

Herramientas fractales para el estudio de la aracnofobia Fractal Tools for understanding arachnophobia

J. Pérez Lorenzo ^a, E. E. Rodríguez Torres ^{a,*}

^aÁrea Académica de Matemáticas y Física, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.

Resumen

El análisis de datos biológicos complejos es fundamental en la medicina y biofísica, ya que permite identificar patrones asociados a diversas condiciones de salud. En particular, el uso de herramientas avanzadas, como el análisis fractal, en el estudio de series temporales fisiológicas ha sido especialmente valioso para evaluar respuestas al estrés. Este enfoque ha permitido una comprensión más profunda de la variabilidad cardíaca en personas con fobias, como la aracnofobia. En este estudio se ha encontrado que técnicas como la bioalimentación de la variabilidad de la frecuencia cardíaca (VFC) son efectivas para reducir el miedo, ofreciendo nuevas oportunidades tanto para la investigación biofísica como para el diagnóstico temprano.

Palabras Clave: Fractalidad, estrés, fobias, variabilidad cardíaca, aracnofobia.

Abstract

Analyzing complex biological data is crucial in medicine and biophysics for identifying patterns associated with various health conditions. In particular, the analysis of physiological time series with advanced tools such as fractal and multifractal analyses have proven useful for assessing stress responses. The AnalyzerSignal software has been effective in applied studies, especially in the analysis of electrophysiological data. This approach provides a deeper understanding of heart rate variability in individuals with phobias, such as arachnophobia. In this study we found that HRV biofeedback has been found effective in reducing fear, opening novel avenues for research and early diagnosis.

Keywords: Fractality, stress, phobias, heart rate variability, arachnophobia.

1. Introducción

El electrocardiograma (ECG) es un estudio médico vital para evaluar la actividad eléctrica del corazón (Birnbaum *et al.*, 2022).

Se realiza mediante la colocación de electrodos en la piel. Estos electrodos capturan las señales eléctricas que el corazón genera durante su ciclo de contracción y relajación. Las señales registradas permiten al médico observar el ritmo cardíaco y detectar posibles anomalías, como arritmias, bloqueos cardíacos o signos de un infarto previo (Abagaro *et al.*, 2024).

En los últimos años, el análisis de señales de ECG ha dado un paso más allá con la aplicación de técnicas avanzadas como el análisis fractal y el Análisis de Fluctuaciones sin tendencia (AFsT). Estos enfoques permiten identificar patrones más complejos en las señales cardíacas que no se ven a simple vista o con métodos más tradicionales (Goldberger *et al.*, 2002).

2. Variabilidad de la frecuencia cardíaca (VFC)

La VFC es la variación latido a latido de la frecuencia cardíaca o la duración del intervalo R-R, se ha convertido en una herramienta clínica y de investigación popular pues esta refleja el equilibrio entre las ramas simpática y parasimpática del sistema nervioso autónomo (SNA) (Electrophysiology, 1996).

Esta variabilidad, VFC es una manifestación directa de como el SNA regula la función cardíaca en respuesta a las demandas fisiológicas y emocionales del cuerpo. Un VFC elevado sugiere una alta capacidad del cuerpo para adaptarse a diferentes situaciones, mientras que una variabilidad reducida puede indicar disfunciones en el control autonómico o un estado de estrés fisiológico (Thayer y Lane, 2000).

El análisis del VFC ha ganado popularidad tanto en la investigación clínica como en la práctica médica debido a su capacidad para evaluar la salud cardiovascular. Diferentes métodos, como el análisis en el dominio del tiempo y el domi-

*Autor para correspondencia:

Correo electrónico: erikart@uaeh.edu.mx (Erika Elizabeth Rodríguez-Torres).

nio de la frecuencia, permiten explorar las influencias del SNA sobre el corazón y ofrecen valiosa información para predecir el riesgo de enfermedades cardiovasculares, así como para monitorear trastornos crónicos, como la insuficiencia cardíaca y la hipertensión (Shaffer y Ginsberg, 2017). Además, el VFC se ha propuesto como una herramienta eficaz para medir la respuesta al estrés y evaluar la efectividad de intervenciones terapéuticas, como la meditación y otras prácticas de manejo del estrés (Berntson *et al.*, 1997).

3. Ejemplos variabilidad cardíaca (VFC)

La variabilidad cardíaca (VFC) se utiliza en una variedad de contextos clínicos y de investigación para evaluar la salud y el bienestar. Aquí algunos ejemplos ilustrativos:

3.1. Evaluación del estrés y la respuesta al estrés

La VFC es una herramienta valiosa para medir la capacidad del cuerpo para manejar el estrés (Thayer y Lane, 2000). El uso de la VFC para evaluar el estrés está respaldado por estudios neurobiológicos que muestran que las regiones corticales del cerebro, como la corteza prefrontal ventromedial, están involucradas en la valoración de situaciones estresantes y tienen un impacto directo en la VFC (Kim *et al.*, 2018).

3.2. Diagnóstico y seguimiento de enfermedades cardiovasculares

También la VFC puede indicar disfunciones en el sistema nervioso autónomo, relacionadas con enfermedades cardíacas. Por ejemplo, investigaciones han demostrado que la VFC es un predictor independiente de mortalidad en pacientes con insuficiencia cardíaca, ya que refleja la capacidad del sistema cardiovascular para adaptarse a factores estresantes (Zick *et al.*, 2009; Lee *et al.*, 2018). Un tratamiento efectivo puede observarse en un aumento de la VFC, lo que indica una recuperación en la función autonómica del corazón.

3.3. Evaluación del impacto del ejercicio y la recuperación

En cuanto al impacto del ejercicio y la recuperación, la VFC se utiliza para ajustar entrenamientos y optimizar la recuperación en atletas. Estos autores (Kiviniemi *et al.*, 2010) encontraron que, en hombres y mujeres, guiar el entrenamiento diario basado en la VFC mejora el rendimiento aeróbico comparado con entrenamientos pre-planificados. Esto sugiere que las mediciones de VFC pueden ser un indicador útil para personalizar las rutinas de entrenamiento, favoreciendo una mejor adaptación y recuperación tras ejercicios intensos (Legaz-Arrese *et al.*, 2015).

3.4. Evaluación del estado general de salud y bienestar

VFC se usa como un indicador general de salud y bienestar. En estudios sobre el bienestar general, la VFC se mide para obtener una visión de la salud del sistema nervioso autónomo y ajustar intervenciones para mejorar el bienestar ((Shaffer *et al.*, 2014)),((Dong, 2005)).

4. Fractalidad

La geometría fractal es una disciplina matemática relativamente nueva, surgida a finales del siglo XX. Antes de su desarrollo, se utilizaba la geometría clásica o Euclidiana para analizar puntos, líneas, planos y volúmenes, enfocándose en describir objetos cotidianos y construcciones humanas. No obstante, las herramientas tradicionales resultan insuficientes para caracterizar fenómenos y elementos naturales complejos (Mandelbrot, 1982).

