

# Esquema líder-seguidor para el control de posición de robots manipuladores de 3GDL

## Leader-follower scheme for position control of 3GDL manipulator robots

B. Mayora-Reyes <sup>a</sup>, D. González-Torres <sup>a</sup>, J. Santiaguillo-Salinas <sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Ingeniería en Mecatrónica, Universidad del Papaloapan, 68400, Loma Bonita, Oaxaca, México.

### Resumen

Este trabajo presenta el diseño de una estrategia de control de posición para un par de robots manipuladores de 3 grados de libertad (3GDL). Para el diseño de la estrategia se emplea un esquema líder-seguidor, donde el robot líder está encargado del seguimiento de una trayectoria, mientras que el robot seguidor debe posicionarse a cierta distancia con respecto al líder, es decir, converge a una formación deseada. Los resultados teóricos obtenidos son validados numéricamente.

*Palabras Clave:* Robot antropomórfico, esquema líder-seguidor, cinemática, seguimiento de trayectoria, control de posición.

### Abstract

This paper presents the design of a position control strategy for a pair of manipulator robots with 3 degrees of freedom (3GDL). A leader-follower scheme is used for the design of the strategy, where the leader robot is in charge of following a trajectory, while the follower robot must position itself at a certain distance with respect to the leader, i.e., it converges to a desired formation. The theoretical results obtained are validated numerically.

*Keywords:* Anthropomorphic robot, leader-follower scheme, kinematics, trajectory tracking, position control.

## 1. Introducción

La robótica es un campo nuevo de la tecnología moderna que va más allá de la ingeniería convencional. Comprender la complejidad de los robots y sus aplicaciones requieren conocimientos de distintas ramas de la ingeniería. La cinemática, planificación de movimiento y control; son conceptos importantes en temas de aplicación en robots manipuladores industriales y robots móviles (Spong et al., 2020).

Los robots manipuladores son de gran utilidad para el ser humano y su uso se ha extendido en diferentes industrias gracias a su capacidad para realizar tareas que resultarían muy cansadas o peligrosas para las personas (Ibarra et al., 2019), la mayor parte de ellos son diseñados para mover materiales, piezas, herramientas o dispositivos especiales, mediante movimientos variados, programados para la ejecución de distintas tareas, incluyendo áreas como medicina y ensamblado de automóviles (Baturone, 2005), (Ramírez-López et al., 2022).

Algunos trabajos relacionados con el control de robots manipuladores se presentan a continuación. En (Johansson, 1988)

se analizan algoritmos para el control adaptativo de robots manipuladores, utilizando la función de Lyapunov para el diseño de controladores y el análisis de estabilidad. En (Köker et al., 2004) se presenta una solución de cinemática inversa de un manipulador basada en el diseño de una red neuronal. En (Hu et al., 2012) se propone una estrategia de control adaptativo con backstepping para el seguimiento de trayectoria de robots manipuladores considerando perturbaciones externas. En (Liu et al., 2021) se propone un método de control adaptativo mecánico basado en una red neuronal a partir de un modelo de movimiento de un manipulador. En (Shi and Dang, 2021) se estudia un control PID de orden fraccional por modos deslizantes para un manipulador de recolección forestal, donde se verifica teóricamente la propiedad de aproximación no lineal de dicho control.

En los últimos años, el tema del movimiento cooperativo de múltiples agentes se ha vuelto popular, dado que estos sistemas tienen mayor eficiencia y son menos propensos a fallas (Ren and Beard, 2008). Los sistemas multi-agente consisten en un conjunto de agentes que se coordinan, cooperan y

\*Autor para correspondencia: jsantiaguillo@outlook.com

**Correo electrónico:** brenda01.mr@gmail.com (Brenda Mayora-Reyes), diegogonzalez3428@gmail.com (Diego González-Torres), jsantiaguillo@outlook.com (Jesús Santiaguillo-Salinas)

se comunican entre sí. Su principal objetivo es realizar tareas que son complicadas de realizar por agentes individuales. Una de las principales áreas de investigación en estos sistemas es la coordinación de movimiento donde se estudian los problemas de consenso, formación, seguimiento de formación, entre otros (Santiaguillo Salinas, 2017). Los sistemas multi-agente se pueden representar mediante varios esquemas, uno de ellos es el esquema líder-seguidor, donde un robot es designado como líder, el cual realiza el seguimiento de una trayectoria predeterminada; y el resto como seguidores, que son los que realizan un patrón geométrico con respecto al líder (Bugarín-Carlos et al., 2022), (Lian et al., 2019).

