

Modelo equivalente de placa con orificio para tramo de tubo y codo a 90° Equivalent model of orifice plate for straight pipe segment and 90° elbow

Clara X. Carrera-Galan ^{a,*}, Julio D. Cabal-Velarde ^a

^a Universidad Aeronáutica de Querétaro, Carr. Querétaro-Tequisquiapan 22154, 76278 Santiago de Querétaro, Querétaro, México.

Resumen

Durante la realización de este trabajo se desarrollan modelos matemáticos para la obtención de diámetros de placa con orificio equivalentes a codos de 90° o tuberías rectas, usando tres métodos: el diseño de experimentos de factorial completo, la ecuación con coeficiente de descarga y modelo matemático mediante la resolución de ecuaciones polinómicas. Se realizan simulaciones en elemento finito, para estimar la diferencia de presión, y la pérdida de carga de un lubricante mientras pasa por el sistema de lubricación de un motor de turbina y de igual forma, se simulan las placas con orificio. Llevando a cabo el cálculo del diámetro de la placa con orificio y simulando este, se obtiene un modelo equivalente que funciona como sustituto de diferentes componentes que intervienen en el sistema de lubricación, como los mencionados anteriormente (codos y tuberías rectas). Los parámetros utilizados en estos cálculos se basan en el estudio de la dinámica de fluidos, como la ecuación de la energía, el número de Reynolds; conservación de masa y energía; ecuación de Colebrook; entre otros. Los cálculos de diferencia de presión y pérdida de carga se realizan mediante una hoja de cálculo para generar un sistema equivalente de la tubería con accesorios.

Palabras Clave: Placa con orificio, Caída de presión, Pérdida de carga, Diseño de experimentos.

Abstract

In this work, mathematical models are developed to determine equivalent orifice plate diameters for 90° elbows or straight pipes using three methods: full factorial design of experiments, the discharge coefficient equation, and a mathematical model based on solving polynomial equations. Finite element simulations are conducted to estimate the pressure drop and head loss of a lubricant as it flows through the lubrication system of a turbine engine, as well as to simulate the orifice plates. By calculating and simulating the orifice plate diameter, an equivalent model is obtained that serves as a substitute for various components involved in the lubrication system, such as the aforementioned elbows and straight pipes. The parameters used in these calculations are based on fluid dynamics studies, including the energy equation, Reynolds number, conservation of mass and energy, Colebrook equation, among others. Pressure drop and head loss calculations are performed using a spreadsheet to generate an equivalent system of the piping with fittings.

Keywords: Orifice Plate, Pressure drop, Head loss, Design of experiments.

1. Introducción

El sistema de lubricación juega un papel importante en el correcto funcionamiento de un componente. En el caso de un motor aeronáutico, no solo brinda lubricación para disminuir la fricción entre las partes; en paralelo, disminuye las temperaturas altas de los elementos (Ippoliti, L et. al. 2012). Si llegara a haber exceso, reducción o nulo flujo de lubricante en el motor, los elementos empezarían a trabajar a temperaturas altas, generando niveles de fricción considerables, desgaste y como consecuencia; fallas prematuras de los principales componentes.

En la industria el diseño de un sistema de lubricación pasa por las diferentes etapas, que van desde el origen del concepto hasta la validación; esto llevando a cabo cálculos y simulaciones.

Los programas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en inglés) suelen requerir licencias costosas para su uso. Este artículo presenta la fase inicial de un proyecto, cuyo objetivo principal es desarrollar una herramienta computacional sencilla por medio de una hoja de cálculo, para diseñar sistemas de lubricación, permitiendo predecir valores como la caída de presión y el caudal. El uso de hojas de cálculo en ingeniería no solo funciona para completar actividades de forma eficiente, sino también ayuda

*Autor para la correspondencia: xgalan99@gmail.com

Correo electrónico: xgalan99@gmail.com (Clara Ximena Carrera-Galan), julio.cabal@soyunaq.mx (Julio Daniel Cabal-Velarde).

Historial del manuscrito: recibido el 26/06/2024, última versión-revisada recibida el 09/10/2024, aceptado el 07/10/2024, publicado el 30/11/2024. DOI: <https://doi.org/10.29057/icbi.v12iEspecial4.13309>



a obtener niveles altos de precisión en cálculos (Oke, S.A. 2004).

La metodología emplea modelos equivalentes basados en placas con orificios para simular los diferentes accesorios y tramos de tubería del sistema de lubricación. La utilización de placas con orificio presenta buena equivalencia de diferencia de presión con aquellos resultados que se obtienen de ecuaciones de la literatura u otros modelos, como Chinedu, U, (2016) lo presenta en su artículo.

Por lo que, en esta investigación, se abordan modelos de placas con orificios aplicados como sustitutos de tramos rectos de tubería y codos de 90°.

2. Sistema de lubricación

Un lubricante es una sustancia diseñada para reducir la fricción entre superficies, creando una capa de protección que minimiza el contacto directo y el calor generado por el movimiento. Esta capa delgada no solo disminuye el desgaste y la posibilidad de daños en las piezas, sino que también incrementa la fiabilidad del funcionamiento del motor al formar una película protectora entre las superficies móviles (CFM International, 2021).

La Figura 1 muestra un sistema de lubricación típico de una turbina comercial; junto con los elementos que regularmente está compuesto. Las variables más importantes a tener en cuenta en este sistema son la presión, consumo y temperatura de aceite (Boeing, 2003).

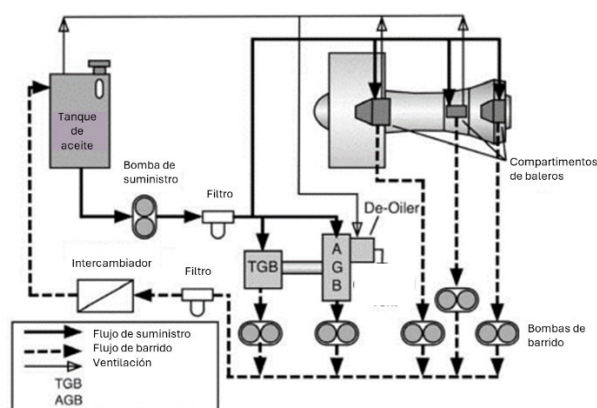


Figura 1: Sistema de lubricación típico en un motor de turbina. (Linke-Diesinger, 2008).

