

## Seguimiento en formación para un sistema multi-agente heterogéneo Formation tracking for a heterogeneous multi-agent system

J. L. Alfonso-Jiménez <sup>a</sup>, J. Santiaguillo-Salinas <sup>a,\*</sup>, H. N. García-Lozano <sup>a</sup>, N. Pérez-Castro <sup>a</sup>

<sup>a</sup>División de Estudios de Posgrado, Universidad del Papaloapan, 68400, Loma Bonita, Oaxaca, México.

### Resumen

En este trabajo, se presenta el diseño de una estrategia de control para lograr el seguimiento en formación de un sistema multi-agente heterogéneo. El modelado de este sistema se basa en los principios de la teoría algebraica de grafos. En particular, el sistema multi-agente comprende dos tipos distintos de agentes: un conjunto de robots móviles Ackerman y otro de robots móviles diferenciales. Esta propuesta de control radica en permitir que un subgrupo de agentes, designado como “seguidores”, logre alcanzar y mantener una formación predefinida, con respecto a un “líder”. El líder tiene la tarea de seguir una trayectoria deseada. Los resultados teóricos son validados a través de una simulación numérica, donde se muestra la capacidad de esta estrategia para coordinar múltiples robots de distintos tipos.

**Palabras Clave:** Sistema multi-agente, sistema heterogéneo, seguimiento de formación, robot Ackerman, robot diferencial.

### Abstract

In this work, the design of a control strategy to achieve formation tracking in a heterogeneous multi-agent system is presented. The modeling of this system is based on the principles of algebraic graph theory. In particular, the system comprises two different types of agents: Ackermann and differential mobile robots. This control proposal lies in enabling a subgroup of agents designated as “followers” to achieve and maintain a predefined formation with respect to a “leader”. The leader has the task to track a desired trajectory. The theoretical results are validated through numerical simulation, where the ability of this strategy to coordinate multiple robots of different types is demonstrated.

**Keywords:** Multi-agent system, heterogeneous system, formation tracking, Ackerman robot, differential robot.

## 1. Introducción

Los sistemas multi-agentes se componen por un conjunto de agentes autónomos que interactúan entre sí y con su entorno para lograr objetivos específicos. Éstos agentes pueden ser robots, vehículos, dispositivos o incluso programas informáticos (Aldás López, 2022) y se clasifican en dos categorías generales como homogéneos, donde los agentes son similares en términos de capacidades (Sanz-Gómez, 2003) y heterogéneos. La heterogeneidad significa que los agentes pueden variar en términos de sus capacidades, sensores, actuadores o incluso sus objetivos individuales (Birk y Belpaeme, 1998).

Algunos trabajos relacionados con sistemas multi-agente homogéneos son mencionados a continuación. En (Aldás López, 2022) se presenta un sistema multi-agente con mini-robots móviles, los cuales trabajan en forma colaborativa

para realizar tareas de mapeo digital, en un entorno estructurado. En (Acevedo *et al.*, 2011) se trata el problema de vigilancia de una determinada área con un grupo de robots móviles, aplicando dos algoritmos, uno descentralizado y otro distribuido. En (Santiaguillo-Salinas y Aranda-Bricaire, 2017b) son exploradas soluciones para la evasión de obstáculos en formaciones variantes en el tiempo.

En los trabajos mencionados a continuación se utilizan sistemas multi-agente heterogéneos. En (Ferreira-Vazquez *et al.*, 2016) se desarrollan estrategias de control de formaciones basado en distancia utilizando información angular entre robots. En (Nievas *et al.*, 2019) se aborda el problema de asignación de sensores: ultrasónico y telémetros láser, a un equipo de robots heterogéneos con el fin de explorar un ambiente desconocido y construir un mapa del mismo.

El estudio de los sistemas multi-agente abarca diversas

\* Autor para correspondencia: jsantiaguillo@outlook.com

**Correo electrónico:** jluis.01@icloud.com (José Luis Alfonso-Jiménez), jsantiaguillo@outlook.com (Jesús Santiaguillo-Salinas), garcia.hiram@gmail.com (Hiram Netzahualcōyotl García-Lozano), perez.castro.nancy@gmail.com (Nancy Pérez-Castro).

