componentes que se eligen, la aplicación real de conceptos teóricos, entre otros. Es importante hablar de las soluciones que conllevan estos retos para así lograr el desarrollo de habilidades que todo ingeniero del área debe poseer. Para ilustrar este proceso en este trabajo se utiliza el sistema bola-viga.

Este artículo está organizado de la siguiente forma: La sección 2 muestra el modelo matemático del sistema. En la sección 3 se presenta el procedimiento y cálculos para el diseño del controlador. La sección 4 está enfocada en el diseño del observador para reconstruir la información de estado faltante. La sección 5 analiza el diseño de controladores usando la información reconstruida por el observador. Continuando en la sección 6 con las consideraciones necesarias para implementar los resultados teóricos en el prototipo diseñado. En la sección 7 se muestran las pruebas realizadas del sistema en lazo cerrado. Por último, la sección 8 concluye el artículo.

2. Modelo Matemático

Considere el caso de estudio del sistema bola-viga. Para esto se emplea la configuración mostrada en la Figura 1 junto con los parámetros de la Tabla 1.

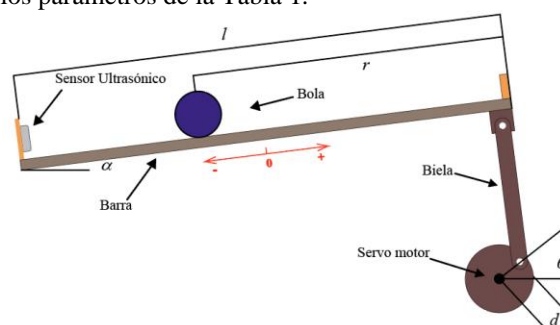


Figura 1: Sistema bola-viga.

Tabla 1: Variables del Sistema bola-viga.

Símbolo	Descripción
m_b	Masa de la bola
m_v	Masa de la viga
R_b	Radio de la bola
d	Distancia entre el eje del servomotor y la biela
g	Fuerza gravitacional
l	Longitud de la viga
J	Momento de inercia de la bola
r	Posición de la bola
θ	Ángulo del servomotor
α	Ángulo de la viga respecto a la horizontal

El modelo matemático del sistema se obtiene empleando el enfoque de Euler-Lagrange, es decir se obtienen las ecuaciones que definen la energía cinética y potencial del sistema (Mani Maalini, Prabhakar, & Selvaperumal, 2016; Thornton & Marion, 2021). El Lagrangiano \mathcal{L} es la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial, que se define por

$$\mathcal{L} = \mathcal{K} - \mathcal{P} \tag{1}$$

donde

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}m_b\dot{r}^2 + \frac{1}{2}J\left(\frac{\dot{r}}{R_b}\right)^2 + \frac{1}{2}(J + m_b\dot{r}^2)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}J\dot{\alpha}^2, \quad (2)$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2}m_b g \sin \alpha + m_b g r \sin \alpha. \quad (3)$$

La ecuación de movimiento de Euler-Lagrange está dada por $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = Q$, (4)

donde q representa las coordenadas generalizadas y Q las fuerzas generalizadas. Entonces el sistema bola-viga tiene la siguiente dinámica:

$$\left(\frac{J}{R_b^2} + m_b\right)\ddot{r} = -m_b g \sin \alpha. \quad (5)$$

Observe que el sistema obtenido (5) es de naturaleza no lineal. Sin embargo, es común que se recurra a la técnica de linealización por Taylor, bajo la consideración de que el sistema trabaja alrededor de un punto de operación, que en este caso está definido por el origen, de acuerdo con el marco de referencia mostrado en la Figura 1. Suponga que $\alpha \approx 0$, por lo que el $\sin \alpha$ se puede aproximar por el ángulo, i.e. $\sin \alpha \approx \alpha$ (Valluru, Singh, & Singh, 2016). Note, que el sistema bola-viga tiene múltiples puntos de equilibrio de la forma $r^* = a$, $\dot{r}^* = 0$, $\alpha^* = 0$, con $a \in \left[-\frac{l}{2}, \frac{l}{2}\right]$. Bajo este supuesto la dinámica linealizada del sistema bola-viga toma la forma:

$$\left(\frac{J}{R_b^2} + m_b\right)\ddot{r} = -m_b g \alpha. \quad (6)$$

Se puede encontrar la siguiente relación entre los ángulos α, θ

$$\alpha = \frac{d}{l}\theta, \quad (7)$$

por lo que sustituyendo (7) en (6), se tiene que

$$\left(\frac{J}{R_b^2} + m_b\right)\ddot{r} = -m_b g \frac{d}{l}\theta. \quad (8)$$

Finalmente, el modelo en variables de estado está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \ddot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{m_b g d}{l\left(\frac{J}{R_b^2} + m_b\right)} \end{bmatrix} \theta, \quad (9)$$

que tiene la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned}$$

con $x(t) = \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \end{bmatrix}$, $u(t) = \theta$,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{m_b g d}{l\left(\frac{J}{R_b^2} + m_b\right)} \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0].$$

Observe que se están considerando las restricciones físicas del modelo. En sistemas mecánicos, en general, es más complicado obtener mediciones de velocidades, por lo que en su mayoría únicamente se cuenta con mediciones de posición. Note que el modelo lineal (9) es válido para realizar regulación en cualquier punto de equilibrio.

Tabla 2: Parámetros físicos del prototipo.

Parámetro	Valor
m_b	21 g
R_b	0.01265 m
g	9.81 m/s ²
l	0.5 m
J	3.36 Kg m ²
d	0.03m

Comentario 1: Es importante tener en cuenta que el sistema linealizado solo representa la aproximación del sistema alrededor del punto de operación, por lo que para observar las dinámicas del sistema no lineal es necesario considerar las desviaciones, i.e., la señal de control requerida para mantener

al sistema en el punto de operación y los valores del estado y la salida en el punto de operación. La linealidad del sistema se garantiza siempre que la trayectoria del sistema se encuentre lo suficientemente cerca del punto de operación.

Para poder simular este sistema, es necesario conocer los parámetros del modelo. En la Tabla 2 se muestran los valores de los parámetros físicos usados en las simulaciones, los cuales corresponden a los del prototipo diseñado para el experimento.