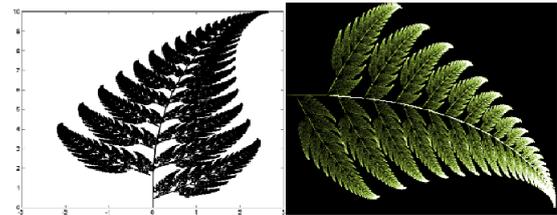


Figura 1: En la imagen se muestran dos fractales el primero ha sido programado y es un Helecho de Barnsley (Elhelechodebarnsley, 2012) y el segundo es un helecho que podemos ver comúnmente en la naturaleza (González, 2012).

Un fractal es un objeto geométrico que exhibe la repetición de un mismo patrón en diferentes escalas y orientaciones. Para ser considerado un fractal, debe cumplir con dos características fundamentales: tener una dimensión fractal y mostrar autosimilitud. Aunque los fractales pueden ser generados mediante programas computacionales, también están presentes en numerosos fenómenos naturales como se ve en la figura 1, (Peitgen *et al.*, 2004).

4.1. Autosimilitud

Definimos que un conjunto compacto X es autosimiliar si existe un conjunto finito de homeomorfismos no sobreyectivos F_1, F_2, \dots, F_n para el cual:

$$X = \bigcup_{k=1}^n F(K) \quad (1)$$

La autosimilitud ocurre cuando las partes de un objeto tienen una forma o estructura similar a la del objeto completo, aunque puedan estar a diferentes escalas y presentar ligeras deformaciones (Muñoz, 2018).

4.2. Dimensión fractal

La dimensión fractal es una medida que describe cómo la complejidad de un fractal cambia con la escala de observación. A diferencia de las dimensiones enteras en la geometría clásica, la dimensión fractal puede ser un número no entero, reflejando la irregularidad y el grado de detalle del fractal a diferentes escalas (Mandelbrot, 1982).

4.2.1. Cálculo de las dimensiones de un fractal

Pasos:

- Colocamos el objeto del cual se quiere conocer su dimensión fractal en una cuadrícula, cuyas subdivisiones tengan longitud $1/s$, donde s puede tomar valores a partir de 1.
- Luego contamos el número de cuadrículas que contienen algún punto de nuestro objeto y llamamos a este número $n(s)$.
- Ahora representaremos en unos ejes cartesianos el punto $(\log(s), \log(n(s)))$.
- Este proceso lo repetiremos varias veces cambiando el valor de s , de manera que vamos obteniendo una nube de puntos.
- Buscamos la recta que más se aproxime a la nube de puntos y la pendiente es la dimensión buscada

En la siguiente figura 2, se muestra el proceso para obtener la dimensión.

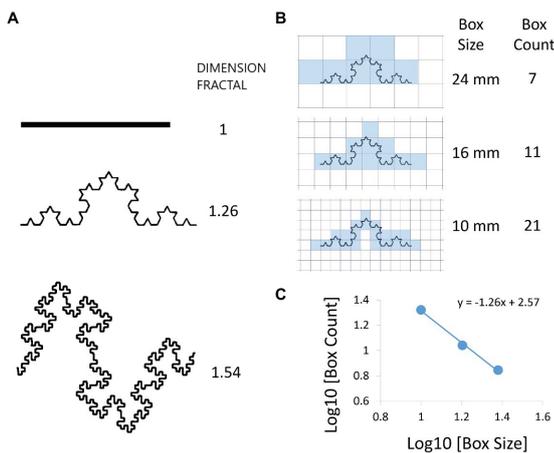


Figura 2: Gráfico obtenido de (Tanabe *et al.*, 2020) La parte (A) Muestra la comparaciones entre tres objetos de diferente dimensiones y como los fractales tienen dimensión no entera, la parte (B) muestra como contamos las de cajas para calcular $n(s)$. El análisis se repite para diferentes valores de s , la parte (C) s y $N(s)$ se trazan en una escala logarítmica doble y la dimensión fractal se calcula como la pendiente negativa de la línea de regresión ($DF = 1,26$ en este caso).

4.3. Fractalidad en series de tiempo

El estudio de la fractalidad en las series de tiempo de variabilidad de la frecuencia cardíaca (VFC) y el electrocardiograma ECG se ha convertido en una herramienta significativa para entender la dinámica del sistema cardiovascular.

La fractalidad, un concepto derivado de la teoría de sistemas complejos, se refiere a la autosimilitud y la estructura a múltiples escalas en una serie de tiempo. Según estudios recientes, "la fractalidad en las series de tiempo de VFC refleja la complejidad y la adaptabilidad del sistema autónomo del corazón" (Goldberger *et al.*, 2002). Este enfoque permite analizar cómo las fluctuaciones en los intervalos de los latidos siguen patrones complejos que pueden estar relacionados con la

salud cardiovascular y el equilibrio entre los sistemas simpático y parasimpático.

La investigación en fractalidad de VFC ha mostrado que la presencia de propiedades fractales en los datos de VFC puede ser indicativa de un sistema cardiovascular saludable y adaptable. Como mencionan (Glass y Mackey, 1988) "la alteración en la fractalidad de la VFC puede señalar desregulación en la dinámica autónoma del corazón, asociada a diversas patologías". Por lo tanto, el análisis fractal ofrece una perspectiva valiosa en la evaluación de la salud cardíaca y en la investigación de trastornos relacionados.

5. Análisis de fluctuaciones sin tendencia (AFsT)

El análisis de fluctuación sin tendencia (AFsT) es una técnica usada para identificar correlaciones a largo plazo en series temporales ruidosas, eliminando posibles tendencias que puedan distorsionar el análisis. Se emplea principalmente en sistemas no estacionarios, donde las propiedades estadísticas cambian con el tiempo, como en datos fisiológicos o financieros. La idea central del AFsT es dividir la serie temporal en segmentos, ajustar una tendencia local en cada segmento y luego analizar las fluctuaciones de los residuos respecto a esa tendencia (Peng *et al.*, 1995).