Los lubricantes utilizados en la aviación deben cumplir con estándares estrictos de calidad y rendimiento debido a las condiciones a las que se someten las aeronaves. Usualmente en la industria aeronáutica son utilizados lubricantes sintéticos de baja viscosidad, esto debido a que retienen sus propiedades de lubricación y son más resistentes a la oxidación a temperaturas altas.

- **Mobil Jet Oil II:** Un aceite diseñado para brindar lubricación adecuada y rendimiento duradero en los componentes de un sistema. Es un lubricante sintético con aditivos, utilizado en motores de turbina que cumple con los requisitos y especificaciones del MIL-PRF-23699. Presenta una viscosidad de 5 cS a 100 °C y de 25.3 cS a 40 °C.

Las especificaciones del MIL-PRF-23699 incluyen una excelente estabilidad térmica y oxidativa, capacidad anti-desgaste, protección contra la corrosión y compatibilidad con los materiales utilizados en los motores de turbina.

3. Desarrollo de Modelos Matemáticos y Simulación

El sistema de lubricación de un motor a reacción trabaja con un flujo de entrada que va desde los 9.75 GPM a los 11.6 GPM (CFM International, 2021).

No puede exceder o bajar de estos límites puesto que supondría una anomalía en el paso del fluido por las tuberías, lo que ocasionaría daños al sistema de lubricación, y al motor en general. La razón de flujo es una referencia importante para la construcción de los datos iniciales utilizados en el desarrollo de los modelos matemáticos mostrados en el presente artículo. Se utilizó un flujo volumétrico dentro de los datos aceptables (9.76-11.61 GPM), en las simulaciones en elemento finito, y en los modelos matemáticos.

El material de las tuberías es un factor importante; no solo por las propiedades que necesita para resistir las temperaturas; sino porque presenta cierta rugosidad que implica cambios en el factor de fricción que menciona adelante. El material más utilizado es un AISI-303, de acuerdo con la literatura, presenta una rugosidad de 0.0018 in, y una densidad de 0.286 lb/in³.

La dinámica de fluidos es la ciencia que se ocupa, como su nombre lo indica, del comportamiento de los fluidos en reposo o en movimiento; y de la interacción que presenta un fluido al entrar en contacto con superficies, sólidos u otros fluidos. Pritchard (2011) establece que, en un flujo incompresible, la suma de la presión estática, la energía cinética y la energía potencial por unidad de masa es constante a lo largo de una línea de corriente. Cuando un fluido se desplaza a lo largo de una tubería o conducto, las moléculas al entrar en contacto con las superficies experimentan una fuerza de fricción que hace que se oponga al movimiento. Esta fricción genera una caída de presión, que se refiere a la disminución de la presión del fluido a medida que se mueve a lo largo de la tubería.

Por otro lado, la diferencia de presiones hace referencia a la variación de presión entre dos puntos específicos en un sistema de flujo. Ambos fenómenos contribuyen a lo que se conoce como pérdida de carga, que es la pérdida total de energía del fluido debido a la fricción y otras resistencias internas del sistema. Al relacionar estas pérdidas con la ecuación de la energía se tiene (1) (Cengel, Y. 2014).

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 + \sum h_{\text{losses}} \quad (1)$$

Las pérdidas de carga (h_{losses}) están designadas como pérdidas mayores o pérdidas menores. Las pérdidas mayores, por ejemplo, están relacionadas con el paso del fluido a través de un tramo de tubería recta, y las menores son debido a la presencia de accesorios o cambios de dirección en la tubería. La pérdida de carga a través de una tubería recta se obtiene mediante la utilización de la denominada ecuación de Darcy Weisbach (Brown, G. 2002).

$$h_{\text{losses}} = \frac{f L V^2}{D 2g} \quad (2)$$

Donde “L” y “D”, son la longitud y diámetro de la tubería respectivamente; g la gravedad; V la velocidad del fluido y “f” el factor de fricción que se tiene debido al material de la tubería.