3. Diseño del controlador

Es bien sabido que el sistema bola-viga es inestable, por lo tanto, se debe implementar un controlador para poder controlar la bola. Existen diversos algoritmos de control que pueden resolver este problema como PID, LQR, compensador de atraso-adelanto, controladores difusos y retroalimentación de estados (Golnaraghi & Kuo, 2017; Åström & Murray, 2021).

3.1. Tiempo continuo

Una vez obtenido el modelo en variables de estado se diseña el control por retroalimentación de estados proponiendo un porcentaje de sobrepaso de 2.25% y tiempo de establecimiento de 0.6 segundos (Nise, 2020).

Con base a los datos anteriores se calcula la frecuencia natural deseada del polinomio característico de segundo orden, a partir del método ITAE (*integral of time multiplying the absolute value of error*), que busca lograr una respuesta rápida que minimice el error de la respuesta transitoria. El método ITAE establece que el controlador debe ajustarse de manera que se minimice el valor del producto entre el tiempo y el error absoluto integral (Williams & Lawrence, 2007).

Para el caso de estudio, el polinomio característico calculado fue:

$$P_d(s) = s^2 + 12s + 73.27. \quad (10)$$

Así las ganancias del controlador que garantizan los requerimientos dados se obtienen bajo el enfoque de retroalimentación de estados, i.e. $u(t) = Kx(t)$ y de acuerdo con Ackerman (Åström & Murray, 2021)

$$K = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 1]C^{-1}(A, B)P_d(A), \quad (11)$$

donde $C(A, B)$ es la matriz de controlabilidad. Para el caso de estudio el vector de ganancias K diseñado es

$$K = [1.7427 \quad 0.2854].$$

Comentario 2: La controlabilidad de un sistema garantiza la existencia de una señal de control que lleve al estado de un valor a otro en tiempo finito. Es bien sabido que, si un sistema es controlable, la matriz de controlabilidad tiene rango pleno, por lo cual su inversa existe.

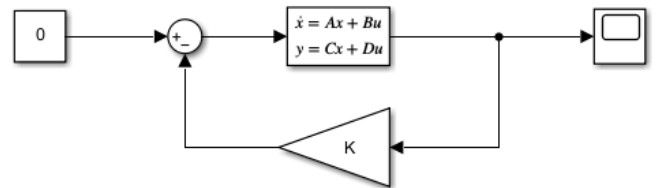


Figura 2: Esquema del sistema en lazo cerrado en tiempo continuo.

Para validar el diseño del controlador en el caso de estudio, se analiza la respuesta del sistema en lazo cerrado, i.e., se agrega el controlador a la planta siguiendo una arquitectura de

retroalimentación como la que se muestra en la Figura 2. Note que el diseño propuesto garantiza la estabilidad del sistema en lazo cerrado, ya que los polos del sistema serán los del polinomio propuesto (10).

La validación se realizó mediante una simulación en Simulink-MATLAB, considerando condiciones iniciales $r(0) = -0.15$ m y $\dot{r}(0) = 0$ m/s, usando el método de simulación ode45 y con un tiempo de muestreo de 0.01 segundos, la respuesta obtenida se muestra en la Figura 3.

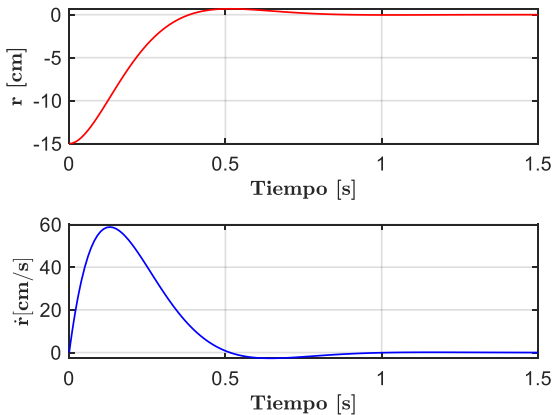


Figura 3: Respuesta del sistema en lazo cerrado en tiempo continuo.

Comentario 3: La simulación es un paso importante antes de la implementación, ya que permite validar el diseño del controlador bajo ciertas condiciones de operación. Además, las simulaciones se pueden realizar en diferentes programas.

Comentario 4: Se debe tener cuidado en la selección de la ubicación de los polos, ya que puede dar lugar a altas ganancias que pueden generar señales de control prohibitivas que saturen los actuadores.

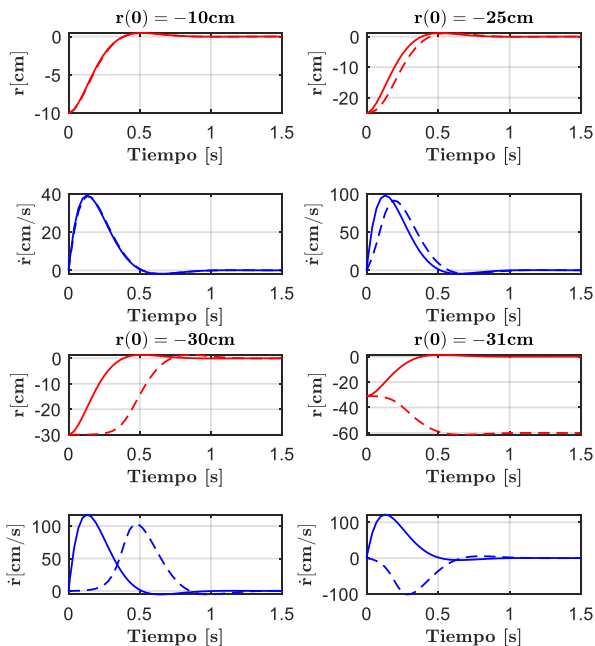


Figura 4: Sistema lineal vs sistema no lineal con diferentes condiciones iniciales de posición partiendo del reposo. La línea sólida corresponde al sistema linealizado, la línea punteada al sistema no lineal.

El sistema bola-viga es un sistema no lineal y se puede linealizar alrededor de un punto de equilibrio para facilitar el diseño del control como se mostró en la Sección 2. Sin embargo, es interesante analizar cuando las respuestas en lazo

cerrado del sistema bola-viga lineal y no lineal son equivalentes. En las imágenes de la Figura 4 se puede observar cómo entre más cercana este la condición inicial al punto de operación mejor es la aproximación lineal, pero si la condición inicial se aleja la dinámica lineal difiere de la no lineal. Con esto se puede observar que la linealización es válida únicamente cuando la trayectoria del sistema está suficientemente cerca del punto de operación.