Dada una serie $x(i)$ donde $i = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, N$ se integran los valores de la serie, teniendo una nueva serie de la forma:

$$y(k) = \sum_{i=1}^k (\vec{x}(i) - \hat{x}) \quad (2)$$

donde $\hat{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{x}(i)$ es el vector promedio de $\vec{x}(i)$ y $y(N_1)$ es el último valor con $N_1 = \frac{N}{K}$, el valor de N_1 , hace referencia a la cantidad total de datos tomados de la serie original, dependiendo del tamaño de ventana que se haya establecido. Esta ecuación convierte la serie temporal en un proceso autosimilar. Tras esta conversión, se evalúa la escala vertical de las características de la serie integrada, segmentado en ventanas de igual tamaño n . Para cada una de estas ventanas, se aplica un ajuste lineal por mínimos cuadrados, lo que permite obtener la tendencia local correspondiente a cada segmento. El valor de la coordenada y y del ajuste lineal se representa como $y_n(k)$. Para eliminar la tendencia en $y(k)$ en cada ventana, se resta la tendencia local $y_n(k)$. Para cada tamaño de ventana n , la escala de las fluctuaciones en la serie integrada sin tendencia se define como:

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - y_n(k))^2} \quad (3)$$

Una relación lineal en un gráfico ($\log(n)$ vs $\log(F(n))$) sugiere la existencia de escalamiento o autosimilitud. Esto significa que las fluctuaciones en ventanas pequeñas están vinculadas a las fluctuaciones en ventanas más grandes, siguiendo un comportamiento de ley de potencias. La línea en el gráfico de $\log(n)$ y $\log(F(n))$ permite calcular el exponente de escalamiento, que representa las fluctuaciones descritas por F y se conoce como el parámetro de autosimilitud (Muñoz, 2018) α esto es:

$$F(n) \approx n^\alpha \quad (4)$$

El parámetro α del análisis de fluctuación sin tendencia (AFsT) y el exponente de Hurst (H) son fundamentales para caracterizar

las correlaciones en series temporales. El valor de α obtenido mediante AFsT se interpreta en términos del comportamiento correlacionado o anticorrelacionado de la serie temporal. Si $\alpha < 0.5$ y si la serie $0 < \alpha < 0.5$, la serie presenta anticorrelación, lo que implica que un aumento en el pasado tiende a estar seguido de una disminución en el futuro, y viceversa. Para un $\alpha \approx 0.5$, la serie es similar a un ruido blanco, sin memoria a largo plazo.

El exponente de Hurst, por otro lado, cuantifica la persistencia o tendencia a largo plazo en las series temporales. Un valor de $H = 1$ indica una fuerte correlación a largo plazo, lo que significa que las tendencias pasadas tienden a continuar en el futuro, a menudo asociado con fenómenos de largo alcance, como se da a conocer en algunos artículos (Kantelhardt, 2002). En el contexto del análisis AFsT, el exponente de Hurst está relacionado con el parámetro de escalamiento α mediante la fórmula $H = \alpha$ (Peng et al., 1995). El valor de H puede interpretar la autocorrelación en las series: si $H > 0.5$, hay persistencia en las fluctuaciones; si $H < 0.5$, hay anti-persistencia, y cuando $H = 0.5$, la serie es aleatoria.

6. Métodos

El estudio que se analizó involucra a participantes considerados como individuos temerosos a las arañas, es el trabajo de (Ihmig et al., 2020). El conjunto de datos incluye registros de 57 participantes, con edades comprendidas entre 18 y 40 años, quienes fueron expuestos a una serie de videoclips diseñados para desencadenar respuestas fóbicas. Antes de la exposición, los sujetos fueron divididos en diferentes grupos experimentales y recibieron una sesión de entrenamiento en dos tipos de tareas: biorretroalimentación de la variabilidad de la frecuencia cardíaca (VFC) y tareas de pseudo-biorretroalimentación motora. Después del entrenamiento inicial, los participantes continuaron practicando estas tareas en casa durante seis días, tras los cuales volvieron a enfrentarse a la exposición a los videoclips de arañas.

Los participantes fueron organizados en tres grupos experimentales con diferentes estrategias de manejo del miedo:

- Grupo 2: Los participantes practicaron tanto la biorretroalimentación de VFC como una pseudotarea motora antes de la exposición. Sin embargo, durante la exposición solo continuaron con la pseudotarea motora.
- Grupo 3: Entrenaron en dos tareas de pseudo-biorretroalimentación y continuaron practicando una de ellas durante la exposición.
- Grupo 4: Se entrenaron en dos tareas de pseudo-biorretroalimentación, pero no realizaron ninguna tarea adicional durante la exposición a los estímulos

En este artículo, se seleccionó un solo participante de cada grupo para un análisis detallado de sus señales fisiológicas. Las señales fueron procesadas y analizadas utilizando el software especializado Analyzer que es un software libre diseñado para facilitar el análisis de series de tiempo electrofisiológicas en la investigación biomédica y ejecutable en Microsoft, Linux y MacOS. Desarrollado con Python 3.11 (Van Rossum y Drake, 2009), que permitió examinar de manera exhaustiva las respuestas fisiológicas frente a la exposición fóbica.

7. Resultados

En este estudio se compararon tres grupos de individuos diagnosticados con aracnofobia. Las diferencias entre los grupos radican en las técnicas de intervención utilizadas, donde los participantes emplearon estrategias tanto antes como durante la exposición a videos de arañas para manejar sus reacciones fóbicas.

7.1. Fractalidad en ECG

Para realizar un análisis fractal más consistente de los electrocardiogramas de los tres grupos, se tomaron medidas adicionales para garantizar la fiabilidad de los resultados. Los registros de los electrocardiogramas como los que se ven en la figura 3 fueron cortados de manera que todos tuvieran el mismo número de puntos, lo que permite una comparación directa entre los sujetos y una evaluación más precisa de las características fractales. Esta uniformidad en los datos asegura que las diferencias observadas en los patrones fractales se deban a variaciones fisiológicas reales y no a disparidades en la cantidad de datos disponibles. Los sujetos seleccionados fueron v_{17} del Grupo 2, v_{36} del Grupo 3 y v_{79} del Grupo 4, utilizando la base de datos de (Ihmig et al., 2020).

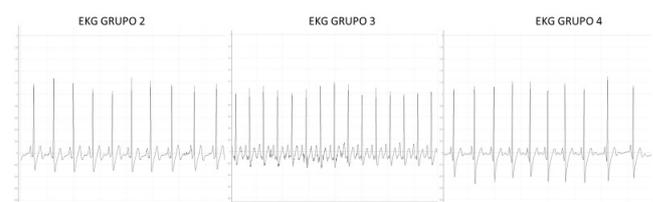


Figura 3: El gráfico fue generado a partir del módulo AnalyzerSignal muestra los electrocardiogramas (ECG) de los sujetos seleccionados de los tres grupos de estudio. El primer gráfico corresponde al sujeto v_{17} del Grupo 2, seguido por el sujeto v_{36} del Grupo 3 y finalmente el sujeto v_{79} del Grupo 4. En los ECG se ajustaron los registros de los datos para que todos tuvieran el mismo número de puntos, permitiendo así una comparación más precisa entre los sujetos.

El análisis de la fractalidad de los electrocardiogramas (ECG) de cada grupo revela diferencias significativas entre ellos. Para el triángulo de Sierpinski, se observó que en la figura 4, los fractales de los grupos 2 y 3 son notablemente similares en cuanto a su estructura. Sin embargo, el grupo 4 presenta un fractal más denso y con mayor detalle, lo que indica un patrón más poblado y marcado.