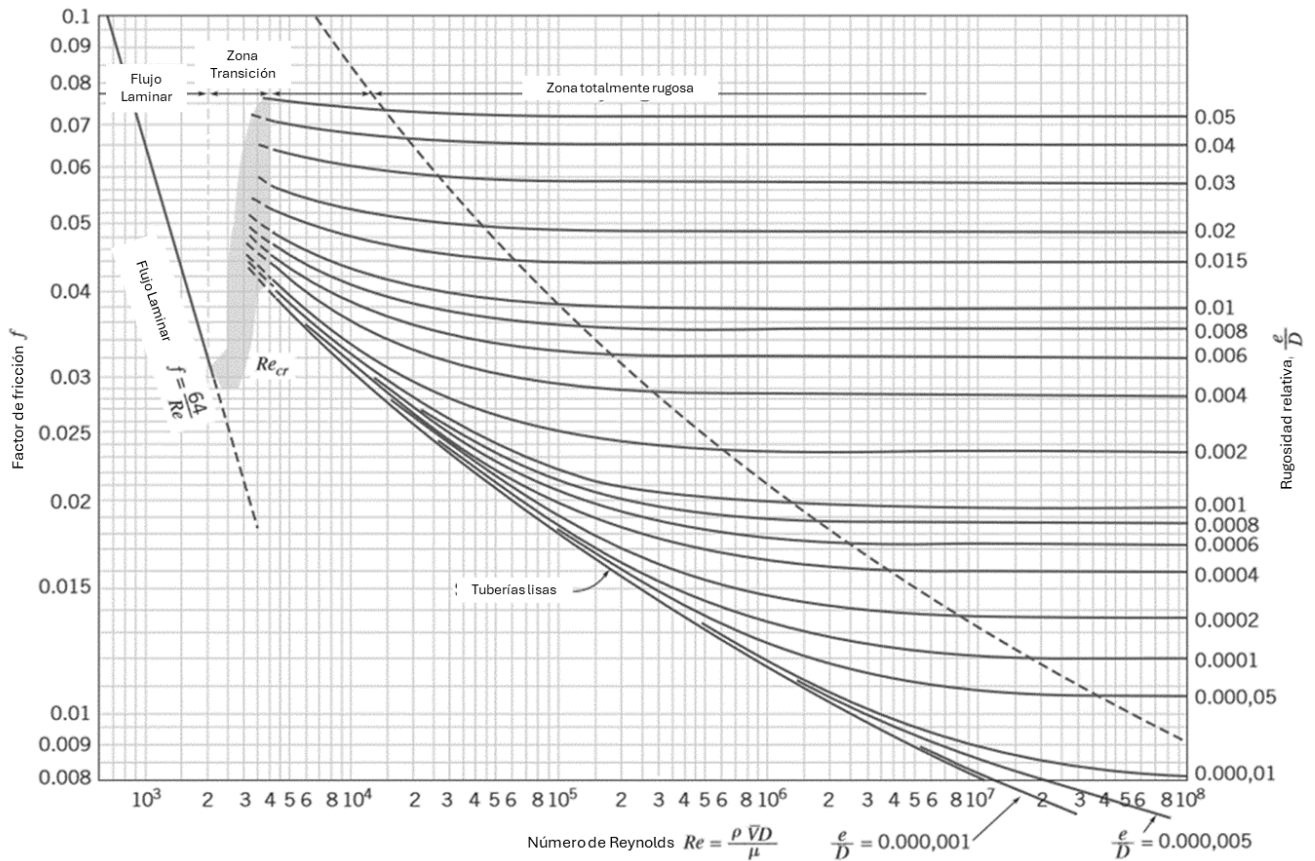


Figura 2: Diagrama de Moody para obtener factor de fricción (Pritchard, P., 2011).

Una forma de obtener el factor de fricción es mediante el diagrama de Moody (Figura 2), el cuál relaciona el diámetro y la rugosidad de la tubería, con el número de Reynolds del fluido. Sin embargo, existen ecuaciones simplificadas para obtener el factor de fricción, siendo la “Ecuación de Colebrook” una de las más comunes. Esta es utilizada en flujos turbulentos para estimar el factor de fricción en un fluido mediante iteraciones y está representada por (3) (Pritchard, P. 2011):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad (3)$$

Donde “**f**” es el factor de fricción, “**ε**” la rugosidad y “**D**” el diámetro de la tubería. El valor “**Re**” es el denominado “Número de Reynolds” que se obtiene mediante la siguiente ecuación (Pritchard, P. 2011):

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (4)$$

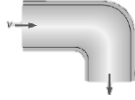
La ecuación presenta los valores de densidad (**ρ**), velocidad del fluido (**v**), diámetro de la tubería (**D**) y viscosidad (**μ**) del fluido.

Por otro lado, para pérdidas de carga menores que ocurren en flujos dentro de los sistemas de tuberías debido a elementos, y accesorios que no son conductos rectos (Crane, 1982). Para estos elementos se utiliza un coeficiente de pérdida de carga denominado “**K**”, el cual depende del tipo de accesorio.

$$h_{accesorio} = K \frac{v^2}{2g} \quad (5)$$

Existen distintos factores **K**; para este caso en particular, se toman como referencia los coeficientes de pérdida de carga para los codos de 90°. La Tabla 1 muestra los valores de **K** para un codo a 90° con diferentes configuraciones de unión.

Tabla 1: Coeficiente de Pérdida de Carga en Codo de 90°.

Configuración			K_{codo}
 Codo liso de 90°	Brida		0.3
	Roscado		0.9
	Soldado		0.32

Las placas con orificio funcionan creando una restricción en el flujo, lo que provoca una caída de presión que es proporcional a las pérdidas de carga sin la necesidad de introducir elementos adicionales al sistema de tuberías. Esto, permite simplificar el análisis del sistema, manteniendo la precisión en la estimación de las pérdidas de energía debidas a la fricción y otros factores.

Una forma de calcular la razón de flujo del fluido es mediante la siguiente ecuación (Cengel, Y, 2014):

$$Q = A_o C_d \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)}} \quad (6)$$

donde **Ao** es el área del diámetro del orificio de la placa, **Cd** es el coeficiente de descarga, y **β** el cociente del diámetro del orificio entre el diámetro de la tubería.

El coeficiente de descarga (**Cd**) es un parámetro usado para caracterizar la relación que existe entre la razón de flujo que pasa a través de la tubería, y la razón teórica, es decir, la que se esperaría de forma ideal. Es posible calcularse empíricamente mediante (7) (Cengel, Y, 2014):

$$C_d = 0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.184\beta^8 + \frac{97.71\beta^{2.5}}{Re^{0.75}} \quad (7)$$

Como es el caso de accesorios con pérdidas menores de energía, existe una ecuación que utiliza un factor **Ko**; y es utilizada para placas con orificio (Cengel, Y. 2014).

$$h_o = K_o \frac{V^2}{2g} \quad (8)$$

Donde **Ko** se obtiene mediante la siguiente ecuación (Cengel, Y. 2014):

$$K_o = 0.06961(1 - \beta^2)\lambda^2 + (\lambda - \beta^2)^2 \quad (9)$$

Mientras que, **λ**, se obtiene como se muestra en (10) (Cengel, Y. 2014):

$$\lambda = 1 + 0.622(1 - 0.215\beta^2 - 0.785\beta^5) \quad (10)$$

Para la resolución de los modelos matemáticos que se utilizarán para calcular el diámetro de las placas con orificio que se usarán como sustitutos de los elementos de la tubería, se toman en cuenta los siguientes valores de entrada (Tabla 2), obtenidos de la literatura o manuales de fabricante, que se mencionaron anteriormente.

Tabla 2: Valores de Entrada para los Modelos Matemáticos.

Parámetro	Valor
Presión (P)	80 psi
Tasa de flujo (Q)	$39.2556 \text{ in}^3/\text{s}$
Viscosidad dinámica: Mobil Jet Oil II (μ)	$2.86 \times 10^{-4} \text{ lb/in s}$
Densidad: Mobil Jet Oil II (ρ)	0.03625 lb/in^3
Diámetro de tubería (D)	0.5 in
Rugosidad (ϵ)	0.0018 in

Para obtener la diferencia de presión en una tubería horizontal de 18 pulgadas de longitud, y ½ pulgada de diámetro, se utiliza la ecuación de la energía. Para obtener las pérdidas, es necesario utilizar (2), por lo que se procede a calcular el número de Reynolds, y el factor de fricción.

