

Una aplicación de un modelo de optimización para la ubicación de centros de distribución de libros de texto para escuelas primarias

An application of an optimization model for the location of textbook distribution centers for primary schools

Jasmín Zúñiga-Hernández ^a, Yadhira Vázquez-Hernández ^{a,*}, Marco A. Montúfar-Benítez ^a
Federico Trigos-Salazar ^b, José R. Corona-Armenta ^a, Oscar Montaña-Arango ^a

^a Área Académica de Ingeniería y Arquitectura, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Ciudad del Conocimiento, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.
^b Tecnológico de Monterrey, EGADE Business School, Ciudad de México, México.

Resumen

El costo logístico de distribución de bienes o mercancías tiene un papel muy importante en el desempeño de cualquier cadena de suministro. En México la distribución de libros de texto gratuitos se ha realizado de manera descoordinada desde hace muchos años. Basado en un modelo de programación matemática no lineal, en este trabajo proponemos la aplicación del algoritmo de Weiszfeld en dos etapas, en la primera etapa se determinan las ubicaciones óptimas de las Zonas Escolares (ZE), que son las localizaciones donde las escuelas pertenecientes a cada ZE deben recoger los libros. En la segunda etapa se proponen las ubicaciones óptimas de los Servicios Regionales (SR) donde las ZE que le corresponden deben recoger los libros que le pertenecen. Considerando un determinado Estado de la República Mexicana, el modelo fue aplicado en la ubicación óptima de las ZE y su CR correspondiente, resultando que el costo de transporte se redujo un 75.40%, ya que pasa de MXN 53,979.07 a MXN 13,278.00 para el SR11. Esto deja evidente que la reducción de costos en un solo SR de los 12 que existen en el estado bajo estudio tiene gran impacto.

Palabras Clave: Costo logístico, Algoritmo de Weiszfeld, ZE, SR.

Abstract

The logistical cost of distributing goods or merchandise plays a very important role in the performance of any supply chain. In Mexico, the distribution of free textbooks has been carried out in an uncoordinated manner for many years. In this work, we propose the application of the Weiszfeld algorithm in two stages, based on a nonlinear mathematical programming model, to determine the optimal locations of the delivery points for the School Zones (SZ) that generate the minimum logistical cost of collecting the books at the Regional Services (RS) locations in a given State of the Mexican Republic. In the analysis conducted, optimization reduced the cost by MXN\$6,118,637.84 for RS 1 and by MXN\$1,143,631.95 for RS 11, achieving a total savings of MXN\$7,262,269.79. If this methodology in the distribution of free books were implemented throughout Mexico, the expected savings would have a greater impact.

Keywords: Logistics cost, Weiszfeld Algorithm, SZ, RS.

1. Introducción

La distribución de libros gratuitos en México desde que se inició en el año 1960 (CONALITEG, 2017), ha sido a través de la gestión de los gobiernos federal y estatal (Ver figura 1). La ausencia de un enfoque logístico transdisciplinario adecuado no ha permitido evaluar los costos en la distribución de los mismos. La falta de coordinación entre los diferentes actores

involucrados en el proceso de distribución, entre los gobiernos, los padres de familia y los directivos escolares, ha exacerbado este problema logístico, ya que cada uno ha tomado sus propias decisiones respecto a la organización de la distribución sin tomar en cuenta a las otras partes. (Cancino, Ruiz y Flores, 2020)

La optimización de la distribución de libros de texto gratuitos en México es importante por varias razones. En primer

*Autor para la correspondencia: va391150@uaeh.edu.mx

Correo electrónico: zu435636@uaeh.edu.mx (Jasmín Zúñiga-Hernández), va391150@uaeh.edu.mx (Yadhira Vázquez-Hernández), marcomontufar14@gmail.com (Marco Antonio Montúfar-Benítez), frigos@tec.mx (Federico Trigos-Salazar), jrcorona@uaeh.edu.mx (José Ramón Corona-Armenta), omontano@uaeh.edu.mx (Oscar Montaña-Arango).

lugar, garantizar un costo óptimo para los distintos actores es una tarea que la ingeniería logística tiene como meta, a través de la aplicación de métodos cuantitativos.

Además, al adoptar un enfoque transdisciplinario logístico, que incorpora aspectos de matemáticas, geografía y economía, se puede desarrollar un modelo de optimización más efectivo para abordar este problema complejo. Este modelo sugerirá un diseño de la red de distribución de libros al menor costo posible para todos los involucrados en el proceso de decisión.

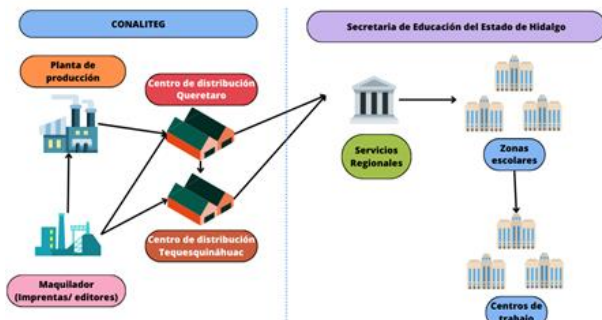


Figura 1: Distribución actual de libros de texto gratuitos en Hidalgo, (CONALITEG, 2017).

1.1. Revisión bibliográfica

En el estudio realizado por S. Hassanzadeh & G. Zhang (2012), se investigó una red de cadena de suministro de circuito cerrado (CLSC) que incluía múltiples plantas, centros de acopio, mercados de demanda y productos. Para ello se propuso un modelo de programación lineal mixta entera que minimiza el coste total. Además, se amplió el modelo para considerar los factores ambientales mediante sumas ponderadas y métodos de restricción electrónica. También se investigó el impacto de la red mediante programación estocástica (basada en escenarios).

C. Araz, H. Selim & I. Ozkarahan (2007) proponen un modelo de ubicación de cobertura máxima multiobjetivo. Este modelo aborda el problema de determinar las mejores ubicaciones de base para un número limitado de vehículos de modo que se optimicen los objetivos de nivel de servicio. En el modelo se consideran tres sustitutos importantes que reflejan la calidad de los sistemas de servicio de emergencia: maximización de la población cubierta por un vehículo, maximización de la población con cobertura de respaldo y minimización de la distancia total de viaje desde ubicaciones a una distancia mayor, que un estándar de distancia preespecificado para todas las zonas.

En el trabajo de Boonmee, Arimura & Asada (2017) se abordó la problemática de la ubicación de instalaciones logísticas humanitarias de emergencia en contextos de desastres naturales. Se utilizaron algoritmos exactos y heurísticos para resolver cuatro problemas principales relacionados con la ubicación de instalaciones: deterministas, dinámicas y estocásticas. Estos problemas consideran factores como la accesibilidad, la seguridad, la incertidumbre y la sostenibilidad.

A. E. Duarte, W. A. Sarachea & Y. J. Costa (2014) propusieron un marco de optimización que combina el diseño y la configuración de procesos de la cadena de suministro utilizando una formulación MILP (programación lineal entera mixta). El modelo se aplicó para ubicar una planta de bioetanol

de segunda generación en Colombia que utiliza un residuo agrícola conocido como Coffee-CSs (tallos cortados de café).

Gołębiewski, Trajer, Jaros & Winiczenko (2013) describen un problema ambiental en áreas rurales debido al aumento de dispositivos electrónicos y vehículos. Propone una solución mediante el diseño de una red de logística inversa (RL) para vehículos al final de su vida útil (ELVs). El objetivo es optimizar la ubicación de las instalaciones de desmantelamiento para reducir los costos relacionados con el transporte, el almacenamiento y el desmantelamiento. Se utilizó un algoritmo genético para resolver el complejo problema y obtener una buena solución en un tiempo razonable. Los resultados mostraron que los costos de transporte pueden alcanzar hasta el 70% y los costos de desmantelamiento pueden superar el 25% del costo total de reciclaje. El estudio confirmó que el método del algoritmo genético se puede utilizar con eficacia para localizar las instalaciones de desguace de ELV y también estudió el efecto de cambiar la ubicación de las instalaciones de procesamiento en la ubicación de las estaciones de desmantelamiento.