**Historial del manuscrito:** recibido el 13/11/2023, última versión-revisada recibida el 09/03/2024, aceptado el 10/03/2024, publicado el 22/04/2024. **DOI:** <https://doi.org/10.29057/icbi.v12iEspecial2.12073>



áreas de investigación, entre las cuales destaca la coordinación del movimiento (Rosaldó-Serrano y Aranda-Bricaire, 2014). En ella se emplea el esquema líder-seguidor, en donde un agente líder guía y dirige el movimiento de agentes seguidores (Tiang Tan *et al.*, 2016). En (Guzmán *et al.*, 2014) se examina el seguimiento en formación, esto es, un subgrupo de agentes mantiene una forma geométrica deseada, mientras siguen la trayectoria de un líder. El seguimiento en formación requiere de una organización espacial precisa, por parte de los agentes, mediante su coordinación. En (Eusebio y Yaveni, 2014) se propone una estrategia para lograr una formación con robots seguidores, realizando distintos patrones geométricos, siguiendo a un líder.

En este trabajo se presenta el modelado, diseño y simulación de una estrategia de control para el seguimiento en formación de un sistema multi-agente heterogéneo. Para el modelado del sistema se utilizan los principios de la teoría algebraica de grafos. Cada agente se representa con un vértice y la comunicación entre ellos por medio de una arista. El sistema multi-agente está compuesto por dos tipos distintos de robots móviles: Ackerman y diferencial. Para el diseño de la estrategia de control, se emplea un enfoque de linealización con retroalimentación de estados. Se considera el esquema líder-seguidor. El líder tiene la tarea de seguir una trayectoria deseada, mientras los seguidores realizan una formación con respecto al líder. Los resultados teóricos son validados numéricamente en una simulación.

La estructura de este trabajo es la siguiente. En la Sección II se presentan los modelos cinemáticos del robot diferencial y del robot Ackerman. Además, en esta sección, se utilizan las herramientas de la teoría algebraica de grafos necesarias para modelar el sistema multi-agente. En la Sección III se plantea el problema. La Sección IV detalla el diseño de la estrategia de control para el seguimiento de formación. La validación numérica de los resultados teóricos se muestran en la Sección V. Finalmente, la Sección VI presenta las conclusiones y trabajos futuros.

## 2. Preliminares

### 2.1. Modelado cinemático del robot diferencial

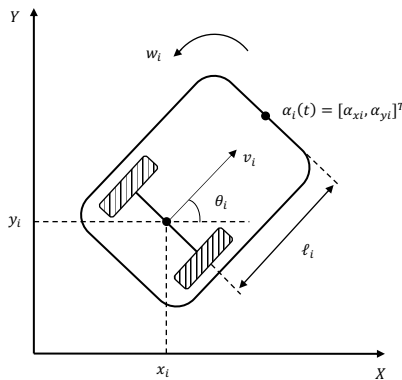


Figura 1: Esquema del robot Diferencial.

En esta sección se presenta el modelo cinemático de un conjunto de robots móviles en tracción diferencial,  $N_d = \{R_1, \dots, R_p\}$

que se mueven en el plano, con posiciones  $\xi_i = [x_i, y_i]^T$  para  $i = 1, \dots, p$ . De acuerdo con (Hernandez-Martinez y Aranda-Bricaire, 2009), de la Figura 1, el modelo cinemático de cada robot está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i(\theta_i) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, p, \quad (1)$$

donde  $\theta_i$  es el ángulo de orientación del robot, con respecto al eje X,  $A_i(\theta_i)$  es la matriz de desacoplamiento,  $v_i$  y  $w_i$  son las velocidades longitudinal y angular, respectivamente.

Considerando  $\xi_i$  como salida del sistema (1), la matriz de desacoplamiento  $A_i(\theta_i)$  es singular. Para evitar dicha singularidad, se estudia la cinemática de un punto  $\alpha_i$ , fuera del eje de las ruedas del robot, cuyas coordenadas son

$$\alpha_i = \begin{bmatrix} \alpha_{xi} \\ \alpha_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + \ell_i \cos \theta_i \\ y_i + \ell_i \sin \theta_i \end{bmatrix}, \quad (2)$$

con  $\ell_i$  la distancia del punto medio del eje de las ruedas al punto  $\alpha_i$ . La cinemática del punto  $\alpha_i$  está dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_{xi} \\ \dot{\alpha}_{yi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\ell_i \sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \ell_i \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = A_i(\theta_i, \ell_i) \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Aquí  $A_i(\theta_i, \ell_i)$  es la nueva matriz de desacoplamiento, la cual es no singular, dado que  $\det(A_i(\theta_i, \ell_i)) = \ell_i$ . El modelo cinemático (3), se ocupa para el diseño de la estrategia de control.