En este trabajo se presenta el diseño de una estrategia de control bajo un esquema líder-seguidor para lograr la coordinación de movimiento de dos robots manipuladores antropomórficos de 3GDL. El diseño de la estrategia de control se basa en el modelo cinemático de los robots (cinemática diferencial) con el objetivo de lograr que el robot líder converja a una trayectoria deseada, mientras que el robot seguidor realiza una formación deseada con respecto al líder, es decir, seguimiento en formación.

El trabajo se organiza de la siguiente manera. La Sección 2 presenta el modelado cinemático del sistema. En la Sección 3 se presenta el planteamiento del problema. La Sección 4 está dedicada al diseño de la estrategia de control y su validación numérica. Por último, en la sección 5 se presentan las conclusiones y trabajo a futuro.

## 2. Modelado cinemático

### 2.1. Cinemática directa

La cinemática directa de robots manipuladores proporciona la posición y orientación del efector o punto de referencia final del robot en función de las variables articulares  $q$ . La obtención de la cinemática directa se realiza mediante el algoritmo D-H (Lechuca-Gutiérrez et al., 2022), (Cortés, 2020). Primero se establece el marco de referencia fijo global y los marcos de referencia base para cada robot. Posteriormente, se establecen los marcos de referencia para cada articulación de cada robot.

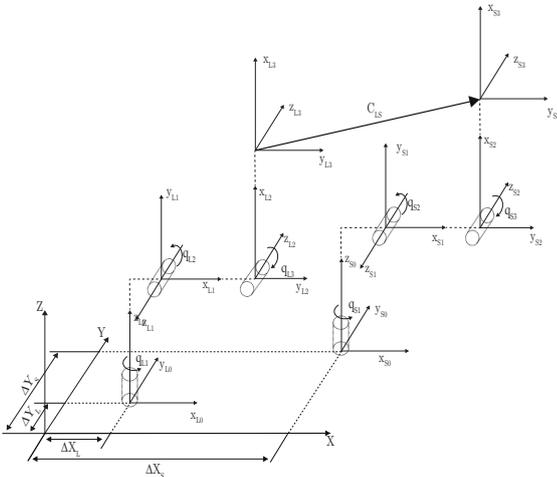


Figura 1: Esquema de los robots manipuladores.

La Figura 1 muestra la colocación de los marcos de referencia.  $[X_L, Y_L, Z_L]^T$  denota la posición del punto de referencia final del líder con respecto al marco de referencia final,  $[X_S, Y_S, Z_S]^T$  denota la posición del punto de referencia del seguidor con respecto al marco de referencia fijo y  $C_{LS}$  es el vector de posición entre el punto de referencia final del robot seguidor con respecto del punto de referencia final del robot líder.

**Suposición 1.** Se considera que ambos robots se encuentran sobre un plano ( $XY$ ), es decir, misma posición de los marcos base sobre el eje  $Z$ . Además, los marcos base de los robots no presentan rotaciones entre ellos, ni entre ellos con el marco fijo.

**Suposición 2.** Para que el vector de posición  $C_{LS} = [C_x, C_y, C_z]^T$  sea válido, se considera

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_S - \Delta X_L \\ \Delta Y_S - \Delta Y_L \\ 0 \end{bmatrix},$$

donde  $\Delta X_i$  y  $\Delta Y_i$  son las distancias en  $X$  y  $Y$  del marco base del  $i$ -ésimo robot al marco inercial fijo.

Una vez establecidos los marcos de referencia, se obtienen las tablas de parámetros D-H, Tabla 1, de cada eslabón para cada robot,  $i = L, S$ , líder y seguidor, respectivamente.

