

## Secciones de dispersión y absorción de Hayward con quintaesencia Scattering and absorption sections of Hayward with quintessence

L. A. López-Suarez <sup>a</sup>, L. O. Téllez-Tovar <sup>a</sup>, V. E. Cerón-Angeles <sup>a,\*</sup>, O. Pedraza-Ortega <sup>a</sup>

<sup>a</sup>Área Académica de Matemáticas y Física, UAEH, Carretera Pachuca-Tulancingo Km. 4.5, C P. 42184, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México.

### Resumen

En esta contribución, estudiamos las secciones de dispersión y absorción del agujero negro de Hayward rodeado por quintaesencia. Se muestra cómo se modifica el comportamiento de las secciones transversales de dispersión clásica y semi-clásica al variar el valor de factor de normalización dependiente de la densidad de quintaesencia. Además, se estudia la sección de absorción con la aproximación sinc en el límite eikonal. En ambos casos se considera el parámetro de estado de quintaesencia en los casos particulares  $\omega = -2/3$  y  $\omega = -4/9$ .

**Palabras Clave:** Agujero negro, quintaesencia, dispersión, absorción.

### Abstract

In this contribution, we study the scattering and absorption sections of the Hayward black hole surrounded by quintessence. It is shown how the behavior of the classical and semi-classical scattering cross sections is modified by varying the value of the normalization factor dependent on the quintessence density. In addition, the absorption section is studied with the sinc approximation in the eikonal limit. In both cases, the quintessence state parameter is considered in the particular cases  $\omega = -2/3$  and  $\omega = -4/9$ .

**Keywords:** Black Hole, quintessence, scattering, absorption.

### 1. Introducción

Los agujeros negros han sido objeto de numerosos estudios debido a que los datos observacionales sugieren que los agujeros negros se encuentran distribuidos en todas las galaxias. Para el estudio de las propiedades físicas de los agujeros negros, se pueden analizar los campos de prueba que los rodean. Por ejemplo, un aspecto importante es el estudio de trayectorias geodésicas, alrededor de agujeros negros con diferentes configuraciones para determinar cómo los potenciales efectivos modifican dichas trayectorias, la absorción y dispersión de materia o campos tienen un papel importante en la fenomenología de los agujeros negros y se han estudiado en distintos escenarios; Dolan (2008) Sebastian y Kuriakose (2014).

En los estudios clásicos de dispersión, se pueden considerar geodésicas paralelas nulas que vienen del infinito con un parámetro de impacto crítico Collins *et al.* (1973). La dispersión semi-clásica se analiza cuando consideramos la interferencia que se produce entre ondas parciales dispersas con diferentes momentos angulares (aproximación de Glory abordada por Matzner *et al.* (1985)). En la aproximación sinc, la sección

transversal de absorción es proporcional a la suma de la sección transversal geométrica y la parte oscilatoria de la sección transversal de absorción como lo muestran Decanini *et al.* (2011).

Por otra parte, debido a que los agujeros negros son objetos que se encuentran en todo el universo, pueden interactuar de alguna forma con diferentes tipos de materia y campos. Teniendo en cuenta que, según distintas observaciones, la energía oscura se encuentra distribuida en todo el universo y es causante de la expansión del mismo, entonces los agujeros negros deberían encontrarse rodeados de energía oscura.

Existen diferentes modelos como candidatos a la energía oscura. La mayoría de ellos se basan en campos escalares. La diferencia entre los modelos es la magnitud del parámetro de estado  $\omega$ , que es la relación entre la presión y la densidad de energía, con una ecuación de estado  $P = \omega\rho$ , es decir se considera un fluido barotrópico. Para el modelo de la quintaesencia  $-1 < \omega < -1/3$  y en el caso que  $\omega = -1$  se considera la constante cosmológica como es abordado por Padmanabhan (2003). La importancia de  $\omega$  también se ve presente si se considera radiación  $\omega = 1/3$  o polvo  $\omega = 0$  (ver Padilla *et al.* (2021)).

\*Autor para correspondencia: [vceron@uaeh.edu.mx](mailto:vceron@uaeh.edu.mx)

**Correo electrónico:** [lalopez@uaeh.edu.mx](mailto:lalopez@uaeh.edu.mx) (Luis Alberto López-Suarez), [vceron@uaeh.edu.mx](mailto:vceron@uaeh.edu.mx) (Victoria E. Cerón-Angeles), [omarp@uaeh.edu.mx](mailto:omarp@uaeh.edu.mx) (Omar Pedraza-Ortega), [osvaldo\\_tellez@uaeh.edu.mx](mailto:osvaldo_tellez@uaeh.edu.mx) (Luis Osvaldo Téllez-Tovar).