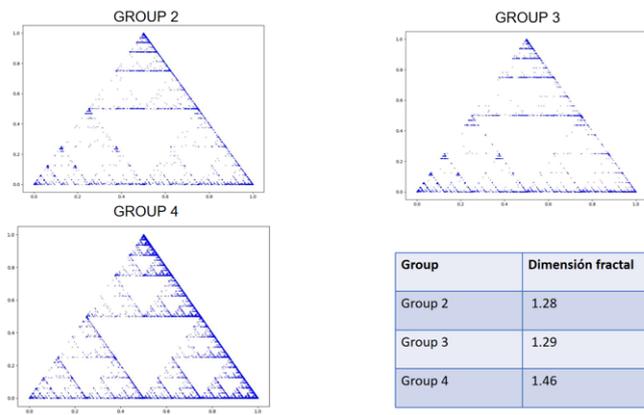


Figura 4: Gráfico generado mediante el módulo de Análisis Fractal del software *AnalyzerSignal*. La imagen muestra tres figuras fractales correspondientes a los pacientes seleccionados, agrupadas por sus respectivos grupos de estudio: Grupo 2, Grupo 3 y Grupo 4. Cada gráfica presenta la figura fractal del Triángulo de Sierpinski, representativa de las características fractales de los electrocardiogramas (ECG) de cada paciente. Además, se incluye una tabla que detalla la dimensión fractal calculada para cada figura, lo que permite una comparación precisa de las propiedades fractales entre los sujetos de cada grupo.

También podemos obtener los triángulos de manera aleatoria con los mismos datos como se muestra en la figura 5 .

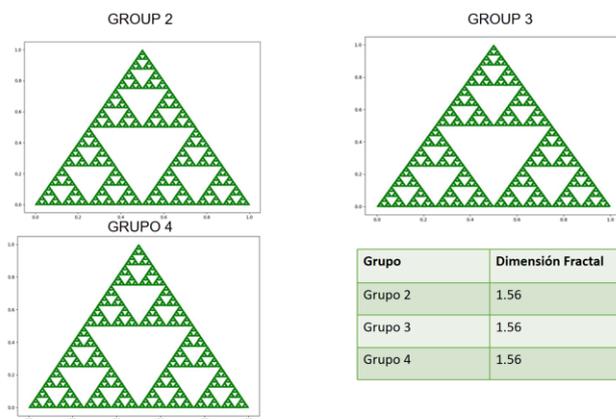


Figura 5: El gráfico muestra fractales del triángulo de Sierpinski obtenidas a partir del análisis de señales ECG pero los puntos son aleatorios de tres sujetos seleccionados de los grupos, utilizando el módulo de análisis fractal del software AnalyzerSignal. Los valores de la dimensión fractal para cada grupo son los siguientes: 1.5619 para el sujeto v_{17} del Grupo 2, 1.5683 para el sujeto v_{36} del Grupo 3, y 1.5654 para el sujeto v_{79} del Grupo 4.

Las figuras son notablemente similares tanto en forma como en dimensión, lo cual es coherente con la metodología utilizada, ya que las formas triangulares se generaron de manera aleatoria a partir de los datos.

Para el cuadrado de Sierpinski los resultados fueron los que se muestran en la figura 6:

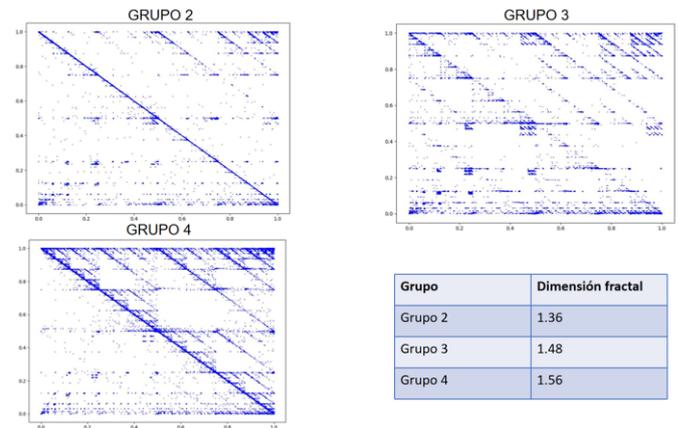


Figura 6: La imagen muestra tres figuras fractales basadas en el cuadrado de Sierpinski, obtenidas mediante el análisis fractal con el módulo correspondiente del software AnalyzerSignal. Las dimensiones fractales para los sujetos de los tres grupos son 1.3652 para el Grupo 2, 1.48 para el Grupo 3, y 1.56 para el Grupo 4. Estos valores se presentan claramente en la tabla adjunta en la imagen, reflejando las diferencias en la complejidad fractal de las señales analizadas en cada grupo.

Análogamente de como lo hicimos con el triángulo, se realizó el cuadrado aleatorio con los datos del ECG como se ve en la figura 7 .

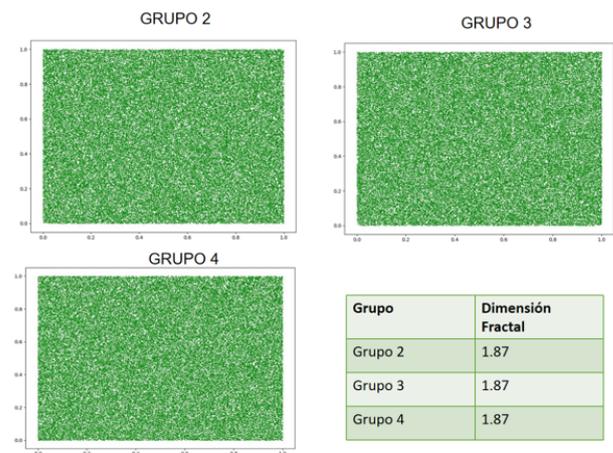


Figura 7: El gráfico muestra las figuras fractales de un cuadrado de Sierpinski hecho de forma aleatoria, obtenidas mediante el análisis fractal con el módulo del software AnalyzerSignal. Las dimensiones fractales de los sujetos de los tres grupos fueron 1.8711 para el Grupo 2, 1.8724 para el Grupo 3, y 1.8743 para el Grupo 4. Dado que las figuras se generaron de manera aleatoria, sus dimensiones fractales tienden a valores cercanos a 2, lo cual es esperable en estructuras geométricas aleatorias que llenan casi completamente el plano sin alcanzar la complejidad total de una superficie bidimensional.

7.2. Fractalidad en la variabilidad cardíaca

Se llevó a cabo un análisis fractal de la variabilidad cardíaca en cada grupo, revelando que los tres fractales comparten características muy similares. Para el triángulo de Sierpinski, los resultados fueron los que se observan en la figura 8.