Tabla 1: Tabla de parámetros D-H

Eslabón	$a_{ij}$	$d_{ij}$	$\alpha_{ij}$	$q_{ij}$
$i1$	$a_{i1}$	$d_{i1}$	$90^\circ$	$q_{i1}$
$i2$	$a_{i2}$	0	$180^\circ$	$q_{i2}$
$i3$	$a_{i3}$	0	$0^\circ$	$q_{i3} - \frac{\pi}{2}$

De los parámetros obtenidos se forman las matrices de transformación homogénea

$$A_{i1} = \begin{bmatrix} cq_{i1} & 0 & sq_{i1} & a_{i1}cq_{i1} \\ sq_{i1} & 0 & -cq_{i1} & a_{i1}sq_{i1} \\ 0 & 1 & 0 & d_{i1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1a)$$

$$A_{i2} = \begin{bmatrix} cq_{i2} & sq_{i2} & 0 & a_{i2}cq_{i2} \\ sq_{i2} & -cq_{i2} & 0 & a_{i2}sq_{i2} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1b)$$

$$A_{i3} = \begin{bmatrix} sq_{i3} & cq_{i3} & 0 & a_{i3}sq_{i3} \\ -cq_{i3} & sq_{i3} & 0 & -a_{i3}cq_{i3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1c)$$

con  $cq_{ij} = \cos(q_{ij})$  y  $sq_{ij} = \sin(q_{ij})$ .

Se obtiene la matriz de transformación para pasar de las coordenadas del marco del punto de referencia final, a las coordenadas del marco base para cada robot.

$$T_{i3}^0 = A_{i1}A_{i2}A_{i3} = \begin{bmatrix} T_{i11} & T_{i12} & T_{i13} & T_{i14} \\ T_{i21} & T_{i22} & T_{i23} & T_{i24} \\ T_{i31} & T_{i32} & T_{i33} & T_{i34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$



$$\begin{aligned}
J_{i11} &= -sq_{i1} [a_{i3}s(q_{i3} - q_{i2}) + a_{i2}cq_{i2} + a_{i1}], \\
J_{i12} &= -cq_{i1} [a_{i3}c(q_{i2} - q_{i3}) + a_{i2}sq_{i2}], \\
J_{i13} &= a_{i3}cq_{i1}c(q_{i2} - q_{i3}), \\
J_{i21} &= cq_{i1} [a_{i3}s(q_{i3} - q_{i2}) + a_{i2}cq_{i2} + a_{i1}], \\
J_{i22} &= -sq_{i1} [a_{i3}c(q_{i2} - q_{i3}) + a_{i2}s(q_{i2})], \\
J_{i23} &= a_{i3}sq_{i1}c(q_{i3} - q_{i2}), \\
J_{i32} &= a_{i3}s(q_{i3} - q_{i2}) + a_{i2}cq_{i2}, \\
J_{i33} &= -a_{i3}s(q_{i2} - q_{i3}).
\end{aligned}$$

Para evitar singularidades en el diseño de la estrategia de control,  $\det(J_i(q_i)) \neq 0$ , ya que  $\det(J_i(q_i)) = a_3(a_2 \cos(2q_2 - q_3) - a_3 \sin(2q_2 - 2q_3))(a_1 + a_2 \cos(q_2) - a_3 \sin(q_2 - q_3))$ , se debe cumplir que

$$\begin{aligned}
a_2 \cos(2q_2 - q_3) &\neq a_3 \sin(2q_2 - 2q_3), \\
a_1 + a_2 \cos(q_2) &\neq a_3 \sin(q_2 - q_3).
\end{aligned} \tag{7}$$

### 3. Planteamiento del problema

Sea  $m(t) = [m_x(t), m_y(t), m_z(t)]^T$  una trayectoria pre-establecida y continuamente diferenciable. Sea  $\xi_L(t) = [X_L(t), Y_L(t), Z_L(t)]^T$  la posición deseada del punto de referencia final del robot líder con respecto al marco de referencia fijo y  $\xi_S(t) = [X_S(t), Y_S(t), Z_S(t)]^T$  del mismo modo para el seguidor. El objetivo de este trabajo es diseñar una estrategia de control  $w_i = f_i(t)$ , tal que