En el trabajo de A. Kumar & T. Shigo (2015), se propone una idea de asignación de instalaciones, que se utilizan para almacenar la leche destinada a la distribución. Estas ubicaciones de instalaciones también funcionan como centros para ciertas ubicaciones de distribución. El problema consiste en ubicar adecuadamente cinco instalaciones considerando restricciones variables.

Lin, Watada & Wu (2014) presentan un modelo de localización de instalaciones que considera la demanda incierta, también conocida como demanda difusa. Para abordar esta incertidumbre, proponen una fórmula de defuzzificación (Conversión del conjunto de entradas numéricas en conjuntos difusos) de la demanda difusa que calcula el valor esperado estimado de la demanda difusa. Esta fórmula se utiliza para evaluar el error de la demanda difusa. Estudios empíricos demuestran que el uso de esta fórmula mejora los resultados obtenidos en comparación con métodos convencionales. Además, aplican el modelo a un problema de localización real utilizando parámetros de funciones de probabilidad.

R. Medal, A. Pohl & D. Rossetti (2014) desarrollaron un modelo para un problema de ubicación y fortalecimiento de instalaciones minimax. El objetivo es ubicar un conjunto de instalaciones y fortalecer un subconjunto de ellas para minimizar el peor rendimiento del sistema en todos los posibles escenarios de interrupción. Estos escenarios consisten en la interrupción de r instalaciones. El rendimiento del sistema se mide como la distancia máxima desde un punto de demanda hasta la instalación operativa y ubicada más cercana.

Ogryczak, Studzinski & Zorychta (1989) describen el desarrollo de DINAS (Dynamic Interactive Network Analysis System), un sistema de apoyo a la toma de decisiones para problemas multiobjetivos de transporte con localización de instalaciones. DINAS utiliza una extensión del enfoque del punto de referencia clásico, lo que permite al usuario especificar niveles de aspiración y objetivos. El decisor trabaja de forma interactiva con la computadora, lo que le permite ajustar sus niveles de aspiración durante las sesiones de análisis.

En el estudio de Porras, Fajardo, & Rosete (2019) se enfocan en la gestión de servicios y cómo la ubicación de las instalaciones puede mejorar su calidad. Se aborda específicamente el problema de ubicación de cobertura máxima, que busca ubicar un número conocido de instalaciones

para maximizar la demanda cubierta. Se considera la variación de la demanda de los nodos a lo largo del tiempo, lo que se conoce como modelo multiperíodo. Además, se tienen en cuenta diferentes tipos de instalaciones con radios de cobertura distintos en cada ubicación.

En el estudio realizado por S. Rahmati, A. Ahmadi, M.Sharifi & A. Chambari (2014) se analizó un modelo biobjetivo práctico para el problema de ubicación-asignación de instalaciones con servidores inmóviles y demanda estocástica. El objetivo principal de la investigación consistió en desarrollar un modelo matemático en el que se consideran las perspectivas tanto de los clientes como de los proveedores de servicios. Los objetivos del modelo desarrollado fueron la minimización del costo total del proveedor del servidor y la minimización del tiempo total de los clientes. Este modelo tiene diversas aplicaciones en el mundo real, como la ubicación de cajeros automáticos (ATM) de bancos y diferentes tipos de máquinas expendedoras.

Sahyouni, Savaskan y Daskin (2007) desarrollaron tres modelos genéricos de ubicación de instalaciones para la distribución y recolección integradas de productos, adaptándose a diversas aplicaciones e industrias. Estos modelos cuantifican el valor de la toma de decisiones integrada en el diseño de redes de logística directa e inversa a lo largo de las diferentes etapas del ciclo de vida de un producto.

En un estudio realizado por Yea, L., Yea, Ch., & Chuang (2011), se propuso un nuevo modelo de reparación y planificación de ubicación para reducir la cantidad de centros de reciclaje existentes en Taiwán y mejorar la eficiencia de la gestión de desechos. El modelo integró un algoritmo heurístico y utilizó un enfoque de dos etapas para asignar depósitos de recolección a centros de reciclaje. Los resultados numéricos mostraron que el modelo propuesto mejoraba la eficiencia de la gestión de desechos y reducía el uso de recursos de la tierra, al tiempo que disminuía la distancia total de transporte mediante una asignación eficiente de depósitos de recolección a centros de reciclaje.

2. Materiales y Métodos

2.1. Análisis del problema

El sistema analizado en este estudio se limita a la distribución de libros en el Estado de Hidalgo (Ver figura 2), donde la distribución es gestionada por la Secretaría de Educación Pública (SEP) y la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG).

Se considera esencial que los materiales educativos necesarios lleguen a los estudiantes de educación primaria a tiempo. Sin embargo, el proceso actual enfrenta varios

problemas que impiden una distribución eficiente y oportuna, lo que impacta negativamente en la calidad educativa.

La ineficiencia logística es el problema central. La evaluación adecuada de los costos y la optimización del proceso de distribución han sido impedidas por la ausencia de un enfoque logístico transdisciplinario. Sin un análisis exhaustivo que integre métodos cuantitativos y considere aspectos geográficos, económicos y organizacionales, la distribución seguirá siendo costosa y lenta.

Por ejemplo, la ubicación del almacén de libros puede no estar estratégicamente situada para facilitar una distribución efectiva a las escuelas primarias en todo el estado (Ver figura 3), lo que genera demoras y aumenta los costos. La optimización de estas ubicaciones, mediante el uso del algoritmo de Weiszfeld, permite reducir significativamente estos costos, mejorando la eficiencia en la distribución de libros.

La falta de coordinación entre los actores involucrados en la distribución de libros de texto gratuitos también es un problema. Al operar de manera aislada, los gobiernos federal y estatal, los directivos escolares y los padres de familia toman decisiones sin una visión global. Esto resulta en redundancias, omisiones y una distribución desigual, afectando el acceso equitativo y oportuno de los estudiantes a los materiales educativos.

La no optimización de los costos logísticos repercute en la ineficiencia operativa y en un uso inadecuado de los recursos financieros del estado, comprometiendo la sostenibilidad del proceso de distribución a corto, mediano y a largo plazo. La optimización de los costos logísticos repercute en la economía del bolsillo de los padres de familia y los gobiernos federales y estatales; dicho ahorro puede canalizarse para atender otras necesidades del sistema educativo dentro del estado de Hidalgo y sus municipios.

Finalmente, el impacto más grave de estos problemas es en la educación. La entrega tardía o desigual de los libros de texto afecta directamente el aprendizaje de los estudiantes, ya que los materiales educativos son fundamentales para el desarrollo académico. Si los libros no están disponibles al inicio del ciclo escolar, se interrumpe el proceso educativo, lo que puede tener efectos negativos duraderos en el rendimiento académico de los estudiantes.

2.2. Enfoque de modelado

El problema planteado en este estudio se puede enmarcar dentro los problemas logísticos conocidos como problema de localización continua de un escalón y un producto. este mismo enfoque se asume que el costo de transporte desde la ubicación de la instalación hasta cada nodo sucesor está basado en la distancia euclidiana entre ambos.



Figura 2: Ubicación de: (a) México dentro de América, (b) Hidalgo dentro de México, (c) áreas de estudio (municipios de Hidalgo) dentro de Hidalgo.

- (V) Nodos
- (x) y (y) Coordenadas de los nodos
- (d) Pesos de los nodos. El peso de cada nodo es proporcional a la cantidad (Demanda) de libros requeridos por cada escuela
- (c) El costo de transporte
- (épsilon) Un parámetro de tolerancia
- $\underline{x}$ y $\underline{y}$ son las coordenadas de la instalación devueltas por el procedimiento
- $x^{(0)}$ y $y^{(0)}$ son las coordenadas del centro de gravedad

El algoritmo de Weiszfeld (ver Apéndice A), desarrollado por E. Weiszfeld, se aplica para proponer una ubicación óptima de cada ZE y la reubicación de los SR con el objetivo de minimizar el costo de transporte.