**Historial del manuscrito:** recibido el 02/04/2024, última versión-revisada recibida el 21/05/2024, aceptado el 31/05/2024, en línea (postprint) desde el 05/06/2024, publicado el 05/01/2025. **DOI:** <https://doi.org/10.29057/icbi.v12i24.12644>



Para estudiar los agujeros negros rodeados de energía oscura, Kiselev (2003) presentó nuevas soluciones con simetría esférica que representan agujeros negros rodeados de quintaesencia. Investigaciones basadas en las ideas de Kiselev, se han centrado en el estudio de cómo la quintaesencia modifica las secciones de dispersión y absorción en diversos agujeros negros, por ejemplo; Schwarzschild–anti de Sitter con quintaesencia estudiado por Ramírez *et al.* (2022), Schwarzschild, Reissner–Nordstrom y Bardeen (ver López y Pedraza (2023)). También, otras soluciones interesantes se han estudiado aplicando las ideas de Kiselev, como el agujero negro regular de Hayward rodeado por quintaesencia en Pedraza *et al.* (2021).

La motivación para este tipo de estudios radica en que es difícil pensar que la energía oscura pueda afectar los alrededores de un agujero negro. Pero la modificación de la métrica afecta la trayectoria de los rayos de luz y con ello es posible tener una forma alternativa de medir indirectamente los efectos de la energía oscura en nuestro universo.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el agujero negro de Hayward rodeado de quintaesencia. En la 3, damos una breve explicación para determinar las expresiones para las secciones de dispersión clásica y semi-clásica. Presentando las distintas secciones en los casos especiales de  $\omega = -2/3$  y  $\omega = -4/9$ . En la sección 4 se analiza las secciones de absorción. Finalmente las conclusiones se dan en la última sección.

## 2. Agujero negro de Hayward rodeado de quintaesencia

En las investigaciones sobre la quintaesencia y los agujeros negros, Kiselev (2003) propuso una nueva solución de la métrica para el espacio-tiempo estático y esféricamente simétrico, considerando que el tensor energía-momento para la quintaesencia debe satisfacer;

$$T_{\phi}^{\phi} = T_{\theta}^{\theta} = -\frac{1}{2}(3\omega + 1)T_r^r = \frac{1}{2}(3\omega + 1)T_t^t, \quad (1)$$

donde  $\omega$  se toma como una constante y la condición de energía dominante requiere  $\rho = T_{tt} \geq 0$  ( $\rho$  es la densidad de energía) y  $|3\omega + 1| \leq 2$ . Siguiendo las ideas de Kiselev, nos enfocamos en el elemento de línea (2) del agujero negro de Hayward rodeado de quintaesencia (Hayw- $\omega$ ), obtenido en Pedraza *et al.* (2021) y posteriormente un estudio complementario en Pedraza *et al.* (2022);

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (2)$$

donde

$$f(r) = 1 - \frac{2Mr^2}{r^3 + 2M\epsilon^2} - \frac{c}{r^{3\omega+1}} \quad (3)$$

Aquí,  $M$  es el parámetro de masa,  $\epsilon$  es un parámetro relacionado con la constante cosmológica,  $c$  es un factor de normalización dependiente de la densidad de quintaesencia ( $\rho_q = -\frac{c}{2} \frac{3\omega}{r^{3(\omega+1)}}$ ) y  $\omega$  es el parámetro de estado de quintaesencia con el rango  $-1 < \omega < -1/3$ . El agujero negro de Schwarzschild rodeado por la quintaesencia analizado por Fernando (2012) se obtiene en el caso de  $\epsilon = 0$ . Cuando  $c = 0$  se obtiene un agujero negro regular Hayward (2006).

Para  $c \leq (c_{crit}/\epsilon^{3\omega+1})$  y  $(M_{crit}/\epsilon) \leq M$ , Hayward con quintaesencia puede representar un agujero negro con diferentes horizontes, donde  $c_{crit}$  y  $M_{crit}$  están dados por Pedraza *et al.* (2021);

$$M_{crit} = -\frac{\epsilon}{2} \frac{A^3 \left( \frac{1}{6} A^{3\omega+2} \sqrt{C} + \frac{1}{2} \omega A^{3(\omega+1)} \right)}{\left( 1 + \frac{1}{2} \omega \right) A^{3(\omega+1)} + \frac{1}{6} A^{3\omega+2} \sqrt{C}} \quad (4)$$

$$c_{crit} = \frac{\epsilon^{3\omega+1}}{6} \left( A^{3\omega+2} \sqrt{C} + 6A^{3\omega+1} + 3\omega A^{3(\omega+1)} \right), \quad (5)$$