### 2.2. Modelado cinemático del robot Ackerman

Sea  $N_a = \{R_1, \dots, R_q\}$  un conjunto de robots móviles en configuración Ackerman, que se mueven en el plano con posiciones  $\xi_j = [x_j, y_j]^T$ , para  $j = 1, \dots, q$ . Figura 2. Con base en (Santiaguillo-Salinas *et al.*, 2021), el modelo cinemático del robot está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_j \\ \dot{y}_j \\ \dot{\theta}_j \\ \dot{\phi}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & 0 \\ \sin \theta_j & 0 \\ \frac{\tan \phi_j}{\ell_j} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_j \\ w_j \end{bmatrix}, \quad j = 1, \dots, q, \quad (4)$$

donde  $\xi_j = [x_j, y_j]^T$  son las coordenadas del punto medio del eje de las ruedas traseras del robot  $j$ ,  $\theta_j$  es el ángulo de orientación del cuerpo del robot con respecto al eje X,  $\ell_j$  es la distancia entre los ejes de las ruedas,  $\phi_j$  es el ángulo de orientación de las ruedas delanteras,  $v_j$  es la velocidad longitudinal del cuerpo del robot y  $w_j$  es la velocidad angular de las ruedas delanteras.

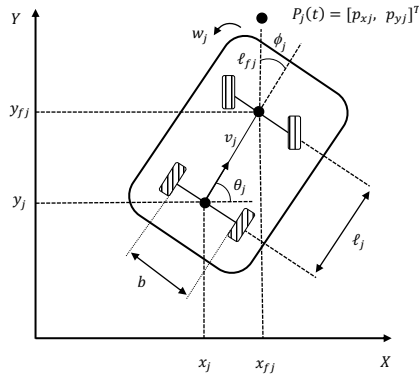


Figura 2: Esquema del Robot Ackerman.

Considerando  $\xi_j$  como salida a controlar tenemos

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_j \\ \dot{y}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & 0 \\ \sin \theta_j & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_j \\ w_j \end{bmatrix} = A_j(\theta_j) \begin{bmatrix} v_j \\ w_j \end{bmatrix}, \quad (5)$$

donde  $A_j(\theta_j)$ , la matriz de desacoplamiento del sistema, es singular. Para diseñar la estrategia de control, se selecciona como la salida un punto  $P_j$ , en la parte frontal del robot, cuyas coordenadas son

$$P_j = \begin{bmatrix} p_{xj} \\ p_{yj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{fj} + \ell_{fj} \cos(\theta_j + \phi_j) \\ y_{fj} + \ell_{fj} \sin(\theta_j + \phi_j) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

con  $\ell_j \neq 0$ . Las coordenadas del punto medio del eje de las ruedas delanteras dadas por

$$\begin{bmatrix} x_{fj} \\ y_{fj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_j + \ell_j \cos \theta_j \\ y_j + \ell_j \sin \theta_j \end{bmatrix}. \quad (7)$$

La cinemática del punto  $P_j$  resulta

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{xj} \\ \dot{p}_{yj} \end{bmatrix} = A_j(\theta_j, \phi_j) \begin{bmatrix} v_j \\ w_j \end{bmatrix}, \quad (8)$$

donde  $A_j(\theta_j, \phi_j)$  es la nueva matriz de desacoplamiento

$$A_j(\theta_j, \phi_j) = \begin{bmatrix} \cos \theta_j - \sin \theta_j \tan \phi_j - \ell_j \sin \delta_j \frac{\tan \phi_j}{\ell_j} & -\ell_{fj} \sin \delta_j \\ \sin \theta_j + \cos \theta_j \tan \phi_j + \ell_j \sin \delta_j \frac{\tan \phi_j}{\ell_j} & \ell_{fj} \sin \delta_j \end{bmatrix}, \quad (9)$$

con  $\delta_j = \theta_j + \phi_j$ . De acuerdo a los límites físicos para este tipo de robots  $-\frac{\pi}{2} < \phi_j < \frac{\pi}{2}$ , por lo tanto  $\det(A_j(\theta_j, \phi_j)) = \frac{\ell_{fj}}{\cos \phi_j} \neq 0$ . El modelo cinemático dado por (8), es el que se ocupa para el diseño de la estrategia de control.