Este algoritmo se basa un procedimiento iterativo que ajusta las coordenadas de la ubicación óptima del centro de distribución, utilizando un parámetro de tolerancia ϵ para determinar la precisión de la solución. Un valor de $\epsilon = 0$ indica una solución exacta. A continuación, se describe brevemente cada una de las líneas que conforman el algoritmo utilizado (Apéndice A):

- 1) Definición del procedimiento Weiszfeld.
- 2) ϵ es un parámetro de tolerancia definido por el usuario, que determina la precisión deseada para la solución. Cuanto menor sea ϵ , mayor será la precisión requerida.
- 3) $\underline{x}$ y $\underline{y}$ son las coordenadas (x, y) de la instalación devueltas por el procedimiento.
- 4) $x^{(0)}$ y $y^{(0)}$ son las coordenadas del centro de gravedad.
- 5) Cálculo de la coordenada inicial $x^{(0)}$ como el centro de gravedad ponderado por los pesos de los nodos.
- 6) Cálculo de la coordenada inicial $y^{(0)}$ de manera similar, como el centro de gravedad ponderado por los pesos de los nodos.
- 7) Cálculo de la función objetivo inicial, que suma las distancias ponderadas y multiplicadas por el costo desde cada nodo al punto inicial.
- 8) Inicialización del contador de iteraciones ($h=1$).
- 9) Inicialización de la condición de salida como falsa, indicando que el algoritmo aún no ha terminado.
- 10) Comienza el ciclo que continuará ejecutándose hasta que sea verdadero.
- 11) Actualización de la coordenada en la iteración utilizando las coordenadas y pesos de los nodos y las coordenadas de la iteración anterior y cálculo de la nueva función objetivo con las coordenadas actualizadas.
- 12) Condición para verificar si la diferencia entre la función objetivo de la iteración anterior y la actual es menor o igual a la tolerancia. Si es así se alcanza la condición de parada.
- 13) Se alcanza la condición de parada.
- 14) Asignación de la coordenada optimizada a $\underline{x}$.
- 15) Asignación de la coordenada optimizada a $\underline{y}$.
- 16) Establecimiento de la condición de salida como verdadera, lo que termina el ciclo.
- 17) Caso contrario si no se ha alcanzado la condición de parada.
- 18) Incremento del contador de iteraciones (h) para continuar con la siguiente iteración.
- 19) Fin de la estructura condicional.

- 20) Fin del ciclo while.
- 21) Devolución de las coordenadas optimizadas (x, y).
- 22) Indicación del fin del procedimiento del algoritmo de Weiszfeld.

2.3. Recopilación de información

La base de datos necesaria se obtuvo accediendo al apartado de 'Estadística Básica del Sector Educativo' en el sitio web de la SEP. Se consultó el resumen de estadística educativa correspondiente al inicio del ciclo escolar 2023-2024 (Ver figura 4). Esta base de datos, descargada en formato Excel, contiene información relevante sobre las escuelas, incluyendo direcciones, niveles educativos, códigos de centros de trabajo, número de alumnos inscritos por grado, municipio, ZE y SR. Luego, se filtraron los datos para obtener solo los del tipo educativo de interés: nivel básico y especial, a los cuales la SEP les hace entrega de libros de texto (Ver figura 5). Se filtró el nivel educativo, seleccionando solamente nivel especial y primaria, así como para cada uno de los doce SR para obtener a qué escuelas atiende cada uno de ellos, y también se filtró por ZE para ver que escuelas le pertenecen.

#	Nombre	Consulta
1	Estadística de Bibliotecas, Enero-Diciembre 2023	CONSULTAR
2	Estadística Básica del Sector Educativo, Inicio de Cursos 2023-2024	CONSULTAR
3	Estadística de Bibliotecas, Enero-Diciembre 2022	CONSULTAR
4	Estadística Básica del Sector Educativo, Inicio de Cursos 2022-2023	CONSULTAR
5	Estadística Básica del Sector Educativo, Inicio de Cursos 2022-2023	CONSULTAR

Figura 4: Estadística básica del sector educativo, (SEP, 2024).

Se obtuvieron las direcciones de cada centro de trabajo escolar para poder obtener las coordenadas correspondientes de cada uno. Finalmente se filtró el número de alumnos inscritos por grado de cada centro de trabajo (Ver figura 6) y se multiplicaron por el número de libros correspondientes al grado que cursa con la finalidad de obtener la demanda correspondiente por escuela.

CLAVECCT	NIV	SUBN
13DML0008B	ESPECIAL	CAM
13FUA0007D	ESPECIAL	USAER
13FUA0008C	ESPECIAL	USAER
13FUA0018J	ESPECIAL	USAER
13FUA0036Z	ESPECIAL	USAER
13FUA0062X	ESPECIAL	USAER
13DJN0018J	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL
13DJN0032C	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL
13DJN0069Q	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL
13DJN0168Q	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL
13DJN0181K	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL
13DJN0197L	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL
13DJN0222U	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL
13DJN0224S	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL
13DJN0225R	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL
13DJN0226Q	PREESCOLAR	PREESCOLAR GENERAL

Figura 5: Base de datos de resumen de Estadística Educativa, Inicio de Cursos 2023-2024, SEP, filtrado de datos según el tipo educativo (SEP, 2024).

2.4. Procedimiento para obtención de coordenadas de escuelas primarias

N_REGION	INSC1	INSC2	INSC3	INSC4	INSC5	INSC6
ZACUALTIPÁN DE ANA	9	13	17	18	12	9
ZACUALTIPÁN DE ANA	27	19	17	22	17	22
ZACUALTIPÁN DE ANA	13	16	12	9	14	17
ZACUALTIPÁN DE ANA	8	16	17	16	17	15
ZACUALTIPÁN DE ANA	4	9	8	6	9	8
ZACUALTIPÁN DE ANA	51	42	59	28	54	42
ZACUALTIPÁN DE ANA	12	6	10	12	6	5
ZACUALTIPÁN DE ANA	6	11	9	9	14	6
ZACUALTIPÁN DE ANA	14	19	13	22	16	15
ZACUALTIPÁN DE ANA	52	55	81	53	67	49
ZACUALTIPÁN DE ANA	19	8	24	14	25	17
ZACUALTIPÁN DE ANA	44	37	45	50	44	45
HUEJUTLA DE REYES	83	60	73	68	97	96
HUEJUTLA DE REYES	18	22	16	18	25	26
HUEJUTLA DE REYES	8	4	8	10	7	9
HUEJUTLA DE REYES	26	31	29	37	25	36

Figura 6: Base de datos de resumen de Estadística Educativa, Inicio de Cursos 2023-2024, SEP, número de alumnos inscritos por grado escolar, (SEP, 2024).

Para obtener las coordenadas de las escuelas primarias, se comenzaron por recopilar sus direcciones desde la base de datos del resumen de Estadística Educativa. Estas direcciones se ingresaron en una hoja de cálculo de Google, donde se nombraron celdas específicas para que las columnas de latitud y longitud se llenaran automáticamente más adelante en el proceso.

El siguiente paso fue utilizar la extensión de Apps Script (Ver figura 7), que convierte las direcciones en coordenadas geográficas (latitud y longitud). Para automatizar este proceso, se utilizó un código personalizado en Apps Script (ver Apéndice B), que reemplazó el código predeterminado en la extensión.

Una vez ejecutado el código y aceptados los permisos, se activó una nueva función llamada "geocodificar" en el menú de la hoja de cálculo de Google (Ver Figura 8). Al seleccionar esta función, las coordenadas de latitud y longitud se generaron y se llenaron automáticamente en las columnas correspondientes a partir de las direcciones proporcionadas.

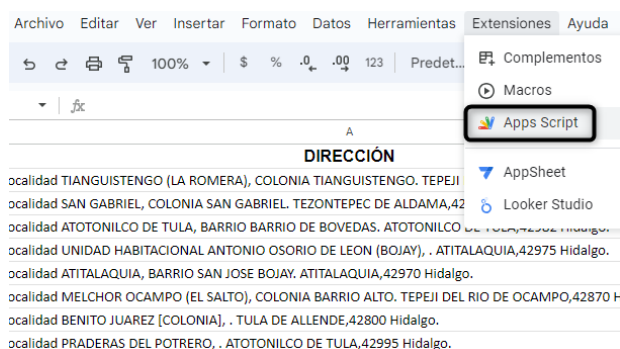


Figura 7: Ubicación de Apps Script en hoja de cálculo.