- Se logre el seguimiento asintótico de la trayectoria deseada por parte del robot líder (control de seguimiento), i.e.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\xi_L(t) - m(t)) = 0.$$

- Se logre la convergencia a una formación deseada por parte del robot seguidor con respecto al líder (control de formación), i.e.

$$\lim_{t \rightarrow 0} (\xi_S(t) - \xi_S^d(t)) = 0.$$

donde  $\xi_S^d(t) = \xi_L(t) + C_{LS}$  es la posición relativa deseada con respecto al líder.

## 4. Estrategia de control

### 4.1. Diseño del control

Para lograr el seguimiento en formación se propone una estrategia de control basada en el modelo cinemático de los robots, con retroalimentación de estados dada por

$$w_L = J_L^{-1}(q_L) [-k_L(\xi_L - m(t)) + \dot{m}(t)], \tag{8}$$

$$w_S = J_S^{-1}(q_S) [-k_S(\xi_S - \xi_S^d) + \dot{\xi}_S^d], \tag{9}$$

con  $J^{-1}(q_i)$  el Jacobiano inverso del  $i$ -ésimo robot,  $k_L$  y  $k_S$  las ganancias de control,  $\dot{m}(t)$  la velocidad deseada de la trayectoria y  $\dot{\xi}_S^d$  la velocidad deseada para el robot seguidor.

**Proposición 1.** Sea el sistema (5) y la estrategia de control (8)-(9). Suponga que  $\forall t \geq 0$  existe  $J_i^{-1}(q_i)$  y  $k_L, k_S > 0$ . Entonces en el sistema en lazo cerrado (5)-(8)-(9) el robot líder

converge a la trayectoria deseada mientras el robot seguidor alcanza una formación deseada con respecto al líder.

**Demostración.** Los errores del sistema están dados por

$$\begin{bmatrix} e_S \\ e_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_S - \xi_S^d \\ \xi_L - m(t) \end{bmatrix}. \tag{10}$$

La dinámica del error resulta

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_S \\ \dot{e}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_S & 0 \\ 0 & -k_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_S \\ e_L \end{bmatrix}, \tag{11}$$

por lo que para  $k_L, k_S > 0$  la dinámica del error converge asintóticamente a cero y se logra el seguimiento en formación.

### 4.2. Validación numérica

Para validar los resultados teóricos obtenidos, se presentan los resultados de dos simulaciones aplicando la estrategia de control propuesta. Se consideran robots físicamente iguales, los parámetros son:  $d_{i1} = 0.10$  m,  $a_{i1} = 0.015$  m,  $a_{i2} = 0.12$  m,  $a_{i3} = 0.0855$  m.

Para la primera simulación se tienen las ganancias de control del líder y del seguidor  $k_L = 5$ ,  $k_S = 10$  y  $C_{LS} = [0, 12, 0, 0, 0]^T$ . La trayectoria deseada es una lemniscata dada por

$$m(t) = \begin{bmatrix} \frac{0,05b_1}{1+(0,07b_2)^2} \\ 0,17 - 0,02b_1b_2 \\ \frac{0,05b_1}{1+(0,08b_2)^2} + 0,12 \end{bmatrix}, \tag{12}$$

donde  $b_1 = \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ ,  $b_2 = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ , con periodo  $T = 60$ s. Los resultados se presentan a continuación. En la Figura 4 se muestra la trayectoria deseada así como las trayectorias que realizan el robot líder y el robot seguidor, se observa como se logra el seguimiento en formación. En la Figura 5 se muestran los errores de posición de ambos robots en cada eje, los errores convergen a cero. En la Figura 6 se muestran los ángulos de cada articulación tanto del líder, como del seguidor. Por último, en la Figura 7 se muestran las señales de control que se envían al robot.