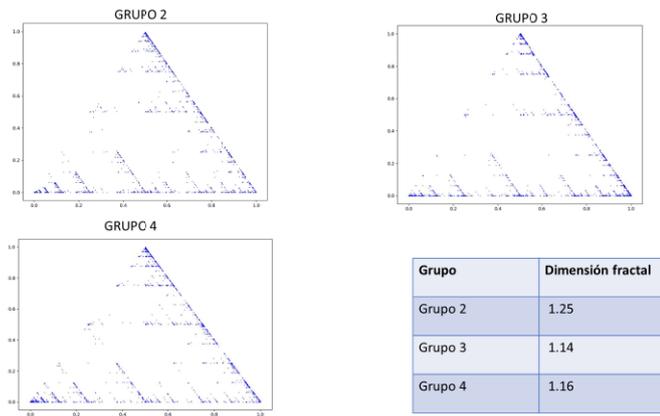


Figura 8: La imagen presenta tres gráficos basados en el triángulo de Sierpinski, obtenidos a partir del análisis fractal del intervalo interlatido (IBI) de los tres grupos. Las dimensiones fractales calculadas para cada grupo son 1.25 para el Grupo 2, 1.14 para el Grupo 3, y 1.16 para el Grupo 4. Estas figuras reflejan las características geométricas y la complejidad de las señales IBI en cada grupo, mostrando cómo las diferencias en la estructura fractal pueden sugerir variaciones en la dinámica cardíaca entre los participantes.

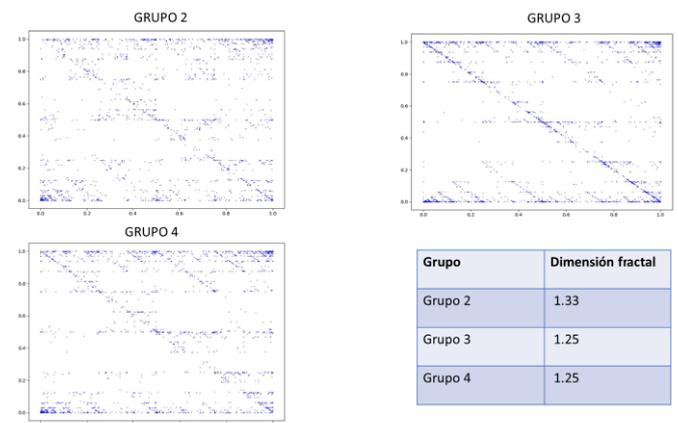


Figura 10: El gráfico presenta figuras fractales generadas a partir de cuadrados, obtenidas mediante el análisis fractal del intervalo interlatido (IBI) con el software AnalyzerSignal. Las dimensiones fractales en este caso son 1.33 para el Grupo 2, y 1.25 tanto para el Grupo 3 como para el Grupo 4. Se observa que las figuras no son tan claramente definidas y resultan bastante similares entre sí, lo que refleja una menor variabilidad estructural en las señales IBI de estos grupos. Las similitudes en las dimensiones fractales indican patrones geométricos y complejidades similares entre los grupos.

Para los cuadrados aleatorios como se ve en la figura 11 tenemos imágenes muy similares.

Notas las figuras no tan marcadas y con cierta similitud entre ellas.

Para el caso de los triángulos con puntos aleatorios los resultados fueron los que se muestran en la figura 9.

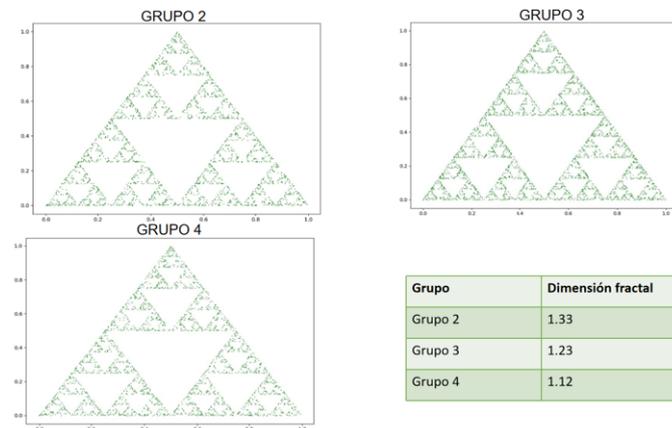


Figura 9: El gráfico muestra las figuras fractales generadas a partir de un triángulo aleatorio, obtenidas mediante el análisis fractal del intervalo interlatido (IBI) con el software AnalyzerSignal. Las dimensiones fractales calculadas para los tres grupos fueron 1.33 para el Grupo 2, 1.23 para el Grupo 3, y 1.127 para el Grupo 4.

El análisis fractal de los cuadrados como se ve en la imagen 10, salio de la misma forma muy similares el uno con el otro.

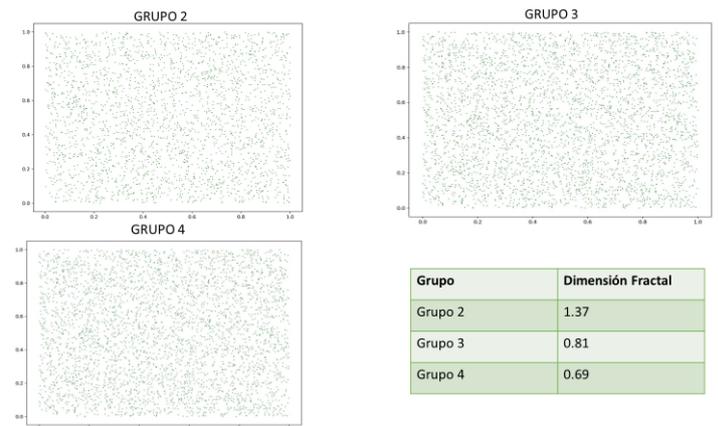


Figura 11: El gráfico presenta figuras fractales generadas a partir de un cuadrado aleatorio, obtenidas mediante el análisis fractal del intervalo interlatido (IBI) con el software AnalyzerSignal. Las dimensiones fractales para los grupos son 1.37 para el Grupo 2, 0.81 para el Grupo 3, y 0.69 para el Grupo 4.