3.2. Tiempo discreto

Para poder implementar de manera física el sistema bola-viga es necesario discretizar el sistema en tiempo continuo y establecer un tiempo de muestreo acorde con las prestaciones de la tarjeta de control elegida y el sensor para medir la posición. Para realizar esto se selecciona un tiempo de muestreo T_s , y mediante el uso de retenedores de orden cero se obtiene una representación del espacio de estados en tiempo discreto de la forma (Ogata, 1996):

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k), \\ y(k) &= Cx(k). \end{aligned} \tag{12}$$

Debido al procedimiento de discretización, las matrices A_d y B_d quedan de la siguiente manera :

$$A_d = e^{AT_s}, B_d = \int_0^{T_s} e^{A\sigma} B d\sigma. \tag{13}$$

Para el caso de estudio del sistema bola-viga, las matrices del sistema en el dominio discreto, están dadas por:

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} \frac{m_b g d}{l} \left(\frac{T_s^2}{2} \right) \\ \frac{m_b g d}{l} (T_s) \end{bmatrix}. \tag{14}$$

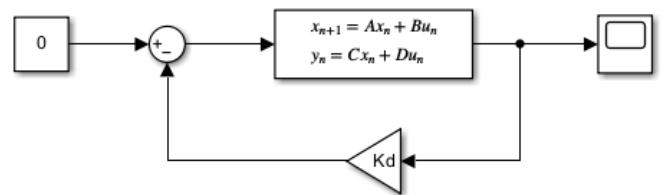


Figura 5: Esquema del sistema en lazo cerrado en tiempo discreto.

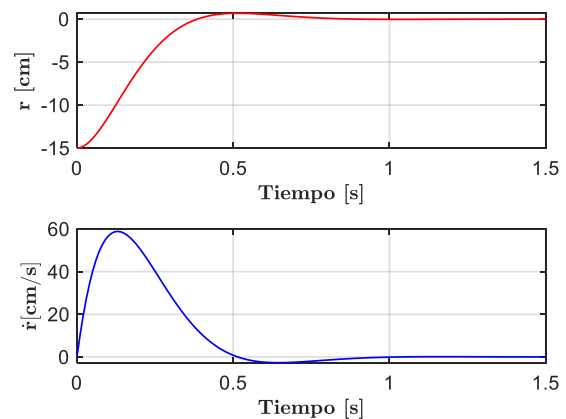


Figura 6: Respuesta del sistema en lazo cerrado en tiempo discreto.

Es claro que las ganancias del controlador se deben adecuar considerando las características de estabilidad del sistema en tiempo discreto; es decir, los polos deben permanecer dentro del círculo unitario. Para el sistema bola-viga en tiempo discreto se encontró el polinomio equivalente a (10),

analizando la posición de los eigenvalores de la matriz discretizada $A_{d_{lc}} = e^{(A-BK)T_s}$ del sistema continuo en lazo cerrado, obteniendo el siguiente polinomio:

$$P_d(z) = z^2 - 1.88z + 0.8869. \quad (15)$$

Al igual que en el caso continuo, se puede utilizar el método de Ackerman para calcular las ganancias. Obteniéndose el siguiente vector de ganancias:

$$K_d = [1.6411 \quad 0.69].$$

Cerrando el lazo, como se realizó en el diseño en tiempo continuo, se tiene el sistema de la Figura 5. Por otro lado en la Figura 6 se muestra la gráfica de posición de la bola y su velocidad.

4. Diseño del observador

Es común que no se cuente con la información completa del estado, y que solo se tengan mediciones obtenidas por los sensores disponibles. Para reconstruir la información del estado e implementar los controladores diseñados se requiere el diseño de un observador de estados. En este trabajo se utiliza un observador de tipo Luenberger (Nise, 2020; Åström & Murray, 2021):

$$\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bu + L[y(t) - C\hat{x}(t)]. \quad (16)$$

La dinámica del error de observación está dada por:

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t),$$

donde $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ es el error de observación. Note que el error de observación es un sistema autónomo en lazo cerrado, por lo cual la ganancia L se puede diseñar haciendo uso del método de Ackerman, de la forma

$$L = P(A)\mathcal{O}^{-1}(A, C) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix},$$

donde $\mathcal{O}(A, C)$ es la matriz de observabilidad, y $P(A)$ denota el polinomio deseado evaluado en A .

Comentario 5: Note que para poder diseñar el observador la matriz de observabilidad debe ser invertible, es decir, el sistema debe ser observable. Para sintonizar el observador, basta con garantizar la estabilidad de la dinámica de observación. Pero cuando se quiere utilizar los estados observados en un controlador es necesario garantizar que dicha dinámica no interfiera con el comportamiento del controlador. Normalmente, basta con que los polos del observador se encuentren suficientemente alejados de los polos del controlador. Para el caso de estudio se escogieron polos desplazados veinte veces a la izquierda de los polos del controlador. Con esto se garantiza que el observador es lo suficientemente rápido y efectivo para estimar con precisión la variable del estado y no se afecta el desempeño del controlador.

Observe que, para el caso de estudio, debido a su inestabilidad, no es posible verificar el funcionamiento del observador sin considerar el controlador.

Para realizar la implementación, se requiere utilizar un observador en tiempo discreto, por lo cual considere el observador de Luenberger en tiempo discreto (Åström & Murray, 2021):

$$\hat{x}_{k+1} = A_d\hat{x}_k + B_d u_k + L(y_k - C\hat{x}_k). \quad (17)$$

Para diseñar las ganancias del observador es necesario considerar la dinámica del error de observación:

$$e_{k+1} = (A_d - LC)e_k,$$

donde $e_k = x_k - \hat{x}_k$, representa el error de observación. Note que dicho error representa un sistema autónomo discreto. Por lo cual utilizando el método de asignación de polos de Ackerman es posible colocar los polos del error de observación dentro del círculo unitario. L se puede calcular como:

$$L = P_d(A_d)\mathcal{O}^{-1}(A_d, C) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Comentario 6: Como se mencionó anteriormente para poder implementar y controlar de manera física el sistema es necesario realizar el observador en tiempo discreto, recordando que los polos en tiempo discreto tienen que estar dentro del círculo unitario. Para obtener el polinomio deseado se puede seguir un procedimiento análogo al descrito en el diseño del controlador.