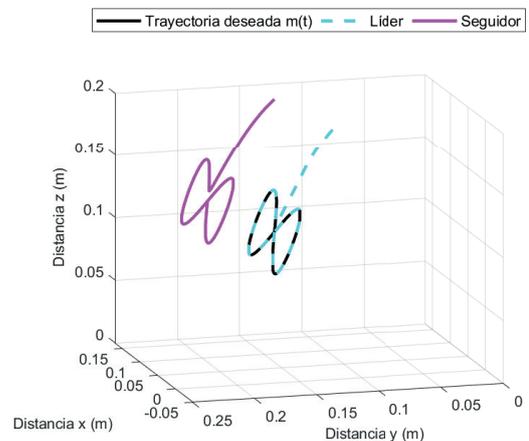


Figura 4: Trayectoria de los robots manipuladores en el espacio.

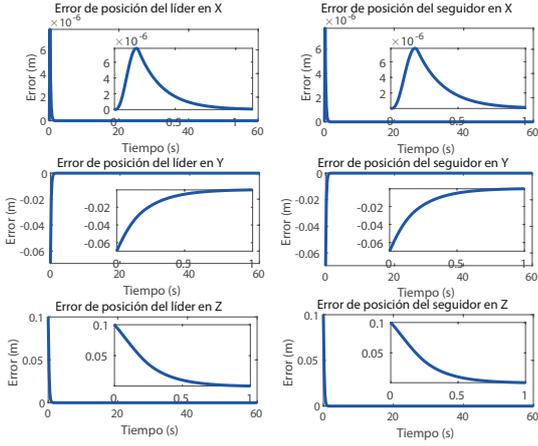


Figura 5: Errores de posición de los robots manipuladores.

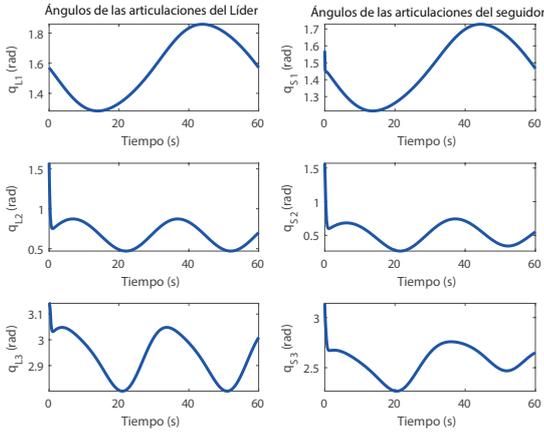


Figura 6: Ángulos de las articulaciones de cada robot.

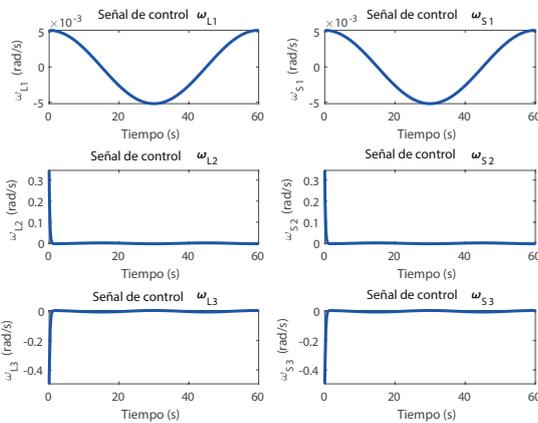


Figura 7: Señales de control para cada robot.

Para la segunda simulación se tienen las ganancias de control del líder y del seguidor  $k_L = 5$ ,  $k_S = 10$  y  $C_{LS} = [0,12, 0,02, 0,0]^T$ . La trayectoria deseada es una curva de lisajous dada por

$$m(t) = \begin{bmatrix} 0,06 \cos(3b_3) \\ 0,17 - 0,01 \cos(b_3) \\ 0,04 \sin(4b_3) + 0,10 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

donde  $b_3 = \frac{2\pi t}{T}$ , con periodo  $T = 60s$ . Los resultados obtenidos se presentan a continuación. En la Figura 8 se muestra la trayectoria deseada así como las trayectorias que realizan ambos robots, logrando el seguimiento en formación. En la Figura 9 se muestran los errores de posición del robot líder y el robot seguidor en cada eje, se observa que los errores convergen a cero. En la Figura 10 se muestran los ángulos de cada articulación tanto del líder, como del seguidor. Finalmente, en la Figura 11 se muestran las señales de control enviadas.