Finalmente, se utilizó un código en python (Apéndice C) para convertir las coordenadas geodésicas de cada escuela a coordenadas cartesianas. El listado de coordenadas de cada escuela ordenada por SR se muestra en la figura 9.

2.5. Cálculo de demanda de libros y costo de transporte

Se calculó la demanda de libros en toneladas de cada escuela por cada SR (Ver figuras 10 y 11). Cabe mencionar que se consideró que cada libro de la SEP para educación primaria tiene un peso de 200 gr. Promedio.

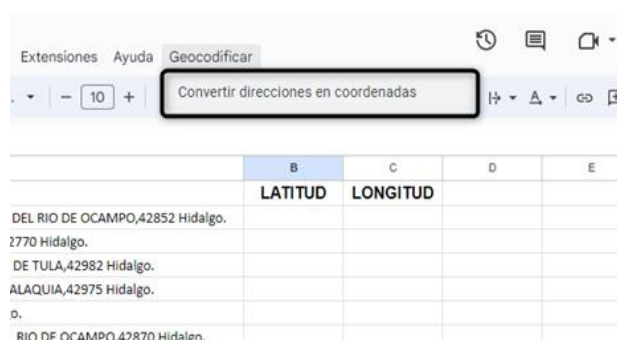


Figura 8: Herramienta Geocodificar en menú de hoja de cálculo.

Primaria	Latitud	Longitud	Abcisa X	Ordenada Y
EDUCACION BA	20.0923471	-99.2120741	477828.867	2221714.578
EDUCACION BA	20.0915602	-99.1207129	487380.109	2221617.969
EDUCACION BA	20.0974286	-99.1458734	484750.277	222269.477
EDUCACION BA	20.0858365	-99.1164097	487829.545	2220984.258
EDUCACION BA	20.131508	-99.2325914	475689.942	2226051.065
EDUCACION BA	20.1163126	-99.153848	483918.534	2224359.961
EDUCACION BA	20.1001428	-99.1480407	484523.972	2222570.035
EDUCACION BA	20.1530335	-99.1862785	480533.169	2228427.035
EDUCACION BA	20.1443107	-99.1701845	482214.071	2227459.948
EDUCACION BA	20.1134304	-99.2007651	479013.972	2224046.231
EDUCACION BA	20.131514	-99.2326289	475686.023	2226051.734
EDUCACION BA	20.1441912	-99.2240068	476589.082	2227453.388
EDUCACION BA	20.0913351	-99.2284636	476115.279	2221604.851
EDUCACION BA	20.0968871	-99.2223987	476750.155	2222218.388
EDUCACION BA	20.1134304	-99.2007651	479013.972	2224046.231

Figura 9: Listado de coordenadas geodésicas y cartesianas por cada escuela primaria.

El costo de transporte fue determinado considerando el precio promedio por kilómetro (Km) de carretera de tonelada de carga. Para calcular la tarifa de transporte de carga de una tonelada-km, se tomó como referencia a Hertz Ingeniería y Servicios (s. f.) y la calculadora PLANETCSLC (s. f.), resultando en MXN 150 tonelada-km.

2.6. Propuesta de ubicación de ZE23 del SR11 con el algoritmo de Weiszfeld

La propuesta de ubicación de las 5 ZE pertenecientes al SR11 se calculó mediante el algoritmo de Weiszfeld. Se presenta el desarrollo utilizado para la propuesta de ubicación de la ZE23 como referencia, para el cálculo de las otras cuatro fue el mismo procedimiento. El Se creó un archivo CSV que contiene datos de las escuelas que conforman la ZE23 del SR11. Este archivo incluye las coordenadas cartesianas de cada escuela, y la demanda de libros en toneladas. Cada escuela se considera un nodo con un peso específico, representando la cantidad de libros que requiere.

La tabla 1 muestra un ejemplo de los datos contenidos en el archivo que se elaboró, donde la primera columna presenta las escuelas que pertenecen a la ZE23 representada por un número, y la segunda y tercera columna contienen las coordenadas cartesianas de la ubicación, mientras que la cuarta columna muestra el peso (demanda de libros en toneladas de cada escuela). Este archivo es necesario para la implementación del algoritmo de Weiszfeld en Python (Ver Apéndice D).

N. CLAVECCT	N. MUNICIPI	N. LOCALIDA	PRIMERO	LIBROS 1 RO	SEGUNDO	LIBROS 2 DO	TERCERO	LIBROS 3 RO	CUARTO	LIBROS 4 TO	QUINTO	LIBROS 5 TO	SEXTO	LIBROS 6 TO	TOTAL INSCRITO	TOTAL DE LIBROS
CENTRO DE ATENCION MULTIPLE NUM. 8	HUEJUTLA DE REYES	HUEJUTLA DE REYES	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	73	438
UNIDAD DE SERVICIOS DE APOYO A LA EDI.	HUEJUTLA DE REYES	HUEJUTLA DE REYES	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	146	876
UNIDAD DE SERVICIOS DE APOYO A LA EDI.	SAN FELIPE ORIZATLAN	SAN FELIPE ORIZATLAN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	94	564
UNIDAD DE SERVICIOS DE APOYO A LA EDI.	HUEJUTLA DE REYES	HUEJUTLA DE REYES	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	168	1008
UNIDAD DE SERVICIOS DE APOYO A LA EDI.	HUEJUTLA DE REYES	HUEJUTLA DE REYES	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	63	378
UNIDAD DE SERVICIOS DE APOYO A LA EDI.	JALTOCAN	JALTOCAN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	101	606
ADOLFO LOPEZ MATEOS	HUEJUTLA DE REYES	HUEJUTLA DE REYES	22	132	16	80	22	110	23	161	24	168	22	154	129	805
FAUSTA CARETTA DE LA VEGA	HUEJUTLA DE REYES	HUEJUTLA DE REYES	55	330	59	295	63	315	70	490	54	378	70	490	371	2298
JOSE ANGELES MONTAÑO	SAN FELIPE ORIZATLAN	SAN FELIPE ORIZATLAN	42	252	40	200	41	205	48	336	48	336	42	294	261	1623
EMILIANO ZAPATA	JALTOCAN	ANACLETO RAMOS	6	36	5	25	5	25	6	42	3	21	5	35	30	184
GRAL. AVILA CAMACHO	JALTOCAN	AMAXAC I	1	6	6	30	6	30	8	56	3	21	9	63	33	206
ILDEFONSO VELAZQUEZ IBARRA	HUEJUTLA DE REYES	HUEJUTLA DE REYES	19	114	39	195	23	115	50	350	44	308	41	287	216	1369
BENITO JUAREZ	TLANCHINOL	TLAHUELONGO	2	12	2	10	0	0	7	49	0	0	1	7	12	78
GREGORIO TORRES QUINTERO	HUEJUTLA DE REYES	HUEJUTLA DE REYES	9	54	20	100	24	120	13	91	19	133	20	140	105	638
TEOFILA SANCHEZ MEDINA	HUEJUTLA DE REYES	HUEJUTLA DE REYES	4	24	9	45	14	70	18	126	13	91	16	112	74	468
EMILIANO ZAPATA	SAN FELIPE ORIZATLAN	AHUATITLA	16	96	18	90	23	115	38	266	18	126	27	189	140	882
VICENTE GUERRERO	SAN FELIPE ORIZATLAN	TEPANTITLA	7	42	1	5	1	5	5	35	4	28	1	7	19	122
ESTUARDO LARA LARA	SAN FELIPE ORIZATLAN	EL LLANO	12	72	22	110	18	90	19	133	21	147	27	189	119	741
ALFONSO QUIJANO AQUINO	HUEJUTLA DE REYES	EL OJITE	6	36	6	30	6	30	6	42	8	56	9	63	41	257
EMILIANO ZAPATA	TEPEHUACAN DE GUERRERO	COYUTLA	10	60	7	35	7	35	7	49	3	21	6	42	40	242
BENITO JUAREZ GARCIA	HUEJUTLA DE REYES	AGUACATITLA	3	18	5	25	4	20	8	56	4	28	4	28	28	175
NIÑOS HEROES DE CHAPULTEPEC	HUEJUTLA DE REYES	MACHETLA II	19	114	15	75	22	110	18	126	16	112	25	175	115	712
LUIS DONALDO COLOSIO MURRIETA	SAN FELIPE ORIZATLAN	TALAPITZ II	1	6	4	20	3	15	3	21	3	21	3	21	17	104
BENITO JUAREZ	TEPEHUACAN DE GUERRERO	TEYAHUALA	19	114	21	105	21	105	19	133	11	77	21	147	112	681
VICENTE GUERRERO	HUEJUTLA DE REYES	PARQUE DE POBLAMIENTO SOLIDA	39	234	35	175	40	200	37	259	47	329	45	315	243	1512
NICANDRO CASTILLO	SAN FELIPE ORIZATLAN	VALLE VERDE	8	48	15	75	9	45	11	77	9	63	9	63	61	371
FRANCISCO VILLA	TEPEHUACAN DE GUERRERO	TIZAPA	4	24	5	25	4	20	6	42	7	49	8	56	34	216