### 2.3. Teoría algebraica de grafos

De acuerdo con (Santiaguillo-Salinas y Aranda-Bricaire, 2017a), sea  $N = \{R_1, \dots, R_n\}$  un conjunto de agentes móviles y  $N_i$  el subconjunto de agentes que tienen un flujo de información hacia el  $i$ -ésimo agente. Una gráfica de formación  $G = \{V, E, C\}$  está formada por

- Un conjunto de vértices  $V = \{R_1, \dots, R_n\}$  que corresponden a los  $n$  agentes del sistema.

- Un conjunto de aristas  $E = \{(R_j, R_i) \in V \times V \mid j \in N_i\}$ , donde cada arista representa el flujo de información que va del agente  $R_j$  al agente  $R_i$ .
- Un conjunto de etiquetas  $C = \{c_{ji} = R_i - R_j\}$  con  $(R_j, R_i) \in E, \forall i \neq j, R_j \in N_i$ , es decir,  $c_{ji}$  es un vector que especifica la posición relativa deseada entre el agente  $R_j$  con respecto al agente  $R_i$ .

Dada una gráfica de formación  $G$ , el Laplaciano asociado con dicha gráfica está dado por

$$L(G) = \Delta - A_d, \quad (10)$$

donde  $\Delta$  es la matriz de grados definida por

$$\Delta = \text{diag}\{g_1, \dots, g_n\}, \quad (11)$$

con  $g_i = \text{card}\{N_i\}$ ,  $i = 1, \dots, n$  y  $A_d$  es la matriz de adyacencia de  $G$ , donde cada elemento de la matriz está definido por

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } (R_j, R_i) \in E \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (12)$$

El conjunto  $N = \{R_1, \dots, R_n\}$  se compone de dos subconjuntos disjuntos, de modo que  $N = N_d \cup N_a$ , donde  $N_d = \{R_1, \dots, R_p\}$ , es el subconjunto de robots diferenciales y  $N_a = \{R_{p+1}, \dots, R_n\}$ , es el subconjunto de robots Ackerman. El agente  $R_n$  es el líder, con la tarea de seguir una trayectoria deseada. Los  $n-1$  agentes restantes, deben realizar una formación con respecto al líder.

### 3. Planteamiento del problema

Sea  $m(t) = [m_x(t), m_y(t)]^T$  una trayectoria continuamente diferenciable y preestablecida por el usuario.

Sea  $\alpha_i(t) = [\alpha_{xi}(t), \alpha_{yi}(t)]^T$ , la posición del  $i$ -ésimo robot diferencial y  $P_j(t) = [P_{xj}(t), P_{yj}(t)]^T$ , la posición del  $j$ -ésimo ackerman. El objetivo del trabajo es diseñar una estrategia de control, tal que

- Se mantenga el seguimiento asintótico de la trayectoria por parte del robot líder (control de seguimiento), i. e.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (P_n(t) - m(t)) = 0.$$

- Se garantice la convergencia a un patrón geométrico deseado, por parte de los robots seguidores, con respecto al líder

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\alpha_i(t) - \alpha_j^d(t)) = 0, \quad i = 1, \dots, p,$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (P_j(t) - P_j^d(t)) = 0, \quad j = p+1, \dots, n-1.$$

Esto se denomina control de formación, con  $P_j^d(t) = P_n(t) + c_{jn}$  y  $\alpha_i^d(t) = P_n(t) + c_{in}$  las posiciones relativas de los seguidores dentro de la formación deseada con respecto al líder. La posición relativa de cada seguidor dentro de la formación deseada dependerá de la posición del robot líder más un vector de posición.

#### 4. Estrategia de cóntrol

Para asegurar el seguimiento en formación, se propone una estrategia de cóntrol por linealización de estados (Mellado, 2017) dada por

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} v_i \\ w_i \end{bmatrix} = A_i^{-1}(\theta_i, \ell_i)u_i, & i = 1, \dots, p, \\ \begin{bmatrix} v_j \\ w_j \end{bmatrix} = A_j^{-1}(\theta_j, \phi_j)u_j, & j = P = 1, \dots, n - 1, \\ \begin{bmatrix} v_n \\ w_n \end{bmatrix} = A_n^{-1}(\theta_n, \phi_n)u_n, \end{cases} \quad (13)$$

donde  $A_i^{-1}(\theta_i, \ell_i)$  es la inversa de la matriz de desacoplamiento para el  $i$ -ésimo robot diferencial y  $A_j^{-1}(\theta_j, \phi_j)$  es la inversa de la matriz de desacoplamiento para el  $j$ -ésimo robot Ackerman. Las variables de control auxiliar están dadas por