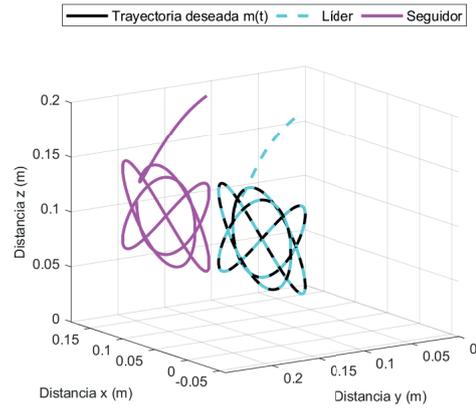


Figura 8: Trayectoria de los robots manipuladores en el espacio.

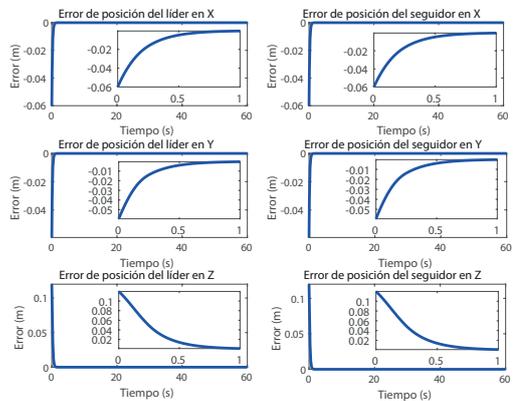


Figura 9: Errores de posición de los robots manipuladores.

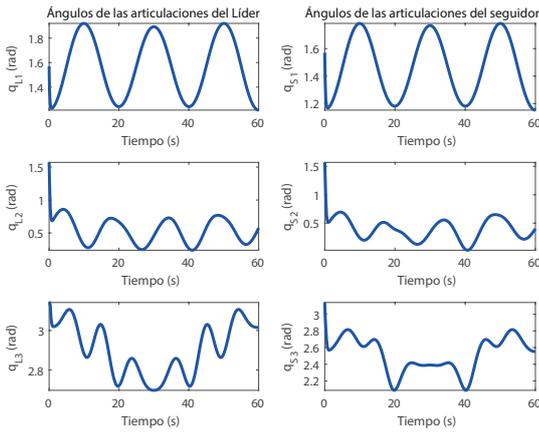


Figura 10: Ángulos de las articulaciones de cada robot.

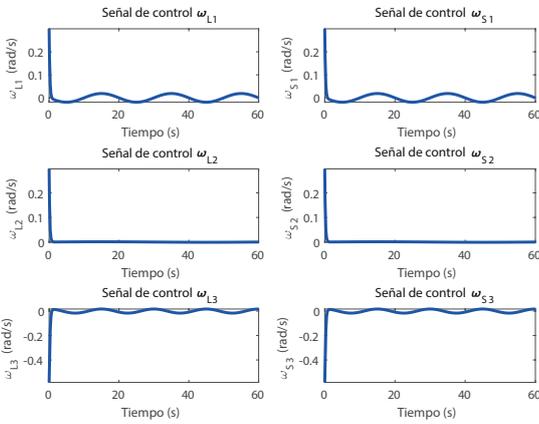


Figura 11: Señales de control para cada robot.

### 5. Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo se presentó el diseño de una estrategia de control bajo un esquema líder-seguidor para un par de robots manipuladores antropomórficos de 3GDL, la estrategia de control se basa en el modelo cinemático de robots, para lograr que el robot líder converja a una trayectoria deseada, mientras que el robot seguidor realiza una formación deseada con respecto al líder. Se realizaron dos validaciones numéricas con distintas trayectorias.

Como trabajo a futuro, se implementará la estrategia de control diseñada en la plataforma experimental mostrada en la Figura 12.

Posteriormente, se plantea añadir más manipuladores para conformar un sistema multi-agente con n agentes, así como considerar la dinámica de los manipuladores y proponer estrategias de control complejas.