Como en el caso continuo, debido a que el caso de estudio es inestable, no es posible verificar el funcionamiento del observador sin la acción del controlador.

5. Diseño del controlador por salida

Ya que se tienen reconstruidos todos los estados del sistema, entonces se puede utilizar esta información para generar la señal de control que estabilice el sistema. Cuando el sistema es lineal, es posible utilizar el principio de separación y diseñar el controlador como en la sección 3 retroalimentando el estado observado.

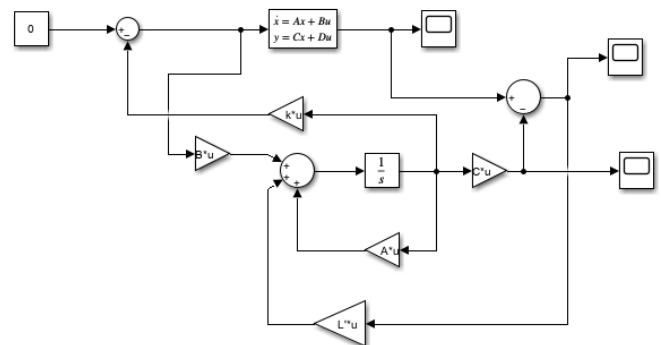


Figura 7: Diagrama de bloques de sistema en lazo cerrado con observador en tiempo continuo.

El diagrama de bloques del observador así como la respuesta del sistema en lazo cerrado en tiempo continuo se puede observar en la Figura 7 y la Figura 8, respectivamente. Observe que el observador reconstruye correctamente la posición del sistema.

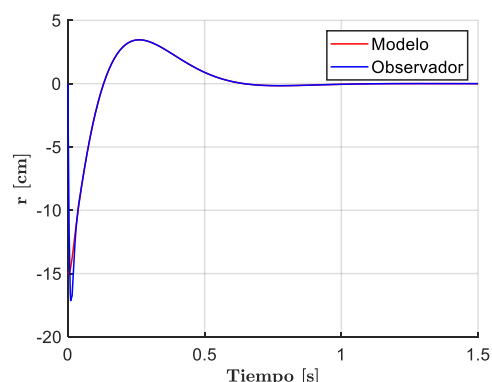


Figura 8: Posición de la bola en tiempo continuo, comparación del modelo con la respuesta del observador.

La velocidad reconstruida se muestra en la Figura 9. En las Figura 10, Figura 11 y Figura 12 se muestran la posición y la velocidad reconstruidas por observar en tiempo discreto.

Las ganancias utilizadas en el observador implementado, es decir en tiempo discreto, se mejoraron utilizando un ajuste fino. Es claro que existen otras técnicas como la derivada numérica o filtro Kalman que se pueden utilizar en lugar del observador de Luenberger propuesto. La técnica utilizada dependerá de las características de las mediciones, el ruido y el tipo de sistema con el que se esté trabajando.

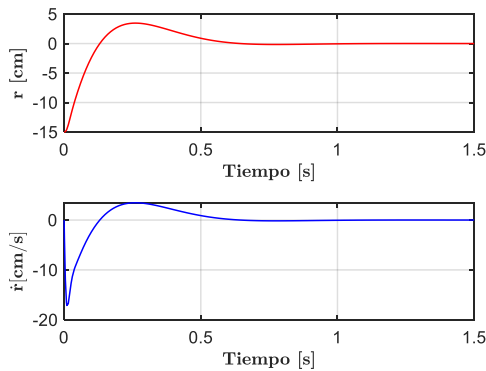


Figura 9: Respuesta de observador en tiempo continuo.

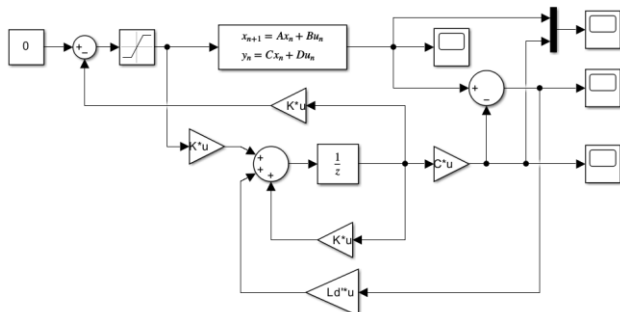


Figura 10: Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado con observador en tiempo discreto.

En la Figura 13 y en la Figura 14 se muestra el error de observación en tiempo continuo y discreto respectivamente. El error de observación de velocidad es posible calcularlo únicamente en simulación ya que es ahí donde se puede conocer como varía la velocidad del sistema y realizar comparaciones. Note que los errores de observación son asintóticamente estables, lo que lleva a concluir que el diseño de los observadores es correcto.

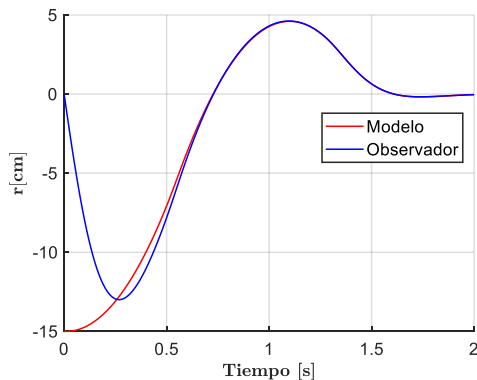


Figura 11: Posición de la bola en tiempo discreto, comparación del modelo con la respuesta del observador.

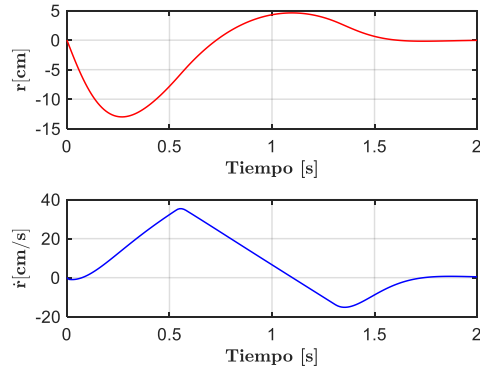


Figura 12: Respuesta del observador en tiempo discreto.