donde

$$A = \frac{\sqrt{2}}{6\epsilon} \sqrt{\frac{27\omega^2(\omega-1) + \sqrt{(9\omega^2+16)(9\omega^2+15\omega+4)} - 60\omega - 16}{(\omega+1)\omega^2}},$$

$$C = 9\omega^2 A^2 + 26\omega + 1.$$

El número de horizontes depende enteramente de la elección de los valores de los parámetros, diferentes autores por ejemplo; Fernando (2012) Malakolkalami y Ghaderi (2015) han observado que al considerar el término quintaesencia emerge un nuevo horizonte, el horizonte cosmológico (horizonte de quintaesencia), que corresponde a un horizonte aparente. Entonces, como Hayward tiene dos horizontes, Hayw- $\omega$  podría tener tres horizontes;  $r_{in}$  (horizonte interior),  $r_{ext}$  (horizonte exterior) y  $r_{\omega}$  (horizonte cosmológico).

El horizonte cosmológico nunca se desvanece, cuando solo queda este horizonte, Hayw- $\omega$  describe una singularidad desnuda. Las regiones donde el Hayward con quintaesencia tiene uno, dos o tres horizontes se analizan en Pedraza *et al.* (2021).

Para un análisis más detallado del comportamiento de Hayward con quintaesencia es necesario elegir un valor de  $\omega$ . Proponemos seleccionar el valor de  $\omega = -2/3$ , el cual representa un valor intermedio de  $M_{crit}$  y el valor de  $\omega = -4/9$ .

En las Fig. 1 y Fig. 2, se muestra la función métrica  $f(r)$  (3), cuando consideramos diferentes valores de  $c$  y  $\epsilon$  fijando a  $M$  y  $\omega$ , es posible observar que el horizonte  $r_{\omega}$  siempre es mayor a los otros dos horizontes  $r_{in}$ ,  $r_{ext}$ .

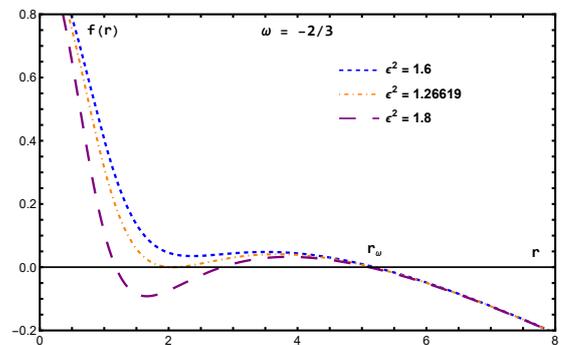


Figura 1: Se muestra el comportamiento de las funciones métricas  $f(r)$  de Hayward- $\omega$ . Se nota que el número de los horizontes son tres, dos o uno. Se considera  $\omega = -2/3$ ,  $c = 0,12$  y  $M = 1$ .

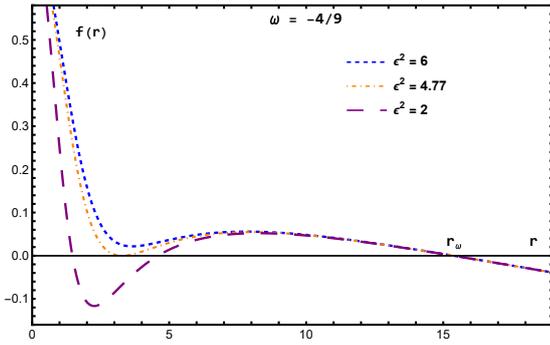


Figura 2: Se muestra el comportamiento de las funciones métricas  $f(r)$  de Hayw- $\omega$ . Se nota que el número de los horizontes son tres, dos o uno. Para el caso  $\omega = -4/9$  con  $c = 0,35$  y  $M = 1$ .

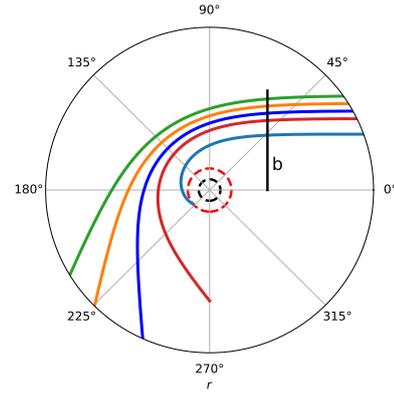


Figura 3: Diagrama del comportamiento de geodésicas dispersadas, tomado el valor de  $\omega = -2/3$  con  $\epsilon/M = 1,5$ ,  $c = 0,01$  y  $b_c = 8,05811$ .

### 3. Sección transversal de Dispersión

La interacción de una onda incidente con un agujero negro se puede entender en términos de tres cantidades; la sección transversal de dispersión, la sección de absorción y la polarización. Parte de la dispersión gravitacional de los objetos astrofísicos se puede describir parcialmente en términos de la óptica geométrica a través del análisis de las geodésicas. Por ejemplo, la dispersión de la luz (geodésica nula) que viaja por el espacio puede ser causada por agujeros negros u otros objetos astrofísicos.