$$u_i = \begin{bmatrix} r_{ix} \\ r_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_i(\alpha_{ix} - \alpha_{ix}^d) + \dot{\alpha}_{ix}^d \\ -k_i(\alpha_{iy} - \alpha_{iy}^d) + \dot{\alpha}_{iy}^d \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$u_j = \begin{bmatrix} r_{jx} \\ r_{jy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_j(P_{jx} - P_{jx}^d) + \dot{P}_{jx}^d \\ -k_j(P_{jy} - P_{jy}^d) + \dot{P}_{jy}^d \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$u_n = \begin{bmatrix} r_{nx} \\ r_{ny} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_n(P_{nx} - m(t)_x) + \dot{m}(t)_x \\ -k_n(P_{ny} - m(t)_y) + \dot{m}(t)_y \end{bmatrix}, \quad (16)$$

con  $\dot{m}(t)$  la velocidad de la trayectoria deseada,  $\dot{\alpha}_i$  la velocidad deseada del  $i$ -ésimo robot seguidor diferencial,  $P_j$  la velocidad deseada del  $j$ -ésimo robot seguidor Ackerman y  $k_n, k_i, k_j > 0$  las ganancias de control.

**Proposición 1.** *Considere el sistema multi-agente conformado por robots diferenciales y Ackerman, representados por los sistemas (3)-(8) y la estrategia de control dada por (13), con  $k_i, k_j, k_n > 0$ . Entonces, en el sistema en lazo cerrado (3)-(8)-(13), el robot líder converge a la trayectoria deseada, mientras que los seguidores realizan una formación con respecto al líder*

**Demostración.** El sistema en lazo cerrado (3)-(8)-(13) resulta

$$\dot{x} = Ax + C, \quad (17)$$

donde  $x = [\alpha_1, \dots, \alpha_p, P_{p+1}, \dots, P_{n-1}, P_n]^T$ ,

$$C = \begin{bmatrix} k_1\alpha_1^d + \dot{\alpha}_1^d \\ \vdots \\ k_p\alpha_p^d + \dot{\alpha}_p^d \\ k_{(p+1)}P_{(p+1)}^d + \dot{P}_{(p+1)}^d \\ \vdots \\ k_{(n-1)}P_{(n-1)}^d + \dot{P}_{(n-1)}^d \\ k_n m(t) + \dot{m}(t) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

y

$$A = -K(L(G) + N), \quad (19)$$

con  $K = \text{diag}\{k_1, \dots, k_{p+1}, k_{p+1}, \dots, k_{n-1}, k_n\}$  una matriz diagonal con las ganancias de control,  $L(G)$  el Laplaciano del sistema

dado por

$$L(G) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

y

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

El sistema en coordenadas del error está dado por

$$\begin{cases} e_i = \alpha_i - \alpha_i^d, & i = 1, \dots, p, \\ e_j = P_j - P_j^d, & j = p + 1, \dots, n - 1, \\ e_n = P_n - m(t). \end{cases} \quad (22)$$

La dinámica del error resulta

$$\dot{e} = -Ke, \quad (23)$$

con  $e = [e_1, \dots, e_n]^T$ . Dado que  $K$  es una matriz diagonal donde los elementos de dicha diagonal son las ganancias de control  $k_1, \dots, k_n$  y estas son mayores que cero, entonces  $K$  es Hurwitz, por lo tanto, los errores convergen asintóticamente a cero.  $\square$

#### 5. Validación numérica

Para la validación numérica del sistema (3)-(8) con la estrategia de control (13), se utilizó MATLAB/simulink. A continuación se presentan los resultados obtenidos. Se considera un sistema multi-agente, formado por siete robots, tres robots Ackerman, de los cuales dos seguidores y un líder, y cuatro robots diferenciales seguidores. La gráfica de formación correspondiente a este sistema se presenta en la Figura 3.

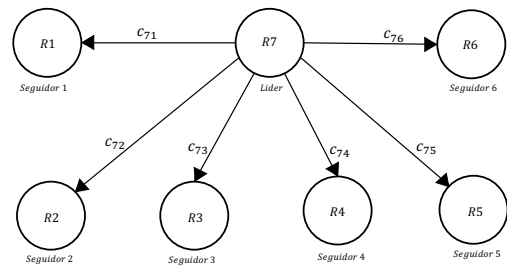


Figura 3: Gráfica de formación para la validación numérica.