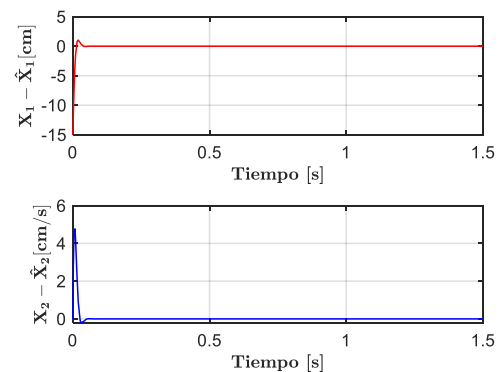


Figura 13: Gráfica del error de observación del sistema en tiempo continuo.

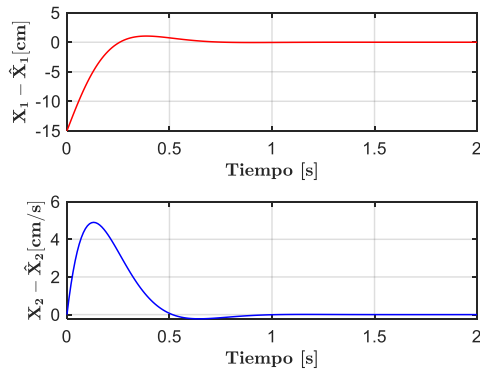


Figura 14: Gráfica del error de observación del sistema en tiempo discreto

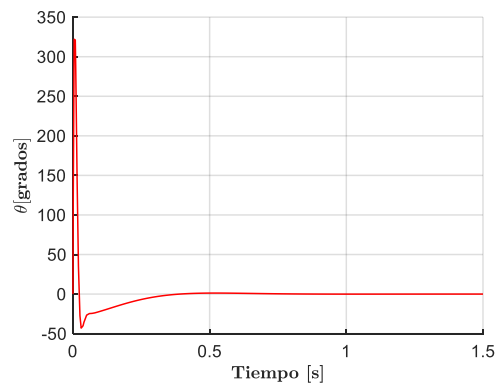


Figura 15: Comportamiento del ángulo del servomotor (entrada) en tiempo continuo.

Para poder implementar el controlador, se debe considerar que tipo de información se tiene disponible y las restricciones físicas del sistema. La Figura 15 muestra el comportamiento

de ángulo del servomotor en tiempo continuo generado en simulación. Los servomotores de rango de giro limitado son el tipo más común de servomotor en el mercado. Estos dispositivos tienen un rango de operación de $[-90^\circ, 90^\circ]$. Observe que la señal de control generada se sale de ese rango, por lo que es necesario usar una saturación. Si el servomotor trabaja en dicho intervalo y considerando la relación (7), el ángulo de la viga trabajará dentro del intervalo $[-5.4^\circ, 5.4^\circ]$ (vea la Figura 16). Manteniendo así el rango de operación necesario para estar cerca del punto de equilibrio.

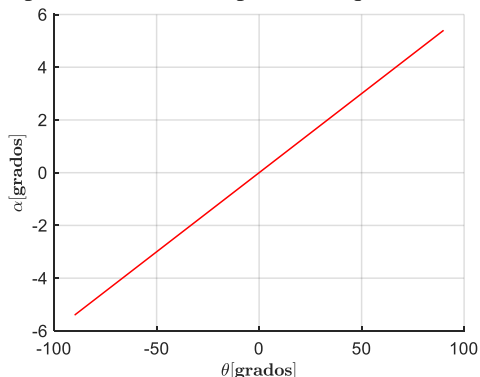


Figura 16: Relación entre los ángulos de la biela y la viga.

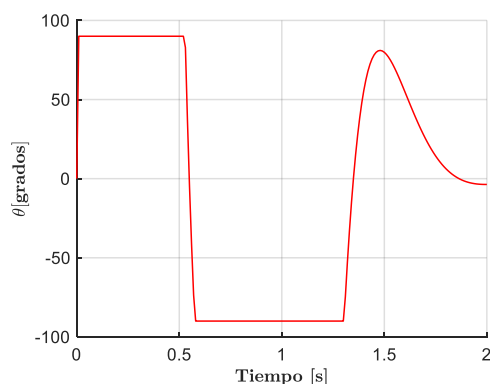


Figura 17: Comportamiento del ángulo del servomotor (entrada) en tiempo discreto

Así en el diseño del sistema en tiempo de discreto se agregó una saturación a la señal de control para garantizar que el movimiento esté dentro de las restricciones físicas del sistema como se puede apreciar en la Figura 17.

6. Diseño del prototipo

Para la elaboración del prototipo se eligieron materiales de bajo costo, la estructura se construyó a base de madera (vea Figura 18). Además, se diseñaron piezas en 3D para el soporte del sensor y la biela para transmitir el movimiento del servomotor cuidando que la relación entre el ángulo de la viga y el servomotor se cumpla.

Para la validación del controlador diseñado se utilizó la técnica de hardware in the loop, para lo cual se empleó la tarjeta de desarrollo STM32F4, además de un sensor ultrasónico para medir la posición de la bola y una tarjeta Arduino para la adquisición de datos.

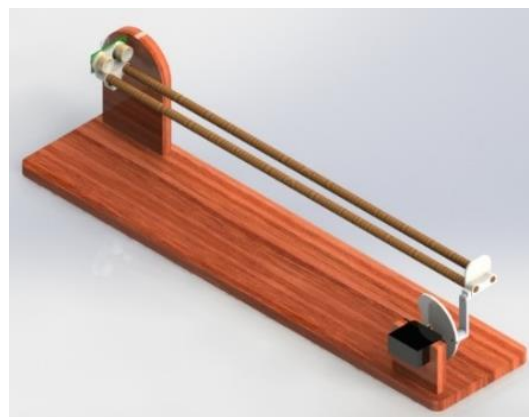


Figura 18: Diseño CAD del sistema bola-viga

Comentario 7: Como se menciona en la introducción, es importante elegir los componentes más adecuados para el sistema. Además del costo, se debe tener en cuenta criterios como la funcionalidad, disponibilidad, seguridad y compatibilidad de los componentes ya sean mecánicos o electrónicos. Una vez construido el prototipo se deben realizar pruebas para validar su funcionamiento. Para el caso de estudio, que los componentes elegidos y diseñados permitan posicionar la pelota en el punto de operación deseado.

La tarjeta STM32F4 tiene la ventaja de ser compatible con una amplia gama de herramientas y programas. El sensor ultrasónico fue utilizado ya que permite detectar objetos independientemente de la transparencia y el color de este. Sin embargo, el sensor tiene problemas de medición cuando el objeto está muy cerca. Por último, la tarjeta Arduino es fácil de usar, es compatible con otros dispositivos, y al igual que los otros dos componentes tiene un costo accesible.