Figura 10: Cálculo del peso en toneladas de la demanda de libros por escuela, parte 1.

QUINTO	LIBROS 5 TO	SEXTO	LIBROS 6 TO	TOTAL INSCRITO	TOTAL DE LIBROS	EQUIVALENTE A CAJAS DE 30 EJEMPLARES	EQUIVALENTE A CAJAS DE 30 EJEMPLARES (REDONDEO)	PESO TOTAL (ton)	LATITUD	LONGITUD	X	Y	ZONA ESCOLAR
0	0	0	0	73	438	14.6	15	0.0876	20.993824	-98.6567451	535675.7013	2321502.4	006
0	0	0	0	146	876	29.2	30	0.1752	20.993824	-98.6567451	535675.7013	2321502.4	006
0	0	0	0	94	564	18.8	19	0.1128	21.1690704	-98.6133188	540142.1155	2340908.216	006
0	0	0	0	168	1008	33.6	34	0.2016	20.993824	-98.6567451	535675.7013	2321502.4	006
0	0	0	0	63	378	12.6	13	0.0756	21.136776	-98.4219824	560018.5445	2337394.295	006
0	0	0	0	101	606	20.2	21	0.1212	21.136903	-98.5365484	548122.3084	2337369.363	006
24	168	22	154	129	805	26.83333333	27	0.161	21.1520737	-98.4249832	559700.8185	2339086.295	143
54	378	70	490	371	2298	76.6	77	0.4596	21.1268972	-98.4160236	560641.311	2336303.185	188
48	336	42	294	261	1623	54.1	55	0.3246	21.1675556	-98.6067913	540820.1711	2340742.228	175
3	21	5	35	30	184	6.133333333	7	0.0368	21.1725252	-98.5224824	549571.0122	2341316.268	125
3	21	9	63	33	206	6.866666667	7	0.0412	21.1366082	-98.5063723	551255.7889	2337346.172	125
44	308	41	287	216	1369	45.63333333	46	0.2738	21.1396214	-98.4201692	560205.6738	2337709.906	008
0	0	1	7	12	78	2.6	3	0.0156	21.0190596	-98.5729601	544376.4206	2324316.326	159
19	133	20	140	105	638	21.26666667	22	0.1276	21.1261522	-98.4132542	560929.203	2336221.788	188
13	91	16	112	74	468	15.6	16	0.0936	21.145171	-98.4281036	559379.5879	2338321.143	008
18	126	27	189	140	882	29.4	30	0.1764	21.1655527	-98.6676221	534505.5506	2340506.115	148
4	28	1	7	19	122	4.066666667	5	0.0244	21.1253705	-98.5745054	544154.7293	2347149.688	082
21	147	27	189	119	741	24.7	25	0.1482	21.1705075	-98.592364	542317.0913	2341072.715	082
8	56	9	63	41	257	8.566666667	9	0.0514	21.1121506	-98.4412143	558031.1292	2334661.654	188
3	21	6	42	40	242	8.066666667	9	0.0484	21.0566667	-98.8472222	515872.0288	2328426.711	020
4	28	4	28	28	175	5.833333333	6	0.035	21.1417628	-98.4196643	560257.2347	2337947.105	160
16	112	25	175	115	712	23.73333333	24	0.1424	21.0622843	-98.4981938	554510.4948	2329790.252	083
3	21	3	21	17	104	3.466666667	4	0.0208	21.169742	-98.5975715	541776.7039	2340986.612	028

Figura 11: Continuación del cálculo del peso en toneladas de la demanda de libros por escuela.

Tabla 1: Coordenadas y peso del SR11 y escuelas de la ZE23

Escuela	X	Y	Peso
0	465.894	2219.18	0
1	477.829	2221.71	0.3918
2	476.115	2221.6	0.6724
3	476.75	2222.22	0.38
4	476.75	2222.22	0.1172
5	476.984	2221.33	0.1594
6	476.115	2221.6	0.1352
7	476.766	2221.67	0.1256
8	476.766	2221.67	0.0702
9	476.551	2221.76	0.1252

Tabla 2: Coordenadas y peso del SR11 y sus ZE

	X	Y	Peso
0	465.894	2219.18	0
1	476.552	2221.75	2.177
2	475.689	2226.05	2.0156
3	4873.88	2222.58	2.3108
4	4845.239	2222.57	1.4316
5	477.11	2222.11	1.6452

La tabla 2 muestra un ejemplo de los datos contenidos en el archivo CSV que se elaboró. La reubicación del SR11 fue abordada mediante la implementación del algoritmo de Weiszfeld en Python (Ver Apéndice D). A partir de estos datos, el algoritmo ajustó iterativamente la reubicación del SR11, considerando la influencia ponderada de las ZE con mayor demanda. El procedimiento fue iniciado con la carga de los datos desde el archivo CSV, generando una lista de nodos que representan cada ZE junto con sus respectivas coordenadas y demandas. Con estos datos, se calculó un punto inicial que serviría de base para las iteraciones posteriores. Este punto inicial fue determinado considerando las coordenadas ponderadas por la demanda de libros de cada ZE, lo que permitió ubicar el SR11 en una posición más óptima.

El algoritmo de Weiszfeld llevó a cabo varias iteraciones, ajustando la ubicación del SR11 en cada una de ellas, para minimizar los costos de transporte. Este proceso iterativo

2.7. Propuesta de reubicación de SR11 con el algoritmo de Weiszfeld

La propuesta de reubicación del SR11 se realiza de igual manera con usando el algoritmo Weiszfeld. Para la reubicación óptima de los once SR restantes se replica el procedimiento que a continuación se explica.

Se crea un archivo CSV que en este caso incluye la identificación de las cinco ZE que pertenecen al SR11, sus coordenadas cartesianas, y el peso (demanda de libros) en tonelada; la cual se obtiene de la sumatoria de las demandas de las escuelas pertenecientes a cada ZE.

continuó hasta que los cambios en la reubicación del SR11 entre las iteraciones fueron mínimos, lo que indicó que se había alcanzado una ubicación óptima. El resultado esperado de esta implementación es una mejora significativa en la eficiencia de la distribución, reduciendo tanto los costos como los tiempos de entrega a las escuelas primarias del estado de Hidalgo.

2.8. Resultados y visualización.

El proceso iterativo del algoritmo de Weiszfeld generó archivos Excel para cada propuesta, que documentan detalladamente los resultados obtenidos en la optimización de la ubicación de la ZE23 y reubicación del SR11. Este archivo consta de cuatro hojas de trabajo, cada una enfocada en un aspecto particular de los resultados.