7.3. Análisis AFsT

Se aplicó el análisis de fluctuaciones sin tendencia (AFsT) a las series temporales obtenidas de los pacientes con aracnofobia como se nota en la figura 12, para identificar patrones de correlación a largo plazo en los datos de la variabilidad cardíaca. El exponente de Hurst (H) fue calculado para cada participante, lo que permitió evaluar la naturaleza fractal de la serie temporal y la presencia de dinámicas persistentes o antipersistentes. Los exponentes de Hurst de cada grupo fueron:

- Grupo 2: 0.9586
- Grupo 3: 1.0522
- Grupo 4: 0.946

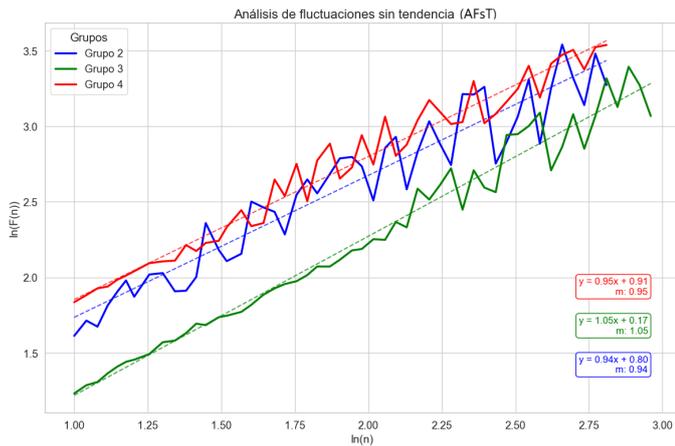


Figura 12: El gráfico presenta el análisis de fluctuaciones sin tendencia (AFsT) utilizando el módulo del software AnalyzerSignal. Se muestran las líneas correspondientes a cada uno de los grupos: el Grupo 2 en azul, el Grupo 3 en verde, y el Grupo 4 en rojo. Cada línea representa la dinámica de las fluctuaciones en los intervalos interlatidos (IBI) de los respectivos grupos. Además, se incluye una línea de ajuste que indica la mejor relación entre los datos, evidenciando cómo se comportan las fluctuaciones a lo largo del tiempo. Esta representación visual permite comparar la complejidad y la estructura de las señales entre los grupos, proporcionando una visión clara de las diferencias en la dinámica cardíaca. La pendiente de las rectas de ajuste lineal son los exponentes de Hurst (H) de cada grupo.

7.3.1. Estadística

Se realizó una comparativa de los resultados obtenidos del AFsT entre Grupo 2, Grupo 3 y Grupo 4, con el objetivo de evaluar si las intervenciones o condiciones experimentales aplicadas a cada grupo tuvieron un impacto significativo en la variable de interés. Dado que cada grupo recibió un tratamiento diferente, es importante analizar si existen diferencias estadísticamente significativas en sus resultados.

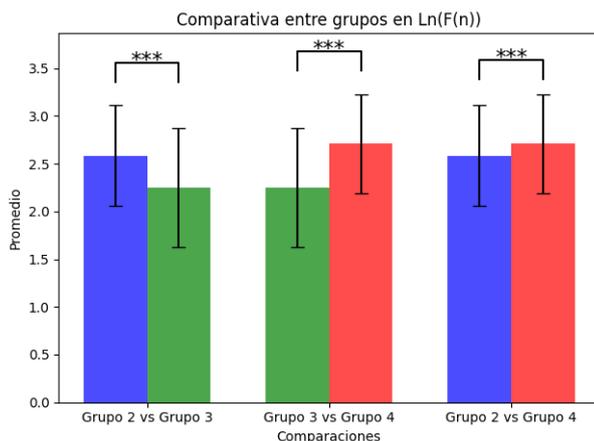


Figura 13: En esta gráfica se presenta la comparación del promedio de $\ln(F(n))$ entre los distintos grupos participantes. La primera comparación entre el Grupo 2 y el Grupo 3 ($p \leq 2.82337 \times 10^{-18}$) revela diferencias altamente significativas. De manera similar, la comparación entre el Grupo 3 y el Grupo 4 ($p \leq 7.0627 \times 10^{-30}$) también muestra diferencias relevantes. Finalmente, la comparación entre el Grupo 2 y el Grupo 4 ($p \leq 6.48665 \times 10^{-7}$) indica una diferencia significativa. Los participantes del Grupo 2 presentaron un promedio y desviación estándar de 2.584 ± 0.530 ($\bar{x} \pm \sigma$), mientras que los del Grupo 3 obtuvieron un promedio y desviación estándar de 2.251 ± 0.621 ($\bar{x} \pm \sigma$). Por su parte, los participantes del Grupo 4 mostraron un promedio y desviación estándar de 2.709 ± 0.519 ($\bar{x} \pm \sigma$).

Los resultados obtenidos en las comparaciones entre los grupos participantes muestran diferencias estadísticamente significativas, como lo indican los valores de p obtenidos mediante una prueba T en Excel. La significancia estadística, evidenciada por los valores de $p \leq 2.82337 \times 10^{-18}$, $p \leq 7.0627 \times 10^{-30}$ y $p \leq 6.48665 \times 10^{-7}$ en las comparaciones de los grupos, respalda la hipótesis de que las variaciones en el promedio de $\ln(F(n))$ entre los diferentes grupos no son producto del azar, sino que reflejan diferencias reales entre las condiciones experimentales de cada uno. De acuerdo con (Cohen, 2016), cuando el valor de p es menor a 0.05, se considera que hay una diferencia significativa, por lo que los resultados presentados aquí son altamente significativos y refuerzan la fiabilidad de los hallazgos. La prueba T es una herramienta robusta y ampliamente utilizada para evaluar si dos grupos difieren significativamente en términos de sus medias, tal como se ha aplicado en este estudio para cada par de comparaciones.

8. Discusión

El análisis fractal de los electrocardiogramas en individuos aracnofóbicos reveló diferencias claras entre los grupos. Específicamente, el grupo 4, que no utilizó técnicas de manejo del estrés, mostró una mayor complejidad fractal en comparación con los grupos 2 y 3, que sí aplicaron estas técnicas. Esta mayor complejidad fractal en el grupo 4 sugiere una mayor activación emocional, lo cual se traduce en un estado de mayor alteración fisiológica. La dimensión fractal creciente en sus registros ECG indica una mayor variabilidad y desorganización en el ritmo cardíaco, lo que está asociado con un incremento en la ansiedad y la respuesta al estrés. Esto concuerda con estudios previos que han relacionado un aumento en la dimensión fractal con estados de estrés elevado y de regulación emocional, como lo demuestran las investigaciones sobre la respuesta emocional ante estímulos de ansiedad (Goldberger et al., 2002). Al realizar el análisis fractal de la variabilidad cardíaca (VFC) en los tres grupos con miedo a las arañas, se observó una ligera disminución en la dimensión fractal, que fue más marcada en el Grupo 2 (1.25), seguida por el Grupo 4 (1.16) y finalmente el Grupo 3 (1.14), con el triángulo y para el cuadrado el comportamiento fue casi igual pues el grupo 2 (1.33) y grupo 3 y 4 (1.25), esta tendencia puede deberse a los diferentes tipos de tareas realizadas durante la exposición. El Grupo 2, que practicó la biorretroalimentación de VFC antes de la exposición pero solo continuó con la pseudotarea motora, mostró la dimensión fractal más alta (1.25 y 1.33). Esto podría indicar una mejor adaptación del sistema nervioso autónomo a la tarea de biorretroalimentación, que permite un mejor control del ritmo cardíaco ante situaciones de estrés. Investigaciones previas han demostrado que la biorretroalimentación puede mejorar la regulación autonómica, lo que se reflejaría en una mayor dimensión fractal de la VFC ((Rogers y Gronwald, 2022)).