#### 3.1. Dispersión clásica

Un procedimiento comúnmente utilizado en el estudio de la sección transversal de dispersión, es la aproximación clásica. Para la aproximación clásica de la sección transversal de dispersión, consideramos que a frecuencias muy altas, la onda incidente se propaga a lo largo de las geodésicas nulas como en Collins *et al.* (1973). Se puede mencionar que al considerar a la onda que viaja por la geodésica nula, un paquete de ellas se puede extrapolar sumando las contribuciones de cada una de las ondas de frecuencias altas.

Las partículas de prueba que se propagan a lo largo de geodésicas nulas son descritas mediante la densidad lagrangiana  $L = -\frac{1}{2}\dot{x}^\mu\dot{x}_\mu = 0$ , donde el "punto" denota la derivada respecto a un parámetro afín.

Restringimos el movimiento geodésico al plano  $\theta = \pi/2$  y resolviendo para  $\dot{r}^2$ , obtenemos  $\dot{r}^2 = E^2 - V_{eff}$ , donde  $V_{eff} = f(r)\frac{l^2}{r^2}$  es el potencial efectivo. La energía  $E$  y el momento angular  $l$  de la partícula de prueba se conservan. El parámetro de impacto para una métrica con simetría esférica se define como  $b = l/E$  y es posible definir a un parámetro de impacto ( $b_c$ ) asociado a las órbitas críticas.

Una geodésica nula que comienza con el parámetro de impacto  $b_c = b$  termina en la órbita circular inestable, cuando  $b < b_c$  la geodésica nula es absorbida por el agujero negro y si  $b > b_c$  la geodésica nula es dispersada por el agujero negro.

Un diagrama del comportamiento de las geodésicas dispersadas con respecto al parámetro de impacto se muestra en la figura (3), observando como varía el ángulo de deflexión.

Ahora si definimos  $u = 1/r$  y consideramos  $\dot{r}^2 = E^2 - V_{eff}$ , obtenemos la expresión;

$$\left(\frac{du}{d\phi}\right)^2 = \frac{1}{b^2} - f(1/u)u^2. \quad (6)$$

Diferenciando (6) con respecto a  $\phi$ , obtenemos

$$\frac{d^2u}{d\phi^2} = -\frac{u^2}{2} \frac{df(1/u)}{du} - uf(1/u). \quad (7)$$

si consideramos  $\frac{d^2u}{d\phi^2} = 0$ , una raíz positiva corresponde al radio de la órbita circular crítica para geodésicas nulas  $u_c$  y sustituyendo en (6) e igualando a cero, se obtiene el parámetro de impacto crítico  $b_c$ .

En el caso de geodésicas que vienen del infinito a un punto de inflexión  $u_0$ , el ángulo de deflexión viene dado por;

$$\Theta(b) = 2\phi(b) - \pi, \quad (8)$$

donde

$$\phi = \int_0^{u_0} du \left( \frac{1}{b^2} - u^2 f(1/u) \right)^{-1/2}. \quad (9)$$

Con ayuda de (9) es posible obtener el parámetro de impacto  $b(\Theta)$ , y dado que las geodésicas que pasan cerca de  $r_c$  se dispersan en ángulos que pueden ser múltiplos de  $2\pi$ , la sección transversal total es una suma infinita, asociada con el parámetro de impacto de la forma;

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin\Theta} \sum b(\Theta) \left| \frac{db(\Theta)}{d\Theta} \right|. \quad (10)$$

donde la suma se toma sobre los ángulos  $\Theta, 2\pi - \Theta, 2\pi + \Theta, 4\pi - \Theta$ , etc. Para los casos de  $\Theta = 0$  y  $\Theta = \pi$  se debe aplicar aproximaciones adecuadas como las discutidas por Dolan *et al.* (2006).

#### 3.2. Dispersión semi-clásica

Ahora bien, cuando consideramos ondas parciales en el fenómeno de dispersión, es necesario considerar la interferencia que se produce entre ondas parciales con diferentes momentos angulares. Esta situación no es considerada por la sección transversal de dispersión clásica (10). El método aproximado que considera la interferencia de las ondas para ángulos bajos y

ondas escalares planas de alta frecuencia ( $w \gg 1$ ) es la aproximación semi-clásica o dispersión Glory analizada por Matzner et al. (1985). La aproximación de la sección transversal de dispersión de agujeros negros esféricamente simétricos está dada por;

$$\frac{d\sigma_g}{d\Omega} = 2\pi w b_g^2 \left| \frac{db}{d\Theta} \right|_{\Theta=\pi} J_{2s}^2(w b_g \sin \Theta), \quad (11)$$

con  $w$  como la frecuencia de la onda.  $J_{2s}^2$  representa la función de Bessel de primer orden  $2s$  donde  $s$  representa el espín,  $s = 0$  para ondas escalares. El parámetro de impacto de las ondas reflejadas ( $\theta \sim \pi$ ) se denota por  $b_g$ . Como la aproximación es semi-clásica, es válido para  $Mw \gg 1$  ( $M$  la masa del agujero negro). A partir de la aproximación semi-clásica, se sabe que los anchos de las franjas de interferencia dependen inversamente del parámetro de impacto  $b_g$ .