Los parámetros de los robots son: para los robots Ackerman  $\ell_f = 0,10m$ ,  $\ell = 0,20m$ ; para los robots diferenciales  $\ell =$

0,10m. Los vectores de posición entre el líder y los seguidores son los siguientes

$$\begin{aligned} c_{71} &= [-1, 0]^T, \\ c_{72} &= [-1, -1]^T, \\ c_{73} &= [-0,5, -1]^T, \\ c_{74} &= [0,5, -1]^T, \\ c_{75} &= [1, -1]^T, \\ c_{76} &= [1, 0]^T. \end{aligned}$$

La trayectoria deseada está dada por

$$m(t) = \left[ 3 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right), 2 \sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right) \right]^T,$$

con un periodo  $T = 60s$ . Las ganancias de control son  $k_1, \dots, k_n = 1$ . En la Figura 4 se pueden observar las trayectorias realizadas por el robot líder y los robots seguidores, en distintos instantes de tiempo. Los robots inician fuera de sus posiciones deseadas. El líder alcanza a la trayectoria deseada, mientras los seguidores logran la formación deseada con respecto al líder.

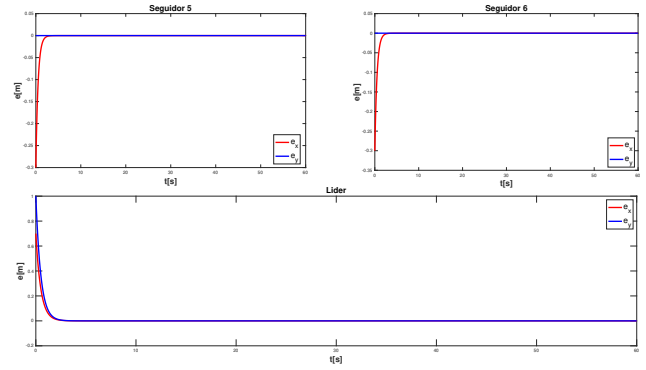


Figura 6: Señales de error robots Ackerman.

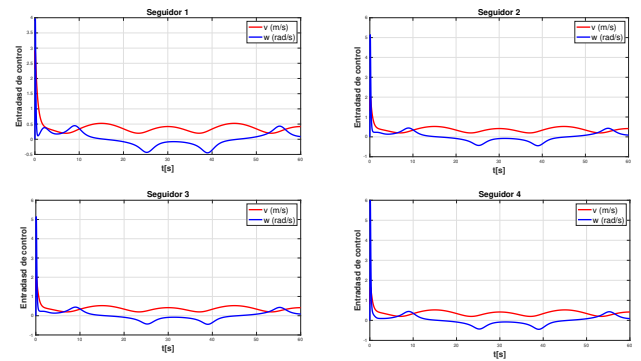


Figura 7: Entradas de control robots diferenciales.

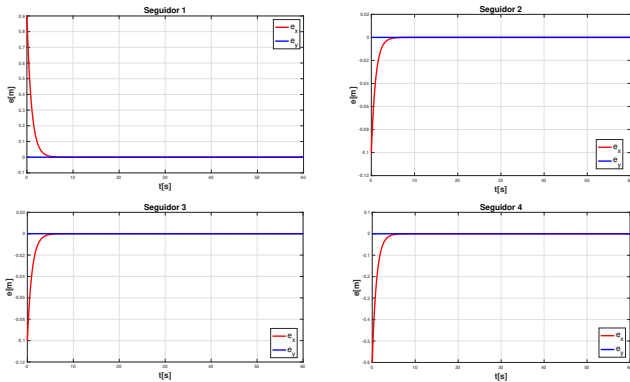


Figura 5: Señales de error robots diferenciales.

La Figura 5 muestra las gráficas del error obtenidas para los robots diferenciales y en la Figura 6 para los robots Ackerman. Como se puede observar, todos los errores convergen a cero aproximadamente al segundo 6. En las Figuras 7 y 8 se presentan las gráficas de las señales de control obtenidas para los robots diferenciales, así como para los robots Ackerman, respectivamente. Como se observa, al iniciar el movimiento, el control es relativamente elevado, mientras se guía al robot hacia la formación deseada, durante los primeros instantes de tiempo. Una vez que el robot se encuentra en la trayectoria deseada (o en su caso seguimiento de formación), el error se mantiene cercano a cero. Es importante destacar que en todo momento las señales de control están limitadas, asegurando así un control acotado.