En el Grupo 3, que tuvo entrenamiento en dos tareas motoras pero solo pudo continuar practicando una de ellas durante la exposición, la dimensión fractal fue más baja (1.14 y 1.25). Esto sugiere que, aunque el entrenamiento previo en múltiples tareas pudo haber proporcionado cierta capacidad de regulación autonómica, el hecho de que solo se les permitiera usar una

tarea durante la exposición al estímulo estresante podría haber limitado la efectividad del manejo del estrés. En comparación con el Grupo 2, que practicó tanto biorretroalimentación de la variabilidad cardíaca (VFC) como una tarea motora antes de la exposición, pero que continuó solo con la tarea motora, se observa que la dimensión fractal más alta (1.25 y 1.33) en el Grupo 2 podría deberse a la biorretroalimentación inicial.

Esto es relevante porque los estudios muestran que la biorretroalimentación de VFC, al entrenar al individuo para regular conscientemente su frecuencia cardíaca, puede tener un efecto acumulativo que mejora la capacidad de respuesta del sistema nervioso autónomo a situaciones estresantes. En contraste, limitar el entrenamiento activo durante la exposición, como ocurrió en el Grupo 3, podría haber resultado en una menor capacidad de adaptación debido a la falta de un soporte adicional como la biorretroalimentación. Este hallazgo está respaldado por investigaciones que muestran cómo una disminución en la dimensión fractal puede estar relacionada con la fatiga del sistema nervioso autónomo y una reducción en la variabilidad de la frecuencia cardíaca, lo que indica una menor capacidad para adaptarse a situaciones de estrés prolongado (Moraes *et al.*, 2019; Rogers y Gronwald, 2022)

Finalmente, el Grupo 4, que no realizó ninguna tarea adicional durante la exposición, mostró una dimensión fractal intermedia (1.16 y 1.25). Este resultado sugiere que, si bien no hubo un estímulo adicional para mantener la regulación autónoma, la exposición al estímulo estresante sin tareas de compensación podría haber provocado una ligera pérdida en la capacidad de adaptación del sistema cardiovascular (Moraes *et al.*, 2019), comparado con el tercero los cambios fueron muy ligeros por lo que podríamos intuir que la falta de ambos grupos de la biorretroalimentación de VFC fue relevante para general estas disminuciones (Lehrer y Gevirtz, 2014).

La disminución de la dimensión fractal observada, a pesar de que los electros muestran un aumento en la dimensión, puede deberse a que la VFC mide la capacidad de adaptación del sistema cardiovascular en respuesta al estrés. Mientras que los ECG pueden captar variaciones en la actividad cardíaca, la VFC evalúa específicamente la capacidad de recuperación del sistema nervioso autónomo. En situaciones de estrés prolongado, como la exposición a estímulos fóbicos, una disminución en la variabilidad fractal puede reflejar una reducción en la capacidad de regulación autónoma, lo cual podría estar vinculado con el agotamiento o fatiga del sistema. (Mather y Thayer, 2018))

Finalmente con el AFsT la interpretación del exponente de Hurst (H) en el contexto de tu análisis fractal de la variabilidad de la frecuencia cardíaca (VFC) ofrece información clave sobre la persistencia y la dinámica subyacente de las fluctuaciones del sistema cardiovascular en respuesta al estrés. Los valores que obtuviste para los diferentes grupos pueden ser explicados de la siguiente manera, tomando en cuenta estudios previos sobre VFC, estrés y regulación autónoma.

Grupo 2: 0.9386

Un valor de H entre 0.5 y 1 indica una fuerte persistencia en las fluctuaciones, es decir, las tendencias en la VFC tienden a continuar de manera consistente. Este valor cercano a 1 sugiere que los participantes del Grupo 2, que realizaron biorretroalimentación de VFC y una tarea motora, presentan

un sistema cardiovascular relativamente estable y resiliente, lo que coincide con los estudios que han demostrado que la biorretroalimentación puede mejorar la autorregulación del sistema nervioso. ((Goessl *et al.*, 2017))(Therapeutics, nd)

Grupo 3: 1.0522

Un valor de H superior a 1 indica tendencias de largo alcance y una alta persistencia en las fluctuaciones, lo que puede interpretarse como una señal de que el sistema está sobrecompensando o es menos flexible frente al estrés prolongado. En estudios previos, se ha observado que valores más altos de H pueden estar asociados con una menor adaptabilidad, lo que podría reflejar fatiga o sobrecarga en el sistema autónomo, especialmente en situaciones donde no se pueden implementar todas las estrategias de regulación previamente entrenadas ((Goessl *et al.*, 2017))(Mather y Thayer, 2018))

Grupo 4: 0.946

Este valor es similar al del Grupo 2, lo que sugiere una persistencia moderada en las fluctuaciones. Aunque este grupo no continuó con ninguna tarea de biorretroalimentación durante la exposición, los resultados sugieren que el entrenamiento previo pudo haber ayudado a mantener un nivel de autorregulación razonable, aunque algo más limitado que en el Grupo 2, lo cual es consistente con estudios que indican que el entrenamiento previo en biorretroalimentación puede tener un efecto residual en la regulación autónoma. (Lehrer *et al.*, 2020)

9. Conclusiones

En conclusión, el análisis fractal y el exponente de Hurst (H) obtenidos mediante AFsT mostraron diferencias notables en la capacidad de regulación autonómica entre los grupos de estudio. El Grupo 2, que practicó biorretroalimentación de la VFC, presentó una mayor adaptabilidad y estabilidad cardiovascular frente al estrés, mientras que el Grupo 3, con menos estrategias de manejo, exhibió una respuesta más rígida, sugiriendo fatiga autonómica. El Grupo 4, sin intervenciones adicionales, mostró una regulación intermedia. Estos hallazgos subrayan el valor de la biorretroalimentación de VFC para mejorar la resiliencia autonómica y emocional ante el estrés. En estudios futuros, se planea incluir a todos los sujetos del grupo de estudio para obtener resultados más robustos y generalizables.