### 3.3. Secciones de dispersión de Hayw- $\omega$

En esta subsección se obtienen las secciones transversales de dispersión clásica y semi-clásica para Hayw- $\omega$ . Aplicamos integración numérica para obtener el parámetro  $b$  y  $db/d\Theta$  y posteriormente analizar las secciones de dispersión. Para llevar acabo el análisis de la secciones transversales de dispersión, consideramos  $\omega = -2/3$  y  $\omega = -4/9$ . La intención de considerar dos valores distintos de  $\omega$  radica en observar como los efectos gravitacionales del agujero negro de Hayw- $\omega$  son modificados en función del comportamiento que pueda adoptar la energía oscura.

El radio  $r_c$  ( $u_c$ ) de la órbita crítica se obtiene de considerar la ecuación (7) igual a cero, por lo que se resuelve la siguiente expresión.

$$(1 + 2Mu_c^3 \epsilon^2)^2 (2 - 3cu_c^{1+3\omega}(1 + \omega)) - 6Mu_c = 0 \quad (12)$$

Al considerar la raíz de (12) y sustituyéndola en (6) e igualar a cero, obtenemos que el parámetro de impacto crítico  $b_c$  que está dado por;

$$b_c^2 = \frac{u_c^{-2-3\omega} A}{u_c^{-3\omega} - 2Mu_c^{1-3\omega} + 2Mu_c^{3-3\omega} - cu_c A} \quad (13)$$

donde  $A = 1 + 2Mu_c^3 \epsilon^2$ .

En las figuras (4) y (5), las secciones transversales clásicas para Hayw- $\omega$  se comparan considerando diferentes valores de  $\epsilon$  y  $c$  (en el caso de que Hayw- $\omega$  tenga tres horizontes). Comparando las secciones transversales de dispersión observamos que Hayw- $\omega$  es mayor que la de Hayward ( $c = 0$ ) en ambos casos  $\omega = -2/3$  y  $\omega = -4/9$ . Indicando que la presencia de quintaesencia aumenta la dispersión de las geodésicas nulas, en otras palabras, el aumento del factor de normalización contribuye a un aumento de la sección transversal clásica del Hayw- $\omega$ . También es posible notar que en ambos casos ( $\omega = -2/3$  y  $\omega = -4/9$ ) no existe diferencia significativa para ángulos pequeños y grandes.

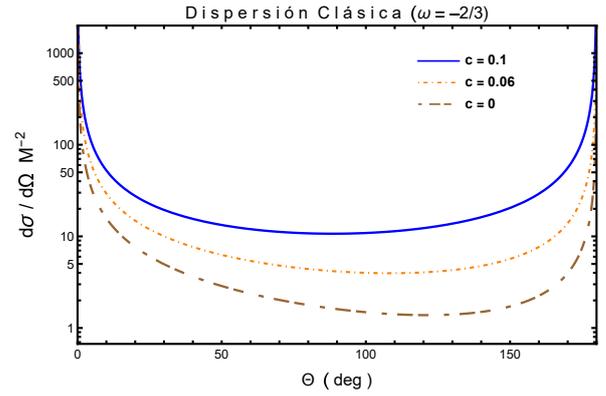


Figura 4: El comportamiento de la sección transversal de dispersión clásica se muestra variando el valor de  $c$ . Para  $\omega = -2/3$  con  $\epsilon/M = 0,6$ .

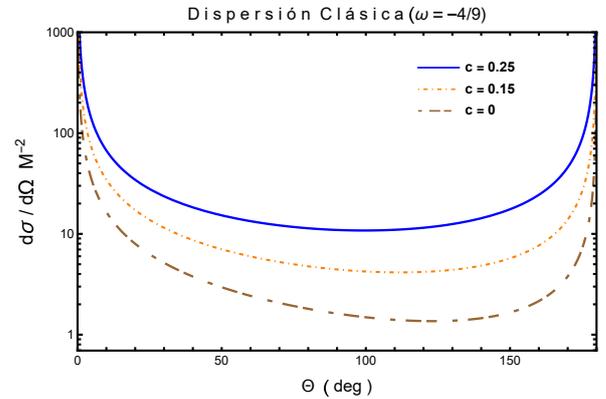


Figura 5: El comportamiento de la sección transversal de dispersión clásica se muestra variando el valor de  $c$ . Para  $\omega = -4/9$  y  $\epsilon/M = 0,4$ .