La tarjeta Arduino se destinó para la lectura del sensor, se encarga de adquirir y convertir los datos a valores de distancia con un tiempo de muestreo de 0.01 seg. Por otro lado, el controlador y el observador se programaron en MATLAB, y se utilizó la librería Waijung* (Waijung Blockset, s.f.) para su conexión con la tarjeta STM23F4.

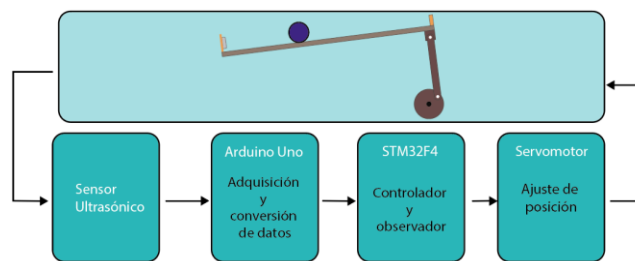


Figura 19: Diagrama de bloques del prototipo.

Cabe mencionar que es posible integrar la adquisición de datos y el control en una sola tarjeta. Sin embargo, por facilidad y por la manera en que está programado el control se optó por utilizar las dos tarjetas. Así el Arduino utiliza interrupciones para leer los datos del sensor ultrasónico y los procesa para obtener valores de posición. Posteriormente, envía por comunicación serial el dato de posición de la bola de acuerdo con el tiempo de muestreo. De esta forma no interfiere con el programa principal y se evitan retardos de ejecución.

* Librería de acceso libre que permite la programación utilizando bloques directos de Simulink de toda la familia de microcontroladores STM32F4

Para tener una mejor perspectiva de las conexiones realizadas, en la Figura 19 se muestra un diagrama de bloques del sistema.

El prototipo construido e instrumentado se muestra en la Figura 20). Después se midió la longitud de la viga y el diámetro de la bola, así como su peso (vea la Figura 21 y la Figura 22), ya que son parámetros fundamentales del modelo que se utilizan en la programación. Los datos obtenidos se muestran en la Tabla 2.

Comentario 8: Es importante destacar, que, si se tienen parámetros desconocidos y no se cuentan con medios físicos para determinarlos, se debe recurrir a algún proceso de identificación paramétrica.

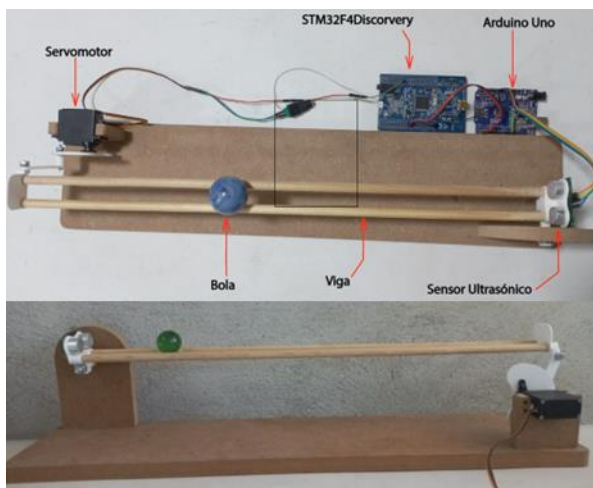


Figura 20: Construcción física del sistema bola-viga.

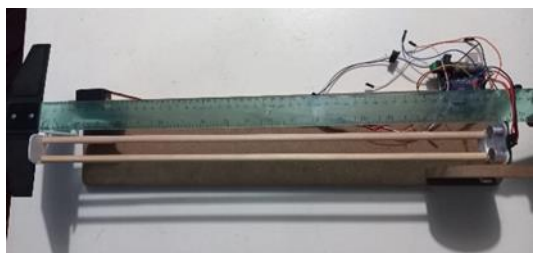


Figura 21: Parametrización de la viga.

7. Pruebas y Resultados

Una vez construido el prototipo fue posible observar un comportamiento similar al de la simulación. Sin embargo, hay una ligera diferencia en la posición de la bola debido a la señal de control que se le envía al servomotor de la viga ya que cuando los cambios son muy pequeños este no es capaz de realizarlos. Esto debido a que la resolución del sensor y el actuador utilizados es limitada. Además, por la naturaleza del material de la viga no se puede realizar un deslizamiento libre de fricción y a cambios muy pequeños en el ángulo de inclinación este no refleja un cambio en la posición de la bola. Por otro lado, como se había mencionado anteriormente el sensor ultrasónico tiene problemas de medición cuando el objeto está muy cerca de este. Realizando pruebas se observó que la distancia óptima de medición es a partir de los tres centímetros por lo tanto se limitó el rango de movimiento de la bola a lo largo de la viga. Mostrando así las limitaciones de las suposiciones realizadas en el modelado.



Figura 22: Parametrización de la bola.

En este trabajo no se realizaron experimentos con perturbaciones externas, aunque el prototipo tiene dinámicas no modeladas las cuales se pueden ver como perturbaciones. Sin embargo, no se sugiere realizar modelados más completos ya que estos pueden hacer que el diseño de los controladores sea una tarea más demandante. Para los casos en que existan dinámicas no modeladas el uso de controladores robustos y técnicas avanzadas de control es más adecuado (Khalil, 2015; Slotine & Li, 1991).

Comentario 9: Es claro que el diseño de los controladores debe tomar en cuenta las restricciones de los actuadores utilizados. Para evitar un daño irreversible en dichos actuadores, es necesario incorporar acciones de saturación. Sin embargo, si el diseño del controlador no es adecuado se puede presentar el efecto de papaloteo (wind-up). Si esto pasa es necesario modificar la arquitectura del controlador para incorporar acciones de anti-papaloteo (anti wind-up) (Åström & Hägglund, 2009).

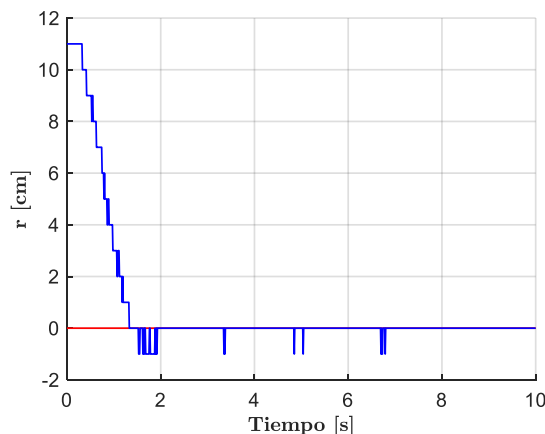


Figura 23: Regulación en cero.