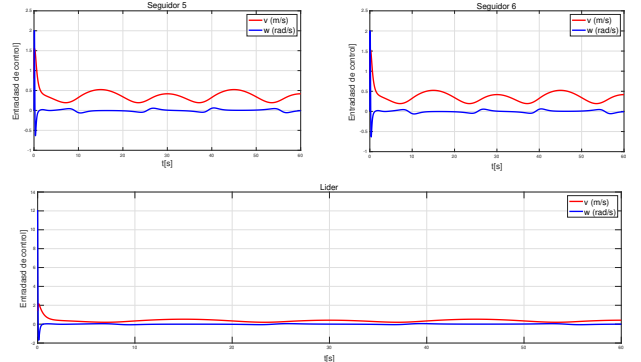


Figura 8: Entradas de control robots Ackerman.

## 6. Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se presenta una estrategia de control para lograr el seguimiento en formación con un sistema multi-agente heterogéneo. Este sistema está conformado por dos tipos de robots móviles, Ackerman y diferencial. El sistema multi-agente es modelado utilizando teoría algebraica de grafos, mientras que, para los robots móviles, se utiliza el modelo cinemático. Para el robot diferencial se considera un punto  $\alpha$  en la parte frontal del vehículo como salida a controlar. Para el robot Ackerman se considera tracción trasera y como salida a controlar un punto  $P$  en la parte frontal del robot, fuera del eje de las

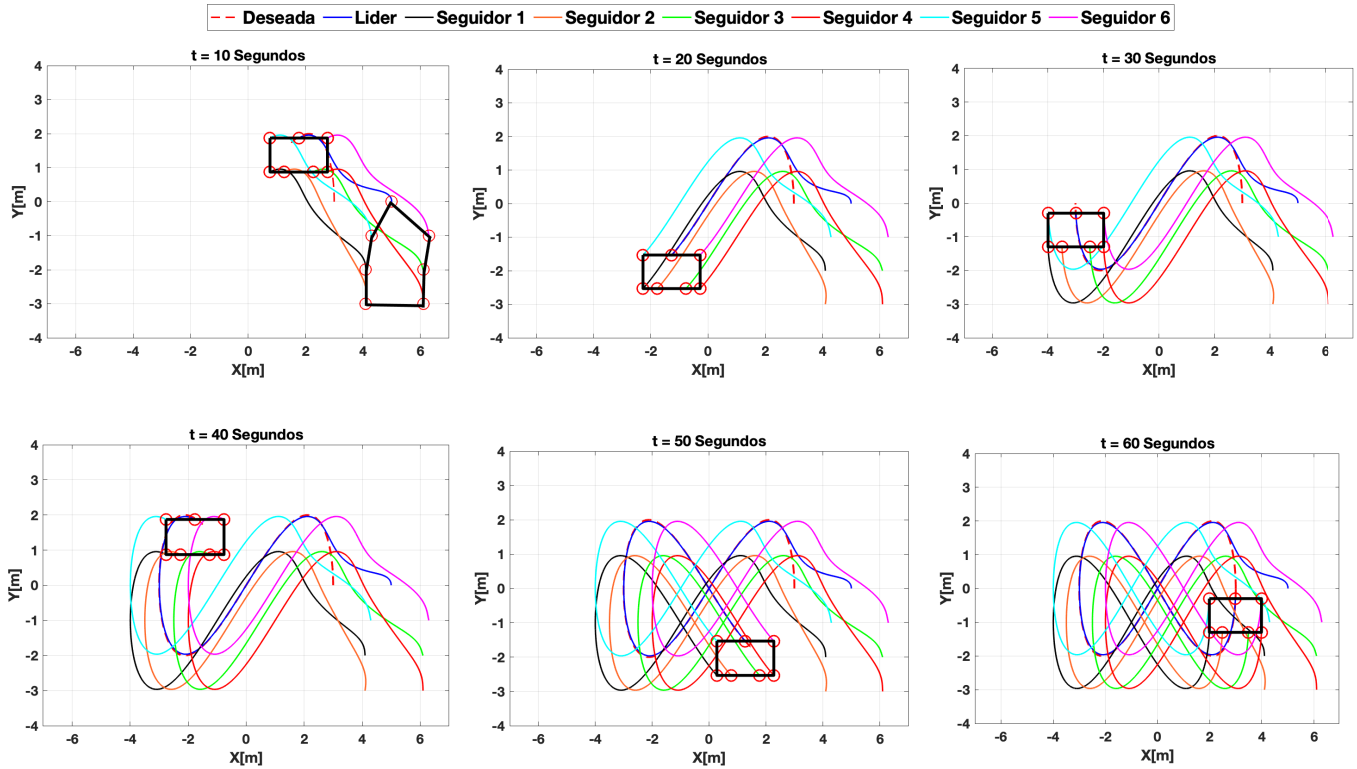


Figura 4: Trayectorias de los robots.