La primera hoja, titulada “Iteraciones” (Ver Figura 14), registra el progreso del algoritmo en cada paso. En ella se presentan las coordenadas X e Y del SR11 a medida que el algoritmo avanza hacia la solución óptima. También se incluye el valor de la función objetivo, que refleja el costo asociado a cada ubicación propuesta. A medida que las iteraciones avanzan, se observa cómo el valor de la función objetivo disminuye progresivamente, indicando que el algoritmo se acerca a la ubicación más eficiente en términos de costo. Además, se incluye una columna que muestra la diferencia entre el valor de la función objetivo en la iteración actual y la anterior. Esta diferencia se reduce a medida que el algoritmo converge, señalando que se está alcanzando la estabilidad en la solución.

La segunda hoja, denominada “Datos Iniciales” presenta la información original utilizada como entrada para el algoritmo (Ver Tabla 2).

En la tercera hoja, titulada “Resultado Final” (Ver Tabla 3), se muestran las coordenadas finales del SR11 después de que el algoritmo ha completado sus iteraciones. Estas coordenadas representan la ubicación óptima que minimiza los costos de distribución de los libros.

Tabla 3: Resultado de nueva ubicación del SR11

Abcisa	Ordenada	Eps
477.127	2222.22	0.01

Finalmente, en la cuarta hoja se tiene la representación visual de los resultados, denominada ‘Scatterplot’. Esta visualización se trasladó a un mapa real a través de Google Maps, lo que permite una interpretación clara y contextualizada, Figura 12.

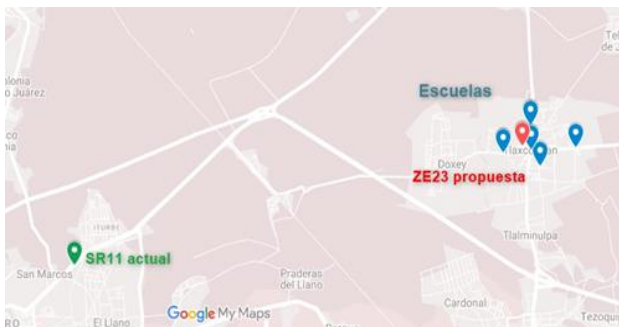


Figura 12: Ubicación propuesta de la ZE23.

En el mapa de la figura 12 las escuelas están representadas por puntos azules, el punto verde indica la ubicación actual del SR11 y el punto rojo la ubicación óptima de la ZE23. En el

mapa presentado en la figura 13, las ubicaciones de las ZE están representadas por puntos azules, mientras que el punto verde indica la ubicación actual del SR11, calculada a partir del centro de gravedad ponderado. El punto rojo muestra la reubicación óptima del SR11. Esta representación facilita una comprensión rápida y precisa de cómo el algoritmo ha optimizado la ubicación del SR11, en función de la distribución de la demanda y las distancias entre las escuelas.

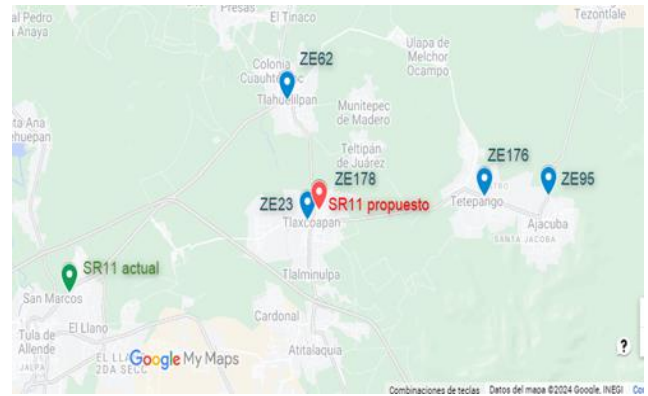


Figura 13: Ubicación propuesta del SR11.

2.9. Análisis de resultados

2.9.1. Costo inicial

Para determinar qué porcentaje se reduce del costo de distribución de libros, primero se calcula el costo inicial (Ver Tabla 4), multiplicando la distancia actual de cada ZE al SR11 por 2, ya que representa el recorrido de ida y de regreso. Posteriormente, se multiplica el resultado por el costo de transporte (\$150) y por último por la demanda en toneladas de cada ZE. La sumatoria de los productos da el costo inicial.

2.9.2. Costo optimizado

Finalmente, después de 64 iteraciones, se obtuvo el resultado del costo óptimo para la propuesta de reubicación del SR11, localizado éste último en la columna denominada función objetivo. (Ver Tabla 5). Con los datos obtenidos se presenta una comparativa entre el costo actual y el costo optimizado, como resultado de la propuesta de reubicación del SR11. La optimización propuesta permite una reducción significativa de costos para ambos SR. En términos porcentuales, el SR11 experimenta una reducción de 75.40% en sus costos. La figura 14 muestra una representación de la ubicación de las escuelas primarias, así como las propuestas de ubicación de cada ZE pertenecientes al SR11. De igual manera podemos observar la localización del SR11 actual, así como su reubicación propuesta.

Conclusiones

Este estudio se centró en proponer la ubicación óptima del SR11 en el Estado de Hidalgo, empleando el algoritmo de Weiszfeld. La aplicación de este algoritmo representa un avance significativo en la eficiencia logística de la distribución de libros de texto gratuitos en México.

Tabla 4: Resultado del costo inicial de distribución de libros para el SR11

	Distancia al SR actual (Km)	Distancia por 2 (Ida y vuelta)	Por costo \$150	Por demanda (Toneladas)	Resultado
ZE23	12.5	25	\$ 3750	2.177	\$ 8163.75
ZE62	12.1	24.2	\$ 3630	2.0156	\$ 7316.628
ZE95	28.2	56.4	\$ 8460	2.3108	\$ 19549.368
ZE176	24.7	49.4	\$ 7410	1.4316	\$ 10608.156
ZE178	16.9	33.8	\$ 5070	1.6452	\$ 8341.164
				Total	\$ 53,979.07

Tabla 5: Resultados de costos obtenidos para el SR11

Iteración	Abscisa	Ordenada	Función objetivo	Diferencia
0	480.2771	2223.044	14283.55	0
1	479.5122	2222.861	13923.71	359.8439
2	478.9044	2222.807	13681.56	242.1455
63	477.1277	2222.114	13278.08	0.0107
64	477.1275	2222.113	13278.07	0.009875

La Tabla 6 muestra los resultados agregados:

Tabla 6: Resultados de costos obtenidos para el SR11.

Costo inicial	Costo óptimo	Reducción de costos	% de reducción de costos
\$53,979.07	\$13,278.07	\$40,701	75.04%



Figura 14: Representación de la ubicación de escuelas primarias, ZE propuestas y SR11 actual y propuesto.

La investigación destaca cómo la distribución descoordinada genera ineficiencias que afectan negativamente la cadena de suministro y cómo, al determinar ubicaciones óptimas, se logra minimizar los costos logísticos y mejorar la coordinación.

Los resultados han sido obtenidos con precisión a través de la integración de Python y sistemas de geolocalización, facilitando tanto la recolección de datos como el análisis espacial. La metodología propuesta ha logrado una significativa reducción en los costos logísticos, con un ahorro total de MXN 40,701.00 en el SR11.

Estos hallazgos evidencian que la centralización y optimización de las ubicaciones no solo reduce costos, sino que

también promueve una distribución más equitativa y eficiente de los libros. Esta metodología, además de abordar problemas

actuales de coordinación, ofrece un modelo escalable que podría implementarse a nivel nacional, generando ahorros significativos y beneficiando a todo el sistema educativo del país mediante una mejor gestión logística y distribución de recursos.