Las secciones transversales de dispersión semi-clásica para Hayw- $\omega$  con  $\omega = -2/3$  y  $\omega = -4/9$  se muestran en las figuras (6) y (7) respectivamente. Podemos observar que en el caso de Hayw- $\omega$  la sección de dispersión es cualitativamente similar para los diferentes valores de  $\omega$ . Es posible deducir que la interferencia que se produce entre ondas parciales de dispersión con diferentes momentos angulares (considerando la aproximación Glory) es modificada por la presencia de la quintaesencia.

En los resultados semi-clásicos, vemos que los anchos de las franjas de interferencia aumentan con  $\omega = -4/9$  y en el caso de  $\omega = -3/2$  disminuyen, pero la diferencia entre Hayw- $\omega$  y Hayward es más notable con  $\omega = -2/3$ .

También es posible mencionar que en general en la sección transversal clásica y semi-clásica  $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{c=0} < (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{c \neq 0}$  es decir, el efecto de la quintaesencia incrementa el valor de las secciones de dispersión.

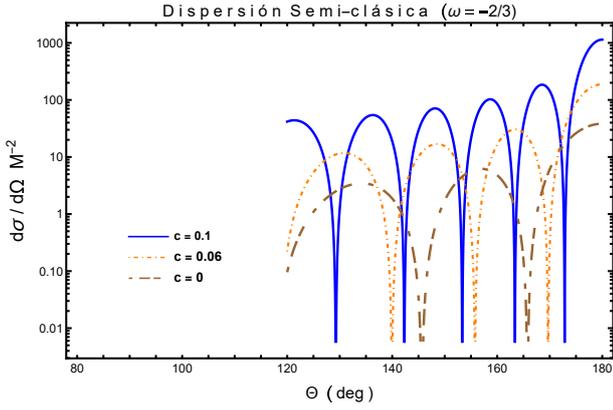


Figura 6: El comportamiento de la sección transversal de dispersión semi-clásica se muestra variando el valor de  $c$ , para  $\omega = -2/3$  con  $\epsilon/M = 0,6$ ,

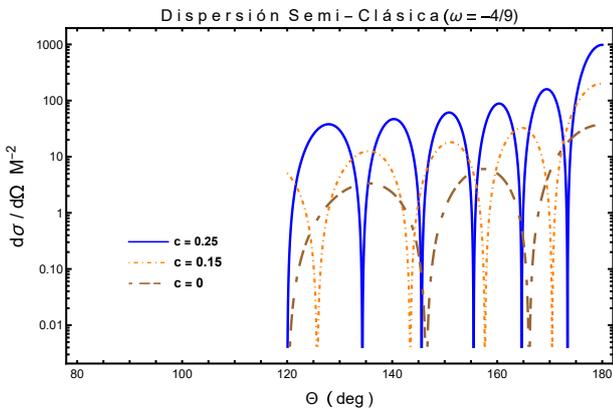


Figura 7: El comportamiento de la sección transversal de dispersión semi-clásica se muestra variando el valor de  $c$ , para  $\omega = -4/9$  y  $\epsilon/M = 0,4$ .

#### 4. Sección transversal de absorción

Un aspecto importante de los agujeros negros es su tasa de acreción, relacionada con la materia y los campos absorbidos. La acreción tiene un papel importante en la fenomenología de los núcleos galácticos activos. En el límite clásico (alta frecuencia), las secciones transversales de absorción están directamente relacionadas con la sombra del agujero negro, en este límite, la sección transversal de absorción también se denomina sección transversal geométrica ( $\sigma_{geo} = \pi b_c^2$ ). En la aproximación para bajas frecuencias, la sección transversal de absorción de los agujeros negros es igual al área del horizonte.

Decanini *et al.* (2011) mostraron que en el caso de altas frecuencias (límite eikonal) la parte oscilatoria de la sección transversal de absorción se puede escribir en términos de los parámetros de las órbitas circulares nulas inestables.