El prototipo se probó primero para asegurar una regulación en el origen. En la Figura 23, se puede observar la regulación de la bola en el origen, partiendo de una condición inicial distinta de cero y aleatoria. Para lograr esto, recuerde que se tuvo que reconstruir la velocidad de la pelota, la cual se muestra en la Figura 24. Se puede decir que la velocidad fue reconstruida correctamente porque la posición reconstruida por el observador converge a la posición medida por el sensor ultrasónico, como se puede apreciar en la Figura 25. Finalmente, la señal de control generada por el Figura 26, donde se puede observar que hay una saturación en -80° y 80° por protección del servomotor.

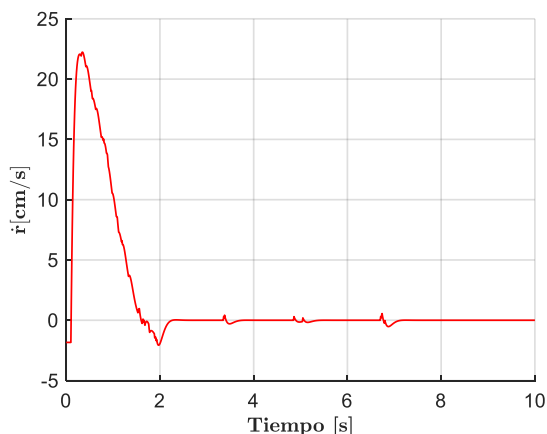


Figura 24: Velocidad dada por el observador (regulación en cero).

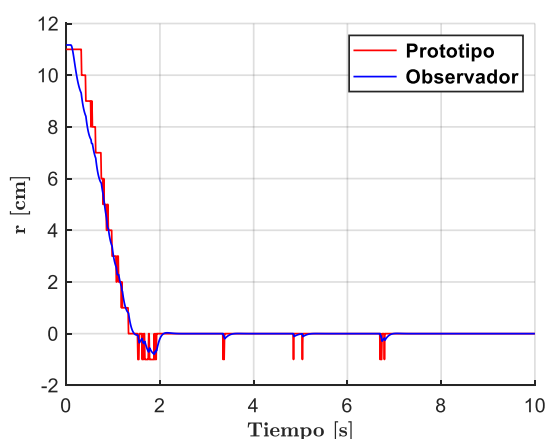


Figura 25: Validación de la posición dada por el observador (regulación en cero).

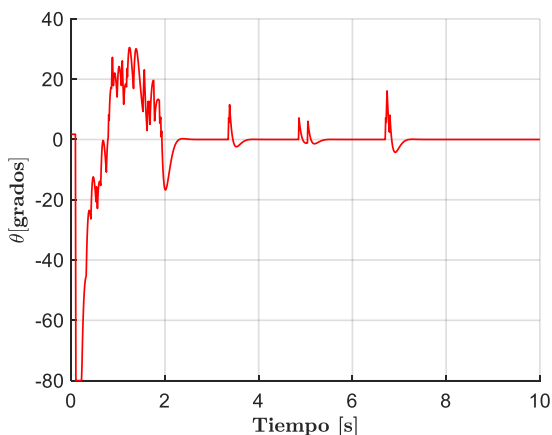


Figura 26: Respuesta del controlador (regulación en cero).

El sistema bola-viga tiene múltiples puntos de equilibrio por lo que es posible realizar la regulación en diferentes posiciones de la bola. Así se probó el prototipo regulando la bola en diferentes puntos de operación como se muestra en la Figura 27. Observe que la bola llega a la referencia definida independientemente de su posición inicial, aunque el tiempo en que dicha regulación se lleva a cabo depende de la distancia que la pelota debe recorrer. Esto se puede acelerar modificando el diseño del controlador, pero puede ocasionar que el actuador se sature. Sin embargo, si se requiere una mejor prestación del sistema, se pueden usar estrategias basadas en técnicas no

lineales que aprovechen las dinámicas no lineales del sistema (Sira-Ramirez, Marquez, Rivas Echeverría, & LLanes, 2005).

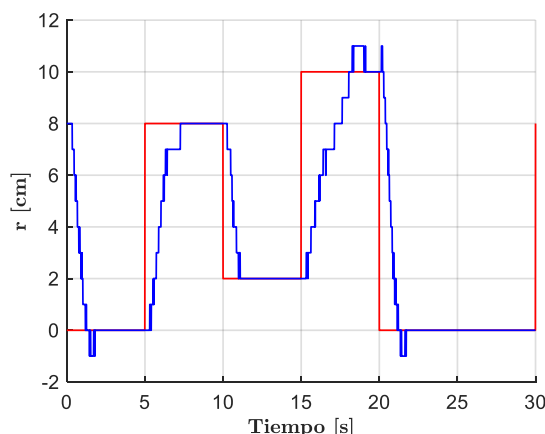


Figura 27: Experimento con diferentes puntos de operación.

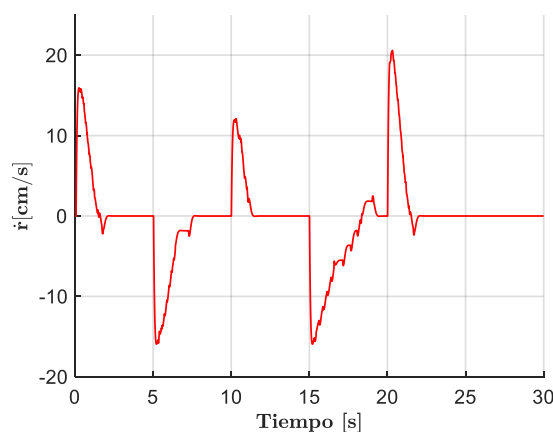


Figura 28: Velocidad dada por el observador (diferentes puntos de operación).

Además, la Figura 28 muestra cómo va cambiando la velocidad conforme pasa el tiempo y la posición de la bola va cambiando, se puede observar que cada vez que la bola llega a la posición deseada la velocidad se vuelve cero. Luego, la Figura 29 muestra la comparación que ya se había realizado anteriormente de la posición dada por el observador contra el modelo, pero está vez de manera experimental. En la Figura 30 se puede observar la señal de control generada.