Conociendo la razón de flujo, es posible obtener la velocidad de entrada del fluido, siendo ésta de 200 in/s en promedio. Así que el número adimensional de Reynolds se calcula con (4):

$$Re = 12672.29$$

Para obtener el factor de fricción se despeja este de (3), y es calculado por medio de iteraciones en la hoja de cálculo.

$$f = 0.03427$$

Así, sustituyendo valores, la ecuación de pérdida de carga a través de una tubería recta (2), resulta:

$$h_{Tubo} = 63.9336 \text{ in}$$

Utilizando la ecuación de la energía, y eliminando factores de velocidad y altura del fluido con respecto a un sistema de referencia, se tiene que:

$$\Delta P_{1-2} = h_{Tubo} (\rho) \quad (11)$$

Por lo tanto, el diferencial de presión está dado por:

$$\Delta P_{1-2} = 2.3175 \text{ lb/in}^2 = 2.3175 \text{ psid}$$

Realizando la simulación correspondiente en el programa de elemento finito ANSYS Workbench (Versión estudiantil 2024-1) y realizando un análisis de convergencia de malla, se tiene que la caída de presión en la tubería de 18 pulgadas es $\Delta P = 2.21 \text{ psid}$. Muy similar al calculado con el modelo matemático (2.31 psid). El mallado que se realizó para el tubo resultó en 26976 nodos.

El perfil de presiones utilizando los valores de entrada en la Tabla 2, se muestran en la Figura 3.

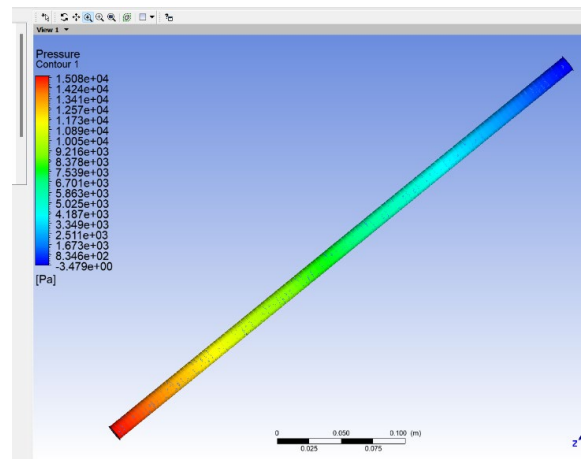


Figura 3: Simulación de Tubería de ½ pulgada, de 18 pulgadas de Longitud en Elemento Finito (ANSYS).

Por otro lado, el modelo matemático para un codo de 90° es necesario conocer su coeficiente de pérdida de carga; por lo que se remite a la Tabla 1, y se toma como supuesto un codo liso soldado con un coeficiente $K=0.32$. Entonces, la pérdida de carga se obtiene mediante (5), sustituyendo los valores correspondientes se tiene:

$$h_{codo} = 16.5708 \text{ in}$$

Considerando la ecuación de la energía y estableciendo que las velocidades de entrada y salida son las mismas, así como las alturas son las mismas, resulta:

$$\Delta P_{1-2} = h_{codo} (\rho)$$

$$\Delta P_{1-2} = 0.6006 \text{ lb/in}^2 = 0.6006 \text{ psid}$$

Realizando la simulación del codo de 90° en elemento finito, con una convergencia de malla de 47024 nodos, se obtiene que la diferencia de presión por pérdidas menores de energía es $\Delta P = 0.5979 \text{ psid}$, lo cual indica que la simulación y la formulación matemática (0.6 psid) son muy parecidas. La Figura 4 muestra la distribución de presiones a lo largo del codo en la simulación de elemento finito.

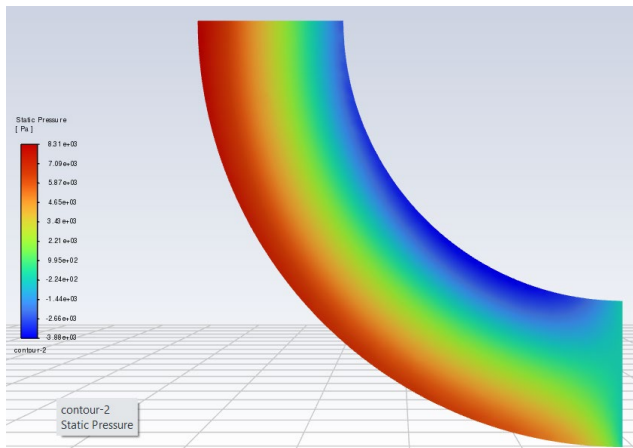


Figura 4: Simulación del Codo de 90° de tubería de ½ pulgada en ANSYS.

Teniendo las diferencias de presión que se obtuvieron tanto de la tubería horizontal como del codo de 90°, se procede a realizar los modelos matemáticos para la obtención de una placa con orificio que sea el sustituto de los elementos, para ello se utiliza un diseño de experimentos de factorial completa para obtener las ecuaciones de regresión.

4. Diseño de Experimentos (DOE) y Resultados

Un diseño de experimento es una serie de ejecuciones o pruebas, donde se hacen cambios intencionales en las variables de entrada al mismo tiempo, y se observan las respuestas. En este proyecto de investigación se requieren estudiar modelos equivalentes de placa con Orificio, en el cual se obtengan resultados similares a los de un tramo de tubería de 18 pulgadas y un codo a 90° por medio de un modelo equivalente de placa con orificio. En este proceso se puede modificar y manipular condiciones que se vean convenientes para el análisis, donde se podrán observar los factores vitales que influyen en el resultado.

El modelo para estudiar dentro del diseño de experimentos es el mostrado en la Figura 5, tramo pequeño de tubería de ½ pulgada de diámetro, y de 1 pulgada de longitud, con placas de 0.05 in de espesor al centro, y con un orificio interno variable.