Nota: Todos los archivos utilizados en este trabajo, están disponibles en el sitio web: <https://github.com/Jas435636/Una-aplicacion-de-un-modelo-de-optimizacion-para-escuelas-primarias.git>

Referencias

- Amin, S. H., & Zhang, G. (2012). A multi-objective facility location model for closed-loop supply chain network under uncertain demand and return. *Applied Mathematical Modelling*, 37(6), 4165–4176. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.09.039>
- Araz, C., Selim, H. & Ozkarahan, I. (2007) A Fuzzy Multi-Objective Covering-Based Vehicle Location Model for Emergency Services. *Computers & Operations Research*, 34, 705–726. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.03.021>
- Boonmee, C., Arimura, M., & Asada, T. (2017). Facility location optimization model for emergency humanitarian logistics. *International Journal of Disaster Risk Reduction*, 24, 485–498. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijdr.2017.01.017>
- Cancino, K. Ruiz, I. y Flores, D (2020, 6 de septiembre) No llegan libros a todas las escuelas; niños, con problemas. *El Sol de Orizaba*. <https://www.elsoldeorizaba.com.mx/local/no-llegan-libros-a-todas-las-escuelas-ninos-con-problemas-conaliteg-alumnos-escuelas-problemas-educativos-sev-5722266.html>
- Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos. (2017). A cincuenta y siete años de la entrega del primer libro de texto gratuito. *gob.mx*. <https://www.gob.mx/conaliteg/es/articulos/a-cincuenta-y-siete-anos-de-la-entrega-del-primer-libro-de-texto-gratuito-90882?idiom=es>
- Duarte, A. E., Sarache, W. A., & Costa, Y. J. (2014). A facility-location model for biofuel plants: Applications in the Colombian context. *Energy (Oxford, England)*, 72, 476–483. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2014.05.069>
- Gołębiewski, B., Trajer, J., Jaros, M., & Winiczenko, R. (2013). Modelling of the location of vehicle recycling facilities: A case study in Poland. *Resources, Conservation and Recycling*, 80, 10–20. <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2013.07.005>
- Ghani, G., Laporte, G., & Musmanno, R. (2022). *Introduction to Logistics Systems Management*. John Wiley & Sons.
- Hertz Ingeniería y Servicios, s.f. ¿Cómo calcular la tarifa de transporte terrestre de carga sobredimensionada?. <https://www.hertzcraes.com/como-calcular-tarifas-de-transporte-de-carga/#:~:text=Precio%20promedio%20por%20Km%20de,suma%20150%20%24%20por%20kil%C3%B3metro%20recorrido.>
- Kumar, A., & Shigo, T. (2015). A Geographical based Facility Location Approach to Ensure Efficient Supply Chain Management. *IJSTE - International Journal of Science Technology & Engineering*, 2(5), 117–120.
- Lin, P., Watada, J., & Wu, B. (2014). A Parametric Assessment Approach to Solving Facility-Location Problems with Fuzzy Demands. *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, 9(5), 484–493. <https://doi.org/10.1002/tee.21997>
- Medal, H. R., Pohl, E. A., & Rossetti, M. D. (2014). A multi-objective integrated facility location-hardening model: Analyzing the pre- and post-disruption tradeoff. *European Journal of Operational Research*, 237(1), 257–270. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.01.040>

- Ogryczak, W., Studzinski, K., & Zorychta, K. (1989). A solver for the multi-objective problem with facility location. *European Journal of Operational Research*, 43, 53-64. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(89\)90409-8](https://doi.org/10.1016/0377-2217(89)90409-8)
- Planetcalc. (s. f.). Tonelada-kilómetro. Conversión basada en el costo de un kilómetro. <https://es.planetcalc.com/4316/>
- Porrás, C., Fajardo, J., & Rosete, A. (2019). Multi-coverage dynamic maximal covering location problem. *Investigación Operacional*, 40, 140-149. <https://revistas.uh.cu/invoperacional/article/view/2736>
- Rahmati, S. H. A., Ahmadi, A., Sharifi, M., & Chambari, A. (2014). A multi-objective model for facility location-allocation problem with immobile servers within queuing framework. *Computers & industrial engineering*, 74, 1-10. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.04.018>
- Sahyouni, K., Savaskan, R. C., & Daskin, M. S. (2007). A facility location model for bidirectional flows. *Transportation Science*, 41(4), 484-499. <https://doi.org/10.1287/trsc.1070.0215>
- Secretaría de Educación Pública del Estado de Hidalgo. (s. f.). Estadística básica. <https://sep.hidalgo.gob.mx/index.php?ruta=intraseph/estadistica-basica>
- Tesel. (2021). Convertir direcciones a coordenadas de latitud y longitud con Google Sheets y Google Maps (Geocoding). <https://tesel.mx/convertir-direcciones-a-coordenadas-de-latitud-y-longitud-con-google-sheets-y-google-maps-geocoding-7928/>
- Ye, L., Ye, Ch., & Chuang, Y. (2011). Location set covering for waste resource recycling centers in Taiwan. *Resources, Conservation and Recycling*, 55 (11), 979-985. <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2011.05.007>

Apéndice A.

Algoritmo de Weiszfeld

1. Procedimiento WEISZFELD ($V, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{d}, c, \epsilon, \underline{x}, \underline{y}$)
2. ϵ es un parámetro de tolerancia no negativo definido por el usuario;
3. $\underline{x}$ y $\underline{y}$ son las coordenadas de la instalación devueltas por el procedimiento;
4. $\mathbf{x}^{(0)}$ y $\mathbf{y}^{(0)}$ son las coordenadas del centro de gravedad;

$$5. \quad \mathbf{x}^{(0)} = \frac{\sum_{j \in V} d_j \mathbf{x}_j}{\sum_{j \in V} d_j};$$

$$6. \quad \mathbf{y}^{(0)} = \frac{\sum_{j \in V} d_j \mathbf{y}_j}{\sum_{j \in V} d_j};$$

$$7. \quad f(\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}^{(0)}) = \sum_{j \in V} c d_j \left(\sqrt{(x_j - x^{(0)})^2 + (y_j - y^{(0)})^2} \right);$$

8. exit = FALSE;

9. while exit = FALSE do

$$10. \quad x^{(h)} = \frac{\sum_{j \in V} \left[\frac{d_j x_j}{\sqrt{(x_j - x^{(h-1)})^2 + (y_j - y^{(h-1)})^2}} \right]}{\sum_{j \in V} \left[\frac{d_j}{\sqrt{(x_j - x^{(h-1)})^2 + (y_j - y^{(h-1)})^2}} \right]};$$

$$11. \quad y^{(h)} = \frac{\sum_{j \in V} \left[\frac{d_j y_j}{\sqrt{(x_j - x^{(h-1)})^2 + (y_j - y^{(h-1)})^2}} \right]}{\sum_{j \in V} \left[\frac{d_j}{\sqrt{(x_j - x^{(h-1)})^2 + (y_j - y^{(h-1)})^2}} \right]};$$

$$12. \quad f(\mathbf{x}^{(h)}, \mathbf{y}^{(h)}) = \sum_{j \in V} c d_j \left(\sqrt{(x_j - x^{(h)})^2 + (y_j - y^{(h)})^2} \right);$$

13. if $f(\mathbf{x}^{(h-1)}, \mathbf{y}^{(h-1)}) - f(\mathbf{x}^{(h)}, \mathbf{y}^{(h)}) \leq \epsilon$ then

14. # Se alcanza la condición de parada;

15. $\underline{x} = \mathbf{x}^{(h)}$;

16. $\underline{y} = \mathbf{y}^{(h)}$;

17. exit = TRUE;

18. else

19. end if

20. end while

21. return $\underline{x}, \underline{y}$;

22. finalizar el procedimiento

Apéndice B.

Código reemplazado para obtención de coordenadas de escuelas primarias.

```
var ss = SpreadsheetApp.getActiveSpreadsheet();
var sheet = ss.getActiveSheet();
var dataRangeAll = sheet.getDataRange();
var ultimaFila = dataRangeAll.getLastRow();
function onOpen() {
  var ui = SpreadsheetApp.getUi();
  ui.createMenu('Geocodificar')
    .addItem('Convertir direcciones en coordenadas',
'geocodificar')
    .addToUi();
}
// Geocodificar todas las filas a partir de la 2da
function geocodificar() {
  var filaInicial = 2;
  var dataRange = sheet.getRange(filaInicial, 1, ultimaFila, 3);
  var data = dataRange.getValues();
  // Recorremos todas las filas del rango
  for(var i=0; i< data.length; i++) {
    var fila = data[i];
    var direccion = fila[0];
    // Solamente haremos algo si hay algo en la celda de dirección,
    // para no generar errores inesperados
    if(direccion != "") {
      // Aquí es donde nos conectamos con Google Maps
      var geocoder = Maps.newGeocoder().geocode(direccion);
      var resultado = geocoder.results[0];
      var latitud = 0;
      var longitud = 0;
      // Si el geocoder de Google Maps nos devuelve un resultado
      satisfactorio,
      // escribimos la latitud y longitud en las celdas
      correspondientes a la fila
      if(resultado) {
        latitud = resultado.geometry.location.lat;
        longitud = resultado.geometry.location.lng;
        sheet.getRange(filaInicial + i, 2).setValue(latitud);
        sheet.getRange(filaInicial + i, 3).setValue(longitud);
      }
    }
  }
}
```

Apéndice C.