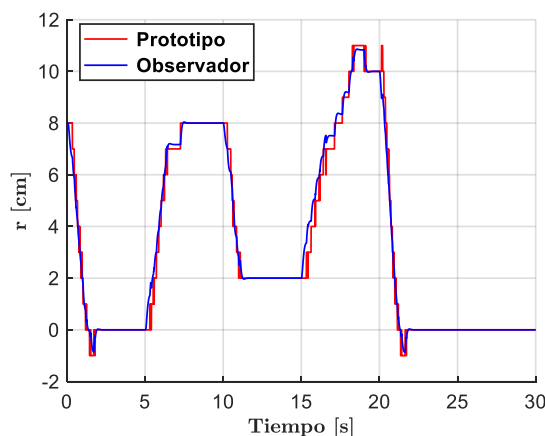


Figura 29: Validación de la posición dada por el observador (diferentes puntos de operación).

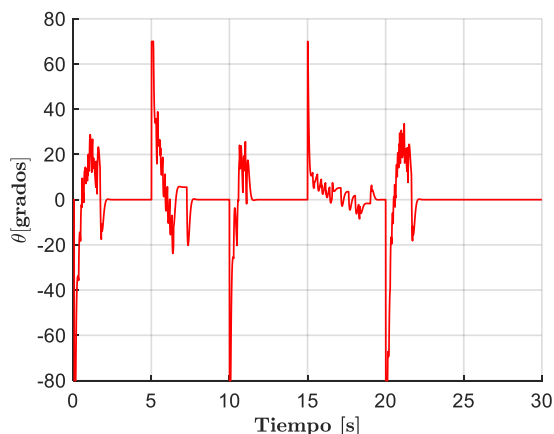


Figura 30: Respuesta del controlador (diferentes puntos de operación).

8. Conclusiones

Muchas veces se obvia la implementación experimental de proyectos mecatrónicos, ya que aplicar los conceptos teóricos en un sistema físico puede ser más complicado de lo que se piensa debido a que puede haber pasos adicionales para realizarlo. Además, de que las variables, los cálculos y las simulaciones pueden tomar cualquier valor arrojando un resultado teóricamente correcto. Sin embargo, en realidad los elementos que se utilizan para construir los sistemas tienen limitaciones que hay que tener en cuenta para lograr un correcto funcionamiento.

En este artículo se realizó un análisis del procedimiento de diseño de controladores por retroalimentación de estados para un sistema bola-viga. Mostrando discusiones de los puntos finos que hay que considerar durante el proceso de diseño e implementación de controladores en sistemas reales.

Se puede concluir que con componentes de bajo costo es posible emular el funcionamiento de sistemas más complejos, pero que el uso de dichos elementos tiene limitaciones físicas. Lo cual puede ser el problema más complicado cuando se quiere pasar de un sistema teórico a práctico, ya que no son tomadas en cuenta inicialmente. En el caso estudiado, se encontraron diferentes retos, por ejemplo, la discretización del sistema para utilizar la tarjeta que permite el control, el tiempo de muestreo adecuado, el rango de trabajo del sensor ultrasónico, el acondicionamiento de señales para el actuador, entre otros. Además, se muestra cómo es posible integrar las etapas como el diseño, modelado, control e implementación para el desarrollo de sistemas mecatrónicos funcionales.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Programa Institucional de Formación de Investigadores (PIFI) por el apoyo económico, así como a la Secretaría de Investigación y Posgrado del Instituto Politécnico Nacional SIP-IPN, proyectos: 20231269 y 20232196.

Referencias

- Åström, K. J., & Hägglund, T. (2009). *Control PID avanzado*. Madrid: Pearson.
- Åström, K. J., & Murray, R. M. (2021). *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*. Princeton university press.
- Auslander, D. (1996). What is mechatronics? *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 5-9.
- Castro-Mendoza, J. C., Cabrera-Velázquez, C. J., Ríos-Montiel, E., Pérez-Silva, D., & Villafuerte-Segura, R. (2022). *Sistema Bola-Viga: Construcción y aplicación de técnicas de control*. Pádi Boletín Científico De Ciencias Básicas E Ingenierías Del ICBI, 10(Especial6), 107-116
- Davis, G. U. (2006). The role of case studies for the integration of sustainable development into the education of engineers. *World Transactions on Engineering and Technology Education*.
- Golnaraghi, F., & Kuo, B. C. (2017). *Automatic Control Systems*. McGraw-Hill Education.
- Kaltjob, P. O. (2020). *Control of Mechatronic Systems: Model-Driven Design and Implementation Guidelines*.
- Khalil, H. K. (2015). *Nonlinear control (Vol. 406)*. New York: Pearson.
- Mani Maalini, P. V., Prabhakar, G., & Selvaperumal, S. (2016). Modelling and Control of Ball and Beam System using PID Controller. *International Conference on Advanced Communication Control and Computing Technologies*.
- Nise, N. S. (2020). *Control systems engineering*. John Wiley & Sons.
- Ogata, K. (1996). *Discrete Time Control Systems*. Prentice-Hall, Inc.
- Prokhorov, D. V. (2000). Neurocontroller Alternativ oller Alternatives for "F es for "Fuzzy" Ball-and-Beam Systems " Ball-and-Beam Systems with Nonuniform Nonlinear Friction. *Electrical and Computer Engineering Faculty Research & Creative Works*.
- Sira-Ramirez, H., Marquez, R., Rivas Echeverría, F., & LLanes, S. O. (2005). *Control de sistemas no lineales: Linealización aproximada, extendida, exacta*. Pearson Prentice Hall.
- Slotine, J. E., & Li, W. (1991). *Applied nonlinear control (Vol. 199, No. 1, p. 705)*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall.
- Thorton, S., & Marion, J. (2021). *Classical dynamics of particles and systems*. Cengage Learning.
- Valluru, S., Singh, M., & Singh, S. (2016). Prototype Design and Analysis of Controllers for One Dimensional Ball and Beam System. *1st IEEE International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems*.
- Waijung Blockset. (s.f.). Obtenido de <https://waijung1.aimagin.com/>
- Williams, R. L., & Lawrence, D. A. (2007). *Linear state-space control systems*. John Wiley & Sons, Inc.