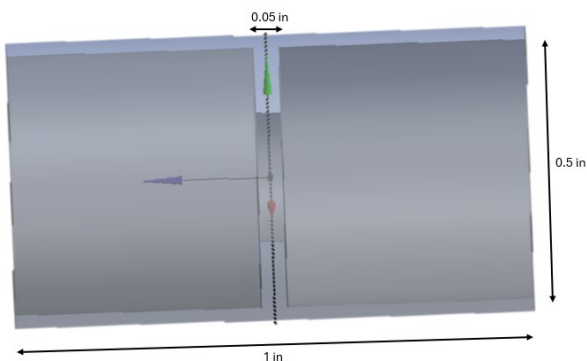


Figura 5: Geometría Propuesta de Accesorio de Tubería con Placa con Orificio.

Las variaciones utilizadas para el diseño de experimentos fueron el flujo de entrada [9.76 GPM (191.39 in/s)-11.61 GPM (227.65 in/s)], y el diámetro del orificio interno (0.35 a 0.49 pulgadas) de la placa. Se utilizó un diseño de factorial completo de dos niveles, con dos parámetros (2²), que da un

total de cuatro corridas en elemento finito. La Tabla 3 muestra el diseño de experimentos y los valores del diferencial de presión obtenidos en las simulaciones realizadas en ANSYS.

Tabla 3: Diseño de experimentos para placa con orificio.

Velocidad (in/s)	Do (in)	ΔP (psid)
191.3933	0.35	9.5244
227.6552	0.35	11.0339
191.3933	0.49	0.2024
227.6552	0.49	0.2249

Realizando el diseño de experimentos, con los límites proporcionados anteriormente se obtuvieron distintos coeficientes, con los cuales, se tiene la siguiente ecuación de regresión:

$$\Delta P = 5.2416423 + 0.223874266V - 10.5274986Do - 0.455614892VDo \quad (12)$$

Con la ecuación mostrada anteriormente, se verificó su efectividad utilizando la diferencia de presión de la tubería de 18 pulgadas (ΔP=2.3175 psid), y el codo de 90° (ΔP=0.6006 psid), a una velocidad de 200 in/s, para determinar el diámetro de orificio correspondiente a esos valores de entrada, resultando orificios de 0.4692 pulgadas para el tubo, y 0.4861 para el codo, la Tabla 4 muestra los valores calculados con la ecuación de regresión del diseño de factorial completo.

Tabla 4: Diámetro del Orificio utilizando las Ecuaciones de Regresión del DOE.

Datos de entrada		Datos de salida
Velocidad (in/s)	ΔP (psid)	Do (in)
200	Tubo 18": 2.3175	0.4692
200	Codo 90°: 0.6006	0.4861

Para verificar su efectividad, se procedió a realizar las simulaciones en elemento finito para estos diámetros de orificio mostrados en la Tabla 4.

Realizando la simulación en elemento finito para verificar la efectividad de la ecuación de regresión del DOE, se obtuvo un mallado de 8841 elementos, con un grosor de placa de 0.05 in, y los datos de entrada mencionados, el diferencial de presión dio de 0.4339 psid, lo cual indica un valor muy alejado del modelo matemático, y de la simulación del tubo. La Figura 6 muestra el perfil de presiones para el modelo de placa con orificio de 0.4692 pulgadas.

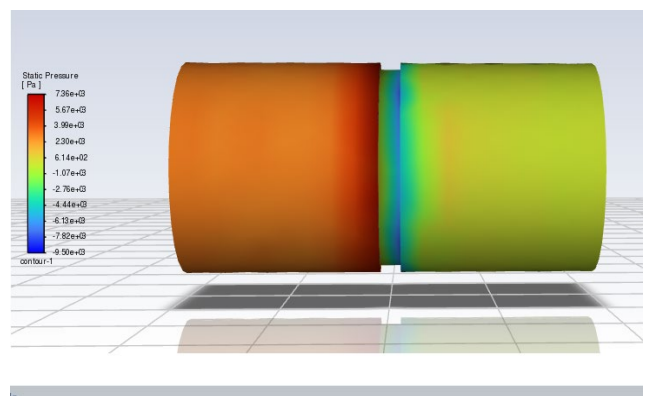


Figura 6: Simulación de Accesorio Propuesto de Placa con Orificio de 0.4692 pulgadas, ΔP=0.4339 psid.

Mientras que para el diámetro sugerido por el diseño de experimentos para el sustituto del codo de 90° es $\Delta P=0.2333$ psid, con un diámetro de Orificio de 0.4861 pulgadas, y un mallado de 9485 elementos.

La Figura 7 muestra el perfil de presiones a lo largo del accesorio propuesto de placa con Orificio. El resultado de diferencial de presión quedó muy alejado de la ecuación de regresión. La Tabla 5 muestra una comparación del diferencial de presión obtenido por la ecuación de regresión del DOE versus la simulación en elemento finito.

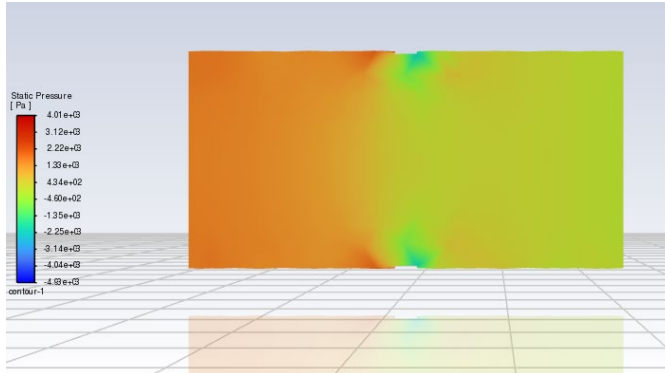


Figura 7: Simulación de Accesorio Propuesto de Placa con Orificio de 0.4861 pulgadas, $\Delta P=0.2333$ psid.

Tabla 5: Diferencias de presión mediante (12) y Simulación en Elemento Finito (ANSYS).