La parte oscilatoria de la sección transversal de absorción en el límite eikonal está definida por;

$$\sigma_{osc} = -4\pi \frac{\lambda b_c^2}{w} e^{-\pi \lambda b_c} \sin\left(\frac{2\pi w}{\Omega_c}\right), \quad (14)$$

donde  $\lambda$  es el exponente de Lyapunov obtenido por Cardoso *et al.* (2009);

$$\lambda^2 = \frac{f(r_c)}{2r_c^2} \left[ 2f(r_c) - r_c^2 f''(r_c) \right], \quad (15)$$

donde  $r_c$  es el radio de la órbita circular nula inestable y  $b_c$  es el parámetro de impacto crítico, mientras que la velocidad angular orbital es

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{f_c}{r_c^2}}. \quad (16)$$

Entonces la sección transversal de absorción en el límite de altas frecuencias es proporcional a la suma de  $\sigma_{osc}$  y  $\sigma_{geo}$  (aproximación sinc)

$$\sigma_{sinc} \approx \sigma_{geo} + \sigma_{osc}. \quad (17)$$

##### 4.1. Sección de absorción de Hayw- $\omega$

En esta subsección se obtienen las secciones transversales de absorción en la aproximación sinc para Hayw- $\omega$  para  $\omega = -2/3$  y  $\omega = -4/9$ .

El exponente de Lyapunov para  $\omega = -2/3$  esta dado por;

$$\lambda_{-2/3}^2 = \frac{(B(cr_c - 1) + 2Mr_c^2)(B^3(cr_c - 1) + 36M^2r_c^5\epsilon^2)}{B^4r_c^2} \quad (18)$$

y para  $\omega = -4/9$  es;

$$\lambda_{-4/9}^2 = \frac{(B(Cr_c^{1/3} - 1) + 2Mr_c^2)(B^3(10Cr_c^{1/3} - 9) + 324M^2r_c^5\epsilon^2)}{9B^4r_c^2} \quad (19)$$

donde los  $r_c$  son los obtenidos por las ecuación (12) y  $B = 2M\epsilon^2 + r_c^3$

Las secciones transversales de absorción para  $\omega = -2/3$  y  $\omega = -4/9$  se trazan en las Fig. (8) y Fig. (9), respectivamente en el caso de la aproximación sinc. Es obvio que la amplitud de la sección transversal de absorción tiende a cero a medida que aumenta  $wM$ . También muestra que la diferencia de las curvas es numéricamente significativa con respecto a su amplitud con valores mayores de  $wM$  en ambos casos.

Además, para cada valor  $\omega$ , es posible mencionar que  $\sigma_{-4/9} > \sigma_{-2/3}$ , también la sección transversal de absorción correspondiente comienza desde un valor y alcanza un valor máximo  $\sigma_{abs}$ , y decrece asintóticamente. Finalmente, cuando consideramos  $\omega = -4/9$ , el comportamiento muestra que las diferencias ocurren en una escala menor que con  $\omega = -2/3$ .

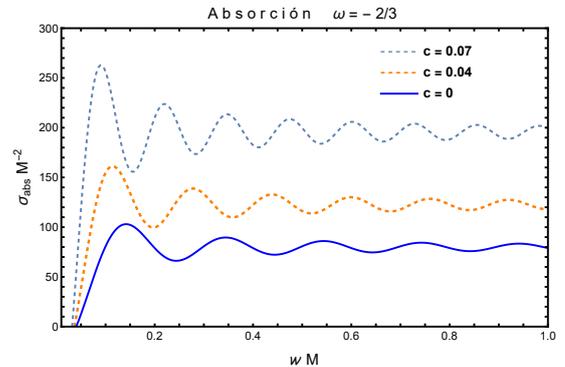


Figura 8: El comportamiento de la sección de absorción en la aproximación sinc, se muestra variando el valor de  $c$ , para  $\omega = -2/3$  con  $\epsilon/M = 0,6$ .

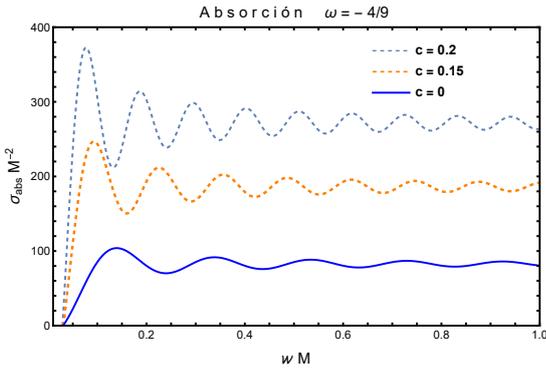


Figura 9: El comportamiento de la sección de absorción en en la aproximación sinc, se muestra variando el valor de  $c$ , para  $\omega = -4/9$  y  $\epsilon/M = 0,4$ .

## 5. Conclusiones

En esta contribución analizamos el agujero negro de Hayward rodeado por quintaesencia en los casos especiales de  $\omega = -2/3$  y  $\omega = -4/9$ , hemos centrado nuestra atención en estos casos que permiten un tratamiento relativamente simple de la propiedades de los agujeros negros rodeados de quintaesencia.