Se propone continuar con el estudio y el perfeccionamiento de este tipo de trabajo, con el objetivo de ampliar y aplicar los resultados en el ámbito de manipuladores industriales, específicamente en la fabricación automotriz. En este contexto,

se busca implementar el esquema líder-seguidor en líneas de ensamblaje de automóviles, donde múltiples robots colaboran para llevar a cabo diversas operaciones como soldadura, pintura, ensamblaje y otras tareas relevantes en el proceso de producción.

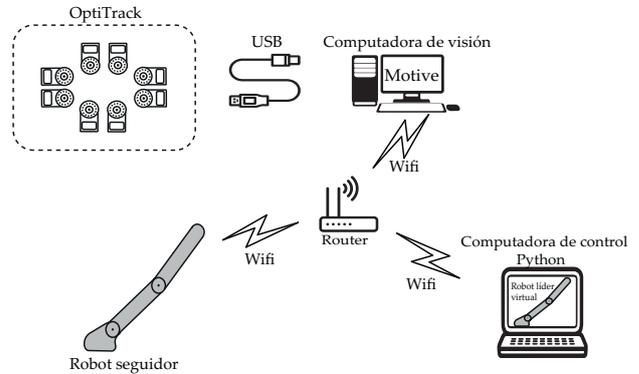


Figura 12: Esquema de la plataforma experimental.

### Referencias

Baturone, A. O. (2005). *Robótica: manipuladores y robots móviles*. Marcombo.

Bugarín-Carlos, E., Aguilar-Bustos, A. Y., Durazo-Acevedo, S., et al. (2022). Leader-follower scheme for unicycle-type mobile robots with mounted camera. *Páidi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 10(Especial5):159–164.

Cortés, F. R. (2020). *Robótica: control de robots manipuladores*. Marcombo.

Hu, Q., Xu, L., and Zhang, A. (2012). Adaptive backstepping trajectory tracking control of robot manipulator. *Journal of the Franklin Institute*, 349(3):1087–1105.

Ibarra, E. G., Enriquez, M. A., Lozano, Y., Galván-Guerra, R., Maya, M. C., et al. (2019). Modelado cinemático y dinámico de un manipulador antropomórfico de cuatro grados de libertad. *Páidi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 7(Especial):116–123.

Johansson, R. (1988). Adaptive control of robot manipulator motion.

Köker, R., Öz, C., Çakar, T., and Ekiz, H. (2004). A study of neural network based inverse kinematics solution for a three-joint robot. *Robotics and autonomous systems*, 49(3-4):227–234.

Lechuca-Gutiérrez, L. R., Domínguez-Ramírez, O. A., et al. (2022). Cinemática inversa basada en gradiente descendente cuaterniónico para cadenas. *Páidi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 10(Especial5):131–139.

Lian, K.-Y., Hsu, W.-H., and Tsai, T.-S. (2019). Leader-follower mobile robots control based on light source detection. *IEEE Sensors Journal*, 19(23):11142–11150.

Liu, A., Zhao, H., Song, T., Liu, Z., Wang, H., and Sun, D. (2021). Adaptive control of manipulator based on neural network. *Neural Computing and Applications*, 33:4077–4085.

Ramírez-López, L. A., Martínez-Aragón, M., et al. (2022). Seguimiento de trayectorias mediante cinemática diferencial aplicado en robots manipuladores. *Páidi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 10(Especial6):86–90.

Ren, W. and Beard, R. W. (2008). *Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control*, volume 27. Springer.

Santiaguillo Salinas, J. (2017). Coordinación de movimiento con no colisión para sistemas multi-agente.

Shi, L. and Dang, M. (2021). Design of manipulator control system of forest picking robot based on fractional order pid sliding mode control. *Forest Chemicals Review*, pages 132–140.

Spong, M. W., Hutchinson, S., and Vidyasagar, M. (2020). *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons.

Zhang, J., Xu, W.-f., and Meng, D.-s. (2013). Inverse kinematics resolution method of redundant space manipulator based on arm angle parameterization. In *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*, pages 6022–6027. IEEE.