Elemento	ΔP (psid)	Do (in) obtenido por (17)	ΔP (psid) en simulación
Tubo	2.3175	0.4692	0.4339
Codo	0.6006	0.4861	0.2333

Es posible notar, que, para el tubo horizontal de 18 pulgadas, hay una diferencia de 1.8836 psid entre la presión obtenida mediante la ecuación, y la presión obtenida en la simulación del tubo; mientras que la diferencia existente para el codo es de 0.2528 psid. Por lo que la ecuación de regresión obtenida no es efectiva.

Por lo tanto, se procedió a utilizar el modelo matemático de placa con orificio definido por las ecuaciones (6) a la (10). Conociendo la diferencia de presión e ingresando la razón inicial a la que el flujo pasa a través de la tubería, es posible calcular el diámetro interno. Relacionando las ecuaciones (6) y (7), se tiene que el flujo volumétrico está dado por la siguiente ecuación:

$$Q = \frac{\pi D_o^2}{4} \left[0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.184\beta^8 + \frac{91.71\beta^{2.5}}{Re^{0.75}} \right] \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)}} \quad (13)$$

Mediante “solver”, una opción utilizada en la hoja de cálculo, se obtiene el diámetro interno del orificio tanto para la diferencia de presión resultante de la tubería de 18 pulgadas, como la diferencia resultante en el codo. La Tabla 6 muestra los resultados obtenidos del diámetro de orificio requerido por (13).

Tabla 6: Diámetro de Propuesta de Placa con Orificio mediante el Modelo Matemático dado por (13).

Elemento	ΔP (psid)	Do (in) obtenido por (13)
Tubo	2.3175	0.4568
Codo	0.6006	0.4887

Un dato importante para tomar en cuenta con la resolución de (13), es que, el grosor de la placa con orificio no está presente en la ecuación; lo que crea una variación en las presiones resultantes de las simulaciones que se realicen en elemento finito con el modelo propuesto de placa con orificio. Sin embargo, para realizar una comparación factible, se realizan las simulaciones con una placa de grosor de 0.05 pulgadas; como se hizo para el método de Diseño de Experimentos.

Para la placa como sustituto del tubo de 18 pulgadas, usando el diámetro de 0.4568 pulgadas de acuerdo con el modelo matemático propuesto por la literatura, se realizó la simulación en ANSYS con 8914 elementos de malla, obteniendo una diferencia de presión de $\Delta P=0.7031$ psid, tal cual se muestra en la Figura 8.

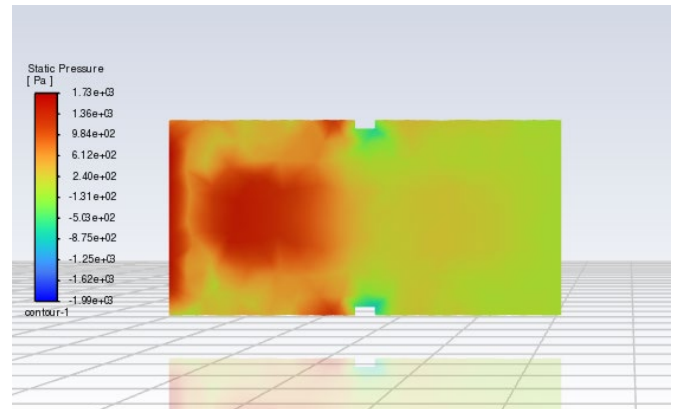


Figura 8: Simulación de Accesorio Propuesto de Placa con Orificio de 0.4568 pulgadas, $\Delta P=0.7031$ psid.

Mientras que, para el sustituto del codo, realizando la simulación de la placa con diámetro de 0.4887 y un mallado de 9696, se obtuvo una diferencia de presión de $\Delta P=0.2229$ psid, tal cual se muestra en la Figura 9.

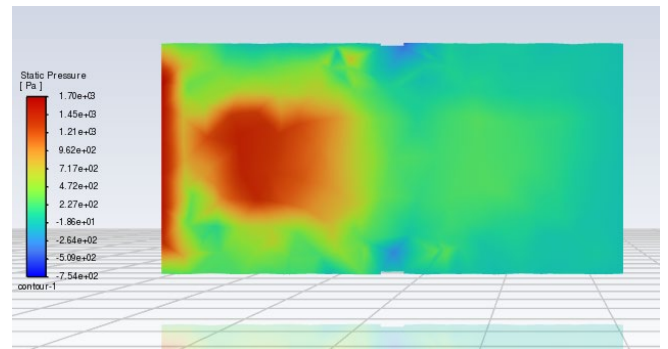


Figura 9: Simulación de Accesorio Propuesto de Placa con Orificio de 0.4887 pulgadas, $\Delta P=0.2229$ psid.

La Tabla 7 muestra los resultados obtenidos mediante el modelo matemático representativo de placa con orificio reportado en la literatura. Lo cual tampoco es efectivo.

Tabla 7: Diferencias de presión mediante (13) y simulación.

Elemento	ΔP (psid)	Do (in) obtenido por (13)	ΔP (psid) en simulación
Tubo	2.3175	0.4568	0.7031
Codo	0.6006	0.4887	0.2229

Finalmente, se procede a realizar ahora un modelo matemático basado en la simulación de elemento finito, en el cual se mantiene constante el flujo volumétrico y se varía el diámetro interno del modelo propuesto de placa con orificio. Para modelos de tuberías horizontales, se realizaron trece simulaciones; esto con el fin de visualizar el comportamiento que toma la diferencia de presión dependiendo el diámetro interno del orificio de la placa. Se utilizó el modelo propuesto de placa con Orificio, con una velocidad a la entrada de 200 in/s para las trece simulaciones realizadas. La Tabla 8 muestra los resultados obtenidos del diferencial de presión en el accesorio propuesto.

Tabla 8: ΔP debido a distintos diámetros internos.

Do (in)	ΔP (psid)
0.25	54.0027
0.27	41.9178
0.29	30.3288
0.31	20.9514
0.33	14.0677
0.35	10.7007
0.37	7.3794
0.39	5.0460
0.41	3.0446
0.43	1.7206
0.45	0.9227
0.47	0.4173
0.49	0.2184

Al realizar una gráfica con los datos obtenidos, fue posible ajustar a una curva de grado 3, por lo que se obtuvo una ecuación polinómica de grado 3 que se muestra en la Figura 10.