Código en python para convertir de coordenadas geodésicas a cartesianas.

```
import pandas as pd
from pyproj import Proj, transform
def geodetic_to_utm(latitude, longitude):
  # Definir el sistema de coordenadas geodésicas
  geodetic_proj = Proj(proj='latlong', datum='WGS84')
  # Definir el sistema de coordenadas UTM
  utm_proj = Proj(proj='utm', zone=utm_zone(longitude),
  datum='WGS84')
```

```
# Convertir coordenadas geodésicas a UTM
easting, northing = transform(geodetic_proj, utm_proj, longitude,
    latitude)
return easting, northing
def utm_zone(longitude):
    # Calcular la zona UTM según la longitud
    zone = int((longitude + 180) / 6) + 1
    return zone
# Cargar datos desde el archivo CSV
file_path = 'Coordenadas geodésicas de MUNICIPIOS Y
    ALMACÉN DE SEPH.csv' # Reemplaza con la ruta de tu archivo
    CSV
df = pd.read_csv(file_path)
# Crear nuevas columnas en el DataFrame para latitud y longitud en
    UTM
df['Abcisa X'], df['Ordenada Y'] = zip(*df.apply(lambda row:
    geodetic_to_utm(row['Latitud'], row['Longitud']), axis=1))
# Mostrar la tabla con las columnas de latitud y longitud en UTM
print("Tabla con coordenadas UTM:")
print(df[['Latitud', 'Longitud', 'Abcisa X', 'Ordenada Y']])
# Guardar el DataFrame actualizado en un nuevo archivo CSV
output_file_path = 'Coordenadas cartesianas de escuelas.csv' #
    Reemplaza con la ruta deseada para el archivo de salida
df.to_csv(output_file_path, index=False)
print(f'\nLos resultados se han guardado en: {output_file_path}')
```

Apéndice D.

Código en Python para el algoritmo de Weiszfeld

A continuación, se describe el procedimiento utilizando un código en Python:

Se importan las bibliotecas necesarias para el manejo de archivos CSV, visualización de tablas, gráficos y manipulación de datos.

```
import csv
from tabulate import tabulate
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import openpyxl
```

Se definen las variables necesarias, como una lista de nodos, un valor épsilon (eps) y una constante c.

```
nodes = []
eps = 0.01
# ----> Transport costs per kilometer and for each book of transported
c = 497.3
```

Se define una clase llamada Wells que representa los nodos del problema. Cada nodo tiene un identificador (id), coordenadas (abscissa y ordinate), y una propiedad d.

```
class Wells:
    def __init__(self, id, abscissa, ordinate, d):
        self.id = id
        self.abscissa = abscissa
        self.ordinate = ordinate
        self.d = d
```

Se define la función principal que implementa el algoritmo de Weiszfeld.

```
def SER_REG_1_ZONA_1():
    def zeroPoint(nodes):
```

```
x0_n = 0
y0_n = 0
den = 0
for i in nodes:
    x0_n += i.abscissa * i.d
    y0_n += i.ordinate * i.d
    den += i.d
x0 = x0_n / den
y0 = y0_n / den
return [x0, y0]
```

Se define la función de la función objetivo, que evalúa la función a minimizar.

```
def objectiveFunction(nodes, x, y):
    f = 0
    for i in nodes:
        f += c * i.d * pow(pow(i.abscissa - x, 2) + pow(i.ordinate - y,
2), 0.5)
    return f
```

Se define la función para actualizar la solución en cada iteración del método.

```
def solutionUpdate(nodes, x, y):
    xh_n = 0
    yh_n = 0
    den = 0
    for i in nodes:
        xh_n += i.d * i.abscissa / pow(pow(i.abscissa - x, 2) +
pow(i.ordinate - y, 2), 0.5)
        yh_n += i.d * i.ordinate / pow(pow(i.abscissa - x, 2) +
pow(i.ordinate - y, 2), 0.5)
        den += i.d / pow(pow(i.abscissa - x, 2) + pow(i.ordinate - y, 2),
0.5)
    xh = xh_n / den
    yh = yh_n / den
    return [xh, yh]
```

Se define la función heurística que implementa el algoritmo de Weiszfeld, realizando iteraciones hasta que la diferencia entre las funciones sea menor que eps.

```
def heuristic(nodes):
    start = zeroPoint(nodes)
    x = start[0]
    y = start[1]
    diff = 1
    table = [{"Iteration", "Abcissa", "Ordinate", "Object function",
"Difference"}]
    while diff > eps:
        if h == 0:
            diff = 0
            f0 = objectiveFunction(nodes, x, y)
            table.append([h, x, y, f0, diff])
            update = solutionUpdate(nodes, x, y)
            f1 = objectiveFunction(nodes, update[0], update[1])
            diff = f0 - f1
            x = update[0]
            y = update[1]
            h += 1
            table.append([h, x, y, f1, diff])
            print(tabulate(table))
            return [x, y]
```

Se lee el archivo CSV que contiene los nodos y se crea una lista de instancias de la clase **Wells**.

```
with open('SER REG 1- ZONA 1.csv') as csvfile: reader =
csv.reader(csvfile) for i in reader: nodes.append(Wells(int(i[0]),
float(i[1]), float(i[2]), float(i[3])))
```

Se aplica el algoritmo de Weiszfeld.

```
table, RegCenter = heuristic(nodes)
data = pd.read_csv('SER REG 1- ZONA 1.csv', header=None)
# ----> Construction of the scatterplot
plt.scatter([node.abscissa for node in nodes[1:]], [node.ordinate for
node in nodes[1:]], color='blue')
plt.scatter(nodes[0].abscissa, nodes[0].ordinate, color='green')
plt.scatter(RegCenter[0], RegCenter[1], color='red')
plt.text(RegCenter[0], RegCenter[1], 'Servicio regional 11
propuesto')
plt.title('Reubicación de Servicio regional 1 para Zona 1)
plt.ylabel('Ordenada [km]')
plt.xlabel('Abcisa [km]')
plt.savefig('scatterplot.png')
plt.show()
print("Eps = ", eps)
print(' ----> Final coordinates of the Servicio Regional <---- ')
print("Abcissa: ", RegCenter [0], ", Ordinata: ", RegCenter [1])
```

Se guardan los resultados en un Excel.

```
# ----> Save results to Excel
# Convert table data to appropriate types
table_df = pd.DataFrame(table[1:], columns=table[0])
table_df = table_df.astype({
```

```
'Iteration': int,
'Abcissa': float,
'Ordinate': float,
'Objective function': float,
'Difference': float
```

```
})
writer = pd.ExcelWriter('Resultados Zona 1 SR1.xlsx',
engine='openpyxl')
```

```
# Save the iterations table
table_df.to_excel(writer, sheet_name='Iteraciones', index=False)
# Save the initial data
data.columns = ['ID', 'Abcissa', 'Ordinate', 'D']
data.to_excel(writer, sheet_name='Datos Iniciales', index=False)
# Save the final results
final_result = pd.DataFrame({
'Abcissa': [RegCenter[0]],
'Ordinate': [RegCenter[1]],
'Eps': [eps]
})
final_result.to_excel(writer, sheet_name='Resultado Final',
index=False)
# Add the scatterplot
workbook = writer.book
worksheet = workbook.create_sheet('Scatterplot')
img = openpyxl.drawing.image.Image('scatterplot.png')
worksheet.add_image(img, 'A1')
writer.book.save('Resultados Zona 1 SR1.xlsx')
print('Resultados guardados en resultados.xlsx')
```