Referencias

- Abagaro, A. M., Barki, H., Ayana, G., Dawud, A. A., Thamineni, B. L., Jemal, T., y Choe, S.-w. (2024). Automated ecg signals analysis for cardiac abnormality detection and classification. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, pp. 1–17.
- Berntson, Gary G and Thomas Bigger Jr, J and Eckberg, Dwain L and Grossman, Paul and Kaufmann, Peter G and Malik, Marek and Nagaraja, Haikady N and Porges, Stephen W and Saul, J Philip and Stone, Peter H and others (1997). Heart rate variability: origins, methods, and interpretive caveats. *Psychophysiology*, 34(6):623–648.
- Birnbaum, Y., Rankinen, J., Jneid, H., Atar, D., y Nikus, K. (2022). The role of ecg in the diagnosis and risk stratification of acute coronary syndromes: an old but indispensable tool. *Current cardiology reports*, 24(2):109–118.
- Cohen, J. (2016). A power primer.
- Dong, X. (2005). Long workhours, work scheduling and work-related injuries among construction workers in the united states. *Scandinavian journal of work, environment & health*, pp. 329–335.

- Electrophysiology, T. F. o. t. E. S. o. C. t. N. A. S. o. P. (1996). Heart rate variability: standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use. *Circulation*, 93(5):1043–1065.
- Elhelechodebarnsley (2012). El helecho de barnsley. <https://elhelechodebarnsley.wordpress.com/2012/02/26/el-helechode-barnsley/>. Accedido: [20/09/2024].
- Glass, L. y Mackey, M. C. (1988). *From clocks to chaos: The rhythms of life*. Princeton University Press.
- Goessl, V. C., Curtiss, J. E., y Hofmann, S. G. (2017). The effect of heart rate variability biofeedback training on stress and anxiety: a meta-analysis. *Psychological medicine*, 47(15):2578–2586.
- Goldberger, A. L., Amaral, L. A., Hausdorff, J. M., Ivanov, P. C., Peng, C.-K., y Stanley, H. E. (2002). Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging. *Proceedings of the national academy of sciences*, 99(suppl.1):2466–2472.
- González, P. (2012). Las matemáticas y la naturaleza. <http://revistacienciaoiletras.blogspot.com/2012/05/las-matematicas-y-la-naturaleza.html>. Accedido: [20/09/2024].
- Ihmig, F. R., Gogeochea, A., Schäfer, S., Lass-Hennemann, J., y Michael, T. (2020). Electrocardiogram, skin conductance and respiration from spider-fearful individuals watching spider video clips.
- Kantelhardt, J. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica*, 316:81–91.
- Kim, H.-G., Cheon, E.-J., Bai, D.-S., Lee, Y. H., y Koo, B.-H. (2018). Stress and heart rate variability: a meta-analysis and review of the literature. *Psychiatry investigation*, 15(3):235.
- Kiviniemi, A. M., Hautala, A. J., Kinnunen, H., Nissilä, J., Virtanen, P., Karjalainen, J., y Tulppo, M. P. (2010). Daily exercise prescription on the basis of hr variability among men and women. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, 42(7):1355–1363.
- Lee, S.-R., Choi, E.-K., Han, K.-D., Jung, J.-H., Oh, S., y Lip, G. Y. (2018). Edoxaban in asian patients with atrial fibrillation: effectiveness and safety. *Journal of the American College of Cardiology*, 72(8):838–853.
- Legaz-Arrese, A., López-Laval, I., George, K., Puente-Lanzarote, J. J., Moliner-Urdiales, D., Ayala-Tajuelo, V. J., Mayolas-Pi, C., y Reverter-Masia, J. (2015). Individual variability in cardiac biomarker release after 30 min of high-intensity rowing in elite and amateur athletes. *Applied Physiology, Nutrition, and Metabolism*, 40(9):951–958.
- Lehrer, P., Kaur, K., Sharma, A., Shah, K., Huseby, R., Bhavsar, J., y Zhang, Y. (2020). Heart rate variability biofeedback improves emotional and physical health and performance: A systematic review and meta analysis. *Applied psychophysiology and biofeedback*, 45:109–129.
- Lehrer, P. M. y Gevirtz, R. (2014). Heart rate variability biofeedback: how and why does it work? *Frontiers in psychology*, 5:756.
- Mandelbrot, B. B. (1982). *The fractal geometry of nature*. *WH Freedman and Co., New York*, 1(983):1.
- Mather, M. y Thayer, J. F. (2018). How heart rate variability affects emotion regulation brain networks. *Current opinion in behavioral sciences*, 19:98–104.
- Moraes, Í. A., Silva, T. D., Massetti, T., Menezes, L. D., Ribeiro, V. F., Tropiano, L. M., Barnabé, V., Hoshi, R. A., Monteiro, C. B., y Fernandes, M. (2019). Fractal correlations and linear analyses of heart rate variability in healthy young people with different levels of physical activity. *Cardiology in the Young*, 29(10):1236–1242.
- Muñoz, V. G. (2018). El color del ruido en el sueño de adultos mayores con y sin deterioro cognitivo. Tesis de máster, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería, Centro de Investigación en Matemáticas, Mineral de la Reforma, Hidalgo. Tesis para obtener el título de Licenciada en Matemáticas Aplicadas.
- Peitgen, H.-O., Jürgens, H., Saupe, D., y Feigenbaum, M. J. (2004). *Chaos and fractals: new frontiers of science*, volumen 106. Springer.
- Peng, C.-K., Havlin, S., Stanley, H. E., y Goldberger, A. L. (1995). Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos: an interdisciplinary journal of nonlinear science*, 5(1):82–87.
- Rogers, B. y Gronwald, T. (2022). Fractal correlation properties of heart rate variability as a biomarker for intensity distribution and training prescription in endurance exercise: An update. *Frontiers in Physiology*, 13.
- Shaffer, F. y Ginsberg, J. P. (2017). An overview of heart rate variability metrics and norms. *Frontiers in public health*, 5:258.
- Shaffer, F., McCraty, R., y Zerr, C. L. (2014). A healthy heart is not a metronome: an integrative review of the heart's anatomy and heart rate variability. *Frontiers in psychology*, 5:1040.
- Tanabe, N., Sato, S., Suki, B., y Hirai, T. (2020). Fractal analysis of lung structure in chronic obstructive pulmonary disease. *Frontiers in physiology*, 11:603197.
- Thayer, J. F. y Lane, R. D. (2000). A model of neurovisceral integration in emotion regulation and dysregulation. *Journal of affective disorders*, 61(3):201–216.
- Therapeutics, L. (n.d.). The science of hrv biofeedback: A comprehensive guide. <https://blog.getlief.com/the-science-of-hrv-biofeedback-a-comprehensive-guide/>. Accessed: September 17, 2024.
- Van Rossum, G. y Drake, F. L. (2009). *Python 3 Reference Manual*. CreateSpace, Scotts Valley, CA.
- Zick, S. M., Vautaw, B. M., Gillespie, B., y Aaronson, K. D. (2009). Hawthorn extract randomized blinded chronic heart failure (herb chf) trial. *European journal of heart failure*, 11(10):990–999.