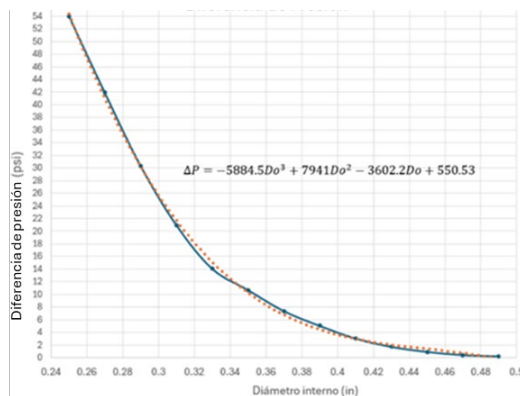


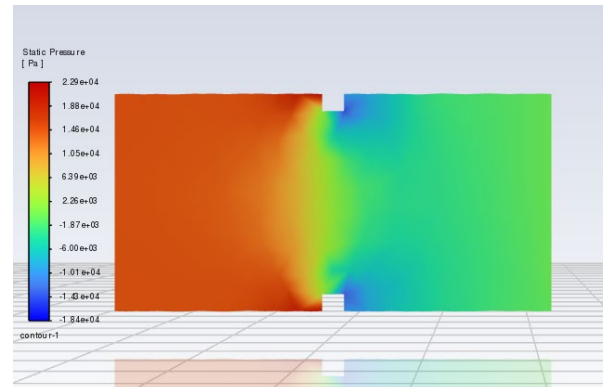
Figura 10: Diferencia de Presión versus Diámetro Interno del Orificio.

La ecuación de tercer grado resultante es la siguiente:

$$\Delta P = -5884.5Do^3 + 7941Do^2 - 3602.2Do + 550.53 \quad (14)$$

Como se tiene el ejemplo de la tubería horizontal donde la diferencia de presión es de 2.3175 psid, se procede a calcular entonces el diámetro interno con (14). Utilizando la opción "Solver" de la hoja de cálculo; se obtiene que el diámetro interno (Do) es 0.4224 in. Al realizar la simulación en elemento finito, se obtiene una malla de 8765 elementos que muestra una diferencia de presión de una placa con orificio de diámetro interno de 0.4224 pulgadas es de $\Delta P=2.1316$ psid

(Figura 11), muy cercano al modelo matemático de tramo de tubo, y simulación en elemento finito, por lo que esta expresión nos da una mejor resolución al modelo propuesto de placa con orificio.

Figura 11: Simulación de Accesorio Propuesto de Placa con Orificio de 0.4224 pulgadas, $\Delta P=2.1316$ psid.

El porcentaje de diferencia que existe entre la diferencia de presión existente en la tubería horizontal de 18 pulgadas, y la placa con orificio de 0.4224 in es de un 8%; un porcentaje tolerable tomando en cuenta que en tubería menores a dos pulgadas es difícil conseguir una adecuada aproximación para un diámetro interno, cuya diferencia de presión sea equivalente a la diferencia de presión de una tubería horizontal.

En el caso del modelo matemático que se utiliza para la placa con orificio como sustituto del codo de 90°; se realizan las simulaciones de una placa con orificio como la mostrada en la figura 5, una tubería de una pulgada de longitud con una placa de 0.05 pulgadas de grosor, variando los diámetros internos. De igual forma que con el modelo utilizado para la tubería horizontal, se realiza una gráfica con los siguientes datos.

Tabla 9: ΔP debido a distintos diámetros internos.

Do (in)	ΔP (psi)
0.45	0.9227
0.46	0.6384
0.47	0.4173
0.48	0.27904
0.49	0.218458

La gráfica obtenida, hace posible designar una ecuación de tercer grado, con la cual se puede calcular el diámetro interno de la placa que sirva como sustituto del accesorio.

La ecuación obtenida de la gráfica mostrada en la Figura 12 es:

$$\Delta P = 1206.5Do^3 - 1322.4Do^2 + 425.42Do - 32.671 \quad (15)$$

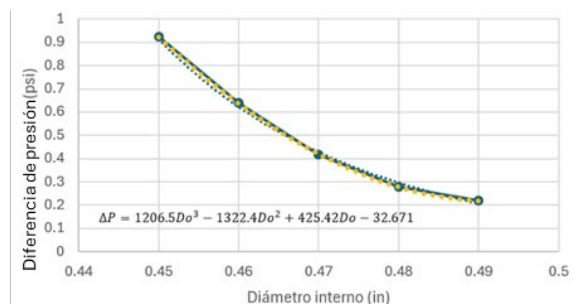


Figura 12: Gráfica de diferencia de Presión con Variación de Diámetros; para codo de 90°.

Tomando como diferencia de presión $\Delta P=0.6006$ psid; que es el resultado designado como la caída de presión en un codo de 90° , se resuelve la ecuación. Se obtiene entonces que el diámetro interno de la placa es $Do=0.4615$. Lo que se obtuvo de la simulación, fue un objeto de 8856 elementos con mallado de convergencia y con una diferencia de presión de $\Delta P=0.5989$ psi (Figura 13). Esto significa que el resultado entre la diferencia de presión que se obtiene con la ecuación, y la que se obtiene con la simulación es menor a 1%; lo que significa que (20) es un modelo matemático muy acertado para ser utilizado en el cálculo de diámetro interno de la placa con orificio que sea el sustituto de un codo de 90° .

A continuación, se presenta el resumen de resultados de los tres modelos matemáticos utilizados, junto con su variación o desviación en diferencias de presión entre la simulación, y el método analítico; con respecto a distintos diámetros. La Tabla 10 muestra una variación significativa con respecto a la ecuación de regresión obtenida por el diseño de experimentos de factorial completo dada por (12).