Para el análisis de las secciones de dispersión y absorción, consideramos valores del factor de normalización donde Hayward tiene tres horizontes. Observamos que las secciones de dispersión clásica y semi-clásica para Hayward con quintaesencia son mayores que las correspondientes a Hayward. Es posible mencionar que en ambos casos, la quintaesencia incrementa el valor de las secciones de dispersión. Para la sección eficaz de dispersión semi-clásica, observamos que los anchos de las franjas de interferencia aumentan en el caso de  $\omega = -2/3$ . Entonces, el parámetro de estado de quintaesencia es la causa de un aumento en la interferencia. Para  $\omega = -2/3$ , las diferencias entre las secciones transversales son más notorias ya que los parámetros de impacto es más significativos que para  $\omega = -4/9$ .

En el caso de la sección transversal de absorción se utiliza la aproximación sinc. Es posible denotar que el aumento de  $c$  implica un aumento de la sección eficaz de absorción en ambos casos ( $\omega = -4/9$  y  $\omega = -2/3$ ), también en ambos casos la sección eficaz de absorción disminuye asintóticamente con respecto a la frecuencia.

Se puede denotar que el mayor efecto de apantallamiento en el efecto gravitacional es observado en la vecindad de  $\omega \rightarrow -1$  (constante cosmológica).

Finalmente es posible mencionar que al considerar el campo de quintaesencia las distintas secciones son modificadas, dando lugar a posibles formas indirectas de medir los efectos de la energía oscura en nuestro universo.

## Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo financiero de SNI-CONACYT, México

## Referencias

- Cardoso, V., Miranda, A. S., Berti, E., Witek, H., y Zanchin, V. T. (2009). Geodesic stability, Lyapunov exponents and quasinormal modes. *Phys. Rev.*, D79:064016.
- Collins, P. A., Delbourgo, R., y Williams, R. M. (1973). On the elastic schwarzschild scattering cross section. *Journal of Physics A: Mathematical, Nuclear and General*, 6(2):161–169.
- Decanini, Y., Esposito-Farese, G., y Folacci, A. (2011). Universality of high-energy absorption cross sections for black holes. *Phys. Rev. D*, 83:044032.
- Dolan, S., Doran, C., y Lasenby, A. (2006). Fermion scattering by a Schwarzschild black hole. *Phys. Rev. D*, 74:064005.
- Dolan, S. R. (2008). Scattering and Absorption of Gravitational Plane Waves by Rotating Black Holes. *Class. Quant. Grav.*, 25:235002.
- Fernando, S. (2012). Schwarzschild black hole surrounded by quintessence: Null geodesics. *Gen. Rel. Grav.*, 44:1857–1879.
- Hayward, S. A. (2006). Formation and evaporation of regular black holes. *Phys. Rev. Lett.*, 96:031103.
- Kiselev, V. V. (2003). Quintessence and black holes. *Class. Quant. Grav.*, 20:1187–1198.
- López, L. A. y Pedraza, O. (2023). Effects of quintessence on scattering and absorption sections of black holes. *Indian J. Phys.*, 97(1):285–294.
- Malakolkalami, B. y Ghaderi, K. (2015). The null geodesics of the Reissner-Nordström black hole surrounded by quintessence. *Mod. Phys. Lett. A*, 30(10):1550049.
- Matzner, R. A., DeWitte-Morette, C., Nelson, B., y Zhang, T.-R. (1985). Glory scattering by black holes. *Phys. Rev. D*, 31:1869–1878.
- Padilla, L. E., Tellez, L. O., Escamilla, L. A., y Vazquez, J. A. (2021). Cosmological Parameter Inference with Bayesian Statistics. *Universe*, 7(7):213.
- Padmanabhan, T. (2003). Cosmological constant: The Weight of the vacuum. *Phys. Rept.*, 380:235–320.
- Pedraza, O., López, L. A., Arceo, R., y Cabrera-Munguia, I. (2021). Geodesics of Hayward black hole surrounded by quintessence. *Gen. Rel. Grav.*, 53(3):24.
- Pedraza, O., López, L. A., Arceo, R., y Cabrera-Munguia, I. (2022). Quasinormal modes of the Hayward black hole surrounded by quintessence: Scalar, electromagnetic and gravitational perturbations. *Mod. Phys. Lett. A*, 37(09):2250057.
- Ramírez, V., López, L. A., Pedraza, O., y Ceron, V. E. (2022). Scattering and absorption cross sections of Schwarzschild-anti-de Sitter black hole with quintessence. *Can. J. Phys.*, 100(2):112–118.
- Sebastian, S. y Kuriakose, V. C. (2014). Scattering of scalar field by an extended black hole in  $f(r)$  gravity. *Mod. Phys. Lett.*, A29:1450005.