ruedas delanteras. Para el diseño de la estrategia de control se utiliza el esquema líder-seguidor, donde el líder se encarga de realizar el seguimiento de una trayectoria predefinida, mientras el resto de agentes seguidores alcanzan y mantienen una formación deseada con respecto al líder. Los resultados teóricos son validados numéricamente.

Como trabajo futuro se pretende hacer la validación experimental de la estrategia de control diseñada. Además, considerar un tipo más de robot móvil en el sistema, el robot omnidireccional. También se propone aumentar la complejidad en la estrategia de control teniendo ahora formaciones variantes en el tiempo. De esta forma lograr modificar las formaciones deseadas con rotaciones y escalamientos.

## Referencias

- Acevedo, J., Arrue, B., Maza, I., Ollero, A., y de Ingenieros, E. S. (2011). Distribución óptima de múltiples robots en vigilancia de perímetros. En *IEEE/RSJ International Conference*, volumen 24, pp. 1394–1404.
- Aldás López, E. J. (2022). Estudio, control e implementación de sistemas robóticos avanzados: Control cooperativo de un sistema multi-agente para la resolución de tareas complementarias. B.S. thesis, Quito: EPN, 2022.
- Birk, A. y Belpaeme, T. (1998). A multiagent system based on heterogeneous robots. En *International Workshop on Collective Robotics*, pp. 13–24.
- Eusebio, B.-C. y Yaveni, A.-B. A. (2014). Control visual para la formación de robots móviles tipo unicycle bajo el esquema líder-seguidor. *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, 15(4):593–602.
- Ferreira-Vazquez, E. D., Hernández-Martínez, E. G., Flores-Godoy, J.-J., Fernández-Anaya, G., y Paniagua-Contro, P. (2016). Distance-based formation control using angular information between robots. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 83:543–560.
- Guzmán, L. E. S., Villa, M. A. M., y Vásquez, E. L. R. (2014). Seguimiento de trayectorias con un robot móvil de configuración diferencial. *Ingeniería USBMed*, 5(1):26–34.
- Hernandez-Martinez, E. y Aranda-Bricaire, E. (2009). Marching control of unicycles based on the leader-followers scheme. En *2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, pp. 2265–2270.
- Mellado, L. A. V. (2017). *Diseño de un sistema de control basado en linealización por realimentación para un robot móvil tipo ackerman con velocidad variable y movimiento en doble sentido describiendo trayectorias óptimas*. Tesis doctoral, Pontificia Universidad Católica del Perú (Peru).
- Nievas, M., Araguás, G. R., y Paz, C. J. (2019). Exploración eficiente de ambientes no estructurados con robots heterogéneos. *AJEA*, (4).
- Rosaldo-Serrano, M. y Aranda-Bricaire, E. (2014). Coordinación de movimiento para sistemas multiagente heterogéneos. *Memorias del XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático*.
- Santiaguillo-Salinas, J. y Aranda-Bricaire, E. (2017a). Containment problem with time-varying formation and collision avoidance for multiagent systems. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 14(3):1–13.
- Santiaguillo-Salinas, J. y Aranda-Bricaire, E. (2017b). Time-varying formation tracking with collision avoidance for multi-agent systems. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1):309–314.
- Santiaguillo-Salinas, J., Garcia-Lozano, H., y Cruz-Herrera, G. (2021). Modelado y control para el seguimiento de trayectorias de un robot móvil autónomo 4.0. En *Memorias del XXIII Congreso Mexicano de Robótica*, pp. 77–82.
- Sanz-Gómez, J. (2003). Metodologías para el desarrollo de sistemas multi-agente. *Inteligencia Artificial. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 7(18):51–63.
- Tiang Tan, S., Mahyuddin, y Nasiruddin, M. (2016). Cooperative formation control algorithm of a generic multi-agent system applicable for multi-autonomous surface vehicles. En *2016 IEEE International Conference on Underwater System Technology: Theory and Applications (USYS)*, pp. 133–138.