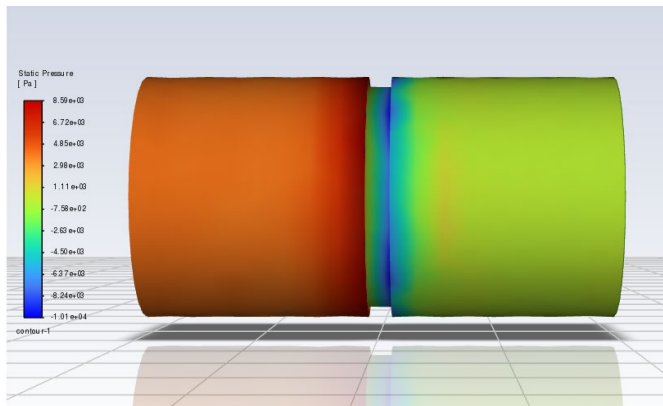


Figura 13: Simulación de Accesorio Propuesto de Placa con Orificio de 0.4615 pulgadas, $\Delta P=0.5989$ psid.

Tabla 10: Variación de ΔP mediante Ecuación de Regresión del DOE.

Elemento	Do (in)	ΔP (psid)	ΔP (psid) obtenido en simulación	Variación de ΔP (%)
Tubo 18"	0.4692	2.3175	0.4339	81.28%
Codo 90°	0.4661	0.6006	0.2333	61.16%

Por otro lado, la Tabla 11 muestra la variación del diferencial de presión obtenido por el modelo matemático propuesto en la literatura para una placa con orificio versus simulación de la propuesta de placa con orificio.

Tabla 11: Variación de ΔP mediante Coeficiente de Descarga de Modelo Analítico Propuesto en la Literatura.

Elemento	Do (in)	ΔP (psid)	ΔP (psid) obtenido en simulación	Variación de ΔP (%)
Tubo 18"	0.4568	2.3175	0.7031	69.66%
Codo 90°	0.4887	0.6006	0.2229	62.89%

Finalmente, la Tabla 12 muestra la variación con respecto al modelo matemático obtenido por las simulaciones en elemento finito, y ajustando la curva a un polinómico de grado

3. Los resultados muestran variaciones menores al 8%. Se pudiera obtener una mejor resolución, utilizando un grado mayor en el ajuste de la curva polinómica.

Tabla 12: Variación de ΔP mediante Gráficas de diferencia de presión (Ecuaciones 14 y 15).

Elemento	Do (in)	ΔP (psid)	ΔP (psid) obtenido en simulación	Variación de ΔP (%)
Tubo 18"	0.4224	2.3175	2.1316	8.02%
Codo 90°	0.4615	0.6006	0.5989	0.28%

Conclusiones

El enfoque proporcionado para estimar la diferencia de presión, y la pérdida de carga, evalúa, tanto el sistema analítico, como los resultados brindados por las simulaciones; con los cuales es posible realizar comparaciones de datos, y verificar qué tanta desviación presenta un sistema de otro.

La ecuación polinómica de grado tres es efectiva para el modelo propuesto de placa con orificio; el haber utilizado una ecuación de tercer grado evita comportamientos inesperados fuera de rango. Aunque un grado adicional al polinomio puede llegar a obtener mejores precisiones, en estas gráficas en particular no aportaba mayores resultados significativos.

Utilizando las ecuaciones de regresión obtenidas en el DOE, se puede observar que las desviaciones son mayores al 50%. Por lo que, utilizar este método no presentaría diámetros confiables que puedan brindar una diferencia de presión equivalentes a los que presentan los accesorios.

Por otro lado, el modelo matemático propuesto en la literatura el cuál, utiliza la ecuación del coeficiente de descarga presenta variaciones mayores al 60%. De acuerdo con la norma ISO-5167 (International Standard, 2003); los modelos matemáticos que utilizan el coeficiente de descarga son complejos de utilizar para tuberías menores a dos pulgadas, ya que, mientras menor es el diámetro de estas, existen dificultades en la convergencia.

Da mejor resolución hacer simulaciones en elemento finito variando el diámetro del orificio y manteniendo el flujo constante, para después graficar los resultados y analizar el comportamiento de la curva, posteriormente ajustar la curva a una polinomial de grado 3, y obtener una ecuación útil para el cálculo de diámetro de placa con orificio; esto gracias a que el porcentaje de desviación que presenta es aceptable para las diferencias de presión que tiene los elementos del tramo de tubo, y codo a 90° .

Para un tubo largo y horizontal presenta una desviación del 8%; mientras que para el codo solo 0.28%; esto debido a que las diferencias de presión en accesorios son menores y su curva polinómica se encuentra más alineada a valores con diferencias de presión más bajos.

Por lo que, para la representación o sustitución de las placas con orificio equivalente a los accesorios, se utiliza el modelo matemático proporcionado durante este trabajo

Agradecimientos:

“Agradecimientos a las empresas ESSS y ANSYS por la entrega de las licencias de softwares de simulación ANSYS

que se han utilizado para el desarrollo de este trabajo en el marco de la colaboración para la generación de un ecosistema científico tecnológico en torno a las herramientas de CAE en Querétaro”.

Referencias

- Boeing. (2003). Aircraft Maintenance Manual. Boeing Property.
- Brown, G. (2002, Octubre). The History of the Darcy-Weisbach equation for pipe flow resistance. Oklahoma State University.
- Cengel, Y. (2014). Fluid Mechanics. McGraw Hill.
- Chinedu, U. (2016). Model prediction for constant area, variable pressure drop in orifice plate characteristics in flow system. Chemistry International, 2(2), 80-88.
- Crane. (1982). Flow of fluids through valves, fitting and pipe. Crane Co.
- CFM International. (2021, Agosto). CFM-56 Component Maintenance Manual.
- International Standard. (2003). Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full (ISO 5167-2). ISO International.
- Ippoliti, L., & Berten, O. (2012). Influence of inlet piping conditions on the performance of an aircraft engine lubrication system pump. Proceedings of the 9th National Congress on Theoretical and Applied Mechanics (pp. 9-10) Brussels, Belgium.
- Linke-Diesinger, A. (2008). Systems of commercial turbofan engines: An introduction to systems functions. Springer.
- Oke, S.A. (2004). Spreadsheet applications in engineering education: A review. International Journal of Engineering education, 20, 893-901.
- Pritchard, P. (2011). Fox and McDonald's introduction to fluid mechanics. John Wiley & Sons, Inc.