








# Modelo Matemático y Control de un Sistema de Levitación Magnética bajo Condiciones de Incertidumbre Dinámica

## Mathematical Model and Control of a Magnetic Levitation System under Dynamic Uncertainty Conditions

G. Márquez-Avilés <sup>a</sup>, A. Z. Escobedo-Muñoz <sup>a,\*</sup>, J. Victorino-Aguilar <sup>a</sup>,  
V. Rodríguez-Lugo <sup>b</sup>, H. Gómez-Pozos <sup>a</sup>, R. Villafuerte-Segura <sup>a</sup>, O. A. Domínguez-Ramírez <sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup>Licenciatura en Ingeniería en Telecomunicaciones, Área Académica de Computación y Electrónica, Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería  
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.

<sup>b</sup>Área Académica de Ciencias de la Tierra y Materiales, Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería  
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.

### Resumen

Múltiples contribuciones en modelado y control de sistemas de levitación magnética son de interés, no sólo por las relevantes contribuciones que tiene en aplicaciones en máquinas involucradas en procesos productivos, en transporte ferroviario, generación óptima de energía eléctrica y medicina; también por el reto que representa la tarea de control ante la nula o limitada dinámica de fricción, y entonces susceptibilidad a la inestabilidad. En este trabajo de investigación, se propone un control en cascada PID + FF con anticipación de la entrada, como lazo externo de posición con un control PI para estabilización de la intensidad de corriente en el electroimán. Para ello, se obtiene el modelo dinámico con la formulación Euler-Lagrange, útil en la sintonización de las ganancias de control y pruebas de simulación numérica. Se presenta un resultado experimental en una tarea de regulación a un punto de equilibrio y seguimiento de una trayectoria. Se establecen criterios y recomendaciones útiles en el diseño de sistemas MAGLEV.

**Palabras Clave:** Levitación magnética, Modelo dinámico, Control de posición, Estabilidad.

### Abstract

Multiple contributions in the modeling and control of magnetic levitation systems are of interest, not only for their significant contributions to applications in machines involved in production processes, rail transport, optimal power generation, and medicine, but also for the challenge posed by the control task in the face of zero or limited friction dynamics, which is therefore susceptible to instability. This research proposes a PID + FF cascade control with input anticipation as an external position loop with a PI control to stabilize the current intensity in the electromagnet. To this end, the dynamic model is obtained using the Euler-Lagrange formulation, useful for tuning control gains and numerical simulation tests. Experimental results are presented for a task involving regulation to a balance point and trajectory tracking. Criteria and recommendations useful for the design of MAGLEV systems are established.

**Keywords:** Magnetic Levitation, Dynamic Model, Position Control, Stability.

## 1. Introducción

Los sistemas de levitación magnética (MAGLEV), basan su principio de funcionamiento en la suspensión de objetos y materiales con naturaleza ferromagnética, utilizan campos electromagnéticos controlados, y han sido ampliamente investigados

por su utilidad en aplicaciones de control de alta precisión. No obstante, su comportamiento no lineal e inestabilidad en lazo abierto requieren del diseño de controladores avanzados para lograr un desempeño robusto, Yetendje *et al.* (2010). La ausencia de la dinámica de fricción, representa un reto en la estabilización de sistemas no pasivos, y más aún en sistemas dinámi-

\* Autor para correspondencia: es426649@uaeh.edu.mx, omar@uaeh.edu.mx

**Correo electrónico:** ma425006@uaeh.edu.mx (Gustavo Márquez Avilés), es426649@uaeh.edu.mx (Angye Zafir Escobedo Muñoz), omar@uaeh.edu.mx (Omar Arturo Domínguez Ramírez).

**Historial del manuscrito:** recibido el 16/07/2025, última versión-revisada recibida el 06/11/2025, aceptado el 06/11/2025, publicado 12/12/2025. **DOI:** <https://doi.org/10.29057/icbi.v13iEspecial4.15538>



cos de orden 2 con una entrada (potencial eléctrico de control), y dos salidas en cascada (intensidad de corriente eléctrica, y posición del objeto en suspensión), como es descrito en Victorino Aguilar *et al.* (2021); ver Figura 1. Diversos enfoques han sido propuestos, desde controladores PID clásicos hasta técnicas modernas como controladores difusos tipo-1 y tipo-2. Estos últimos han mostrado mejoras significativas ante incertidumbre y ruido, gracias al uso de funciones de membresía con mayor grado de libertad, que permiten una mayor adaptabilidad ante variaciones dinámicas del sistema.

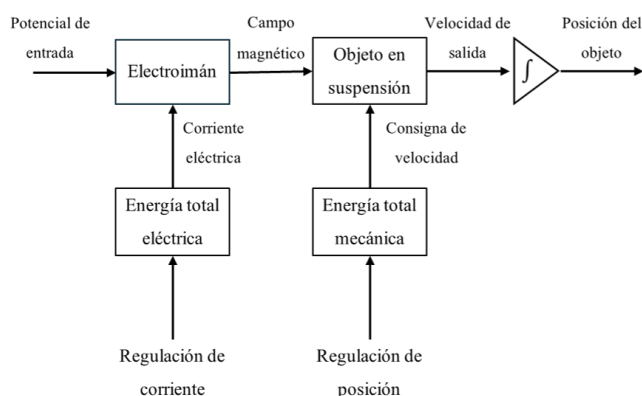


Figura 1: Diagrama de operación de un sistema clásico MAGLEV.

Estos métodos han demostrado ser especialmente útiles en plataformas experimentales con propósitos educativos y de investigación Fabián-Pliego *et al.* (2022), como el sistema Quanser MAGLEV, visible en Quanser (2025); además, se han implementado estrategias de control digital en plataformas como MATLAB-Simulink (tareas de instrumentación y control en tiempo real suave), combinando controladores PI y PID+FF en cascada, lo que ha permitido estabilizar eficazmente la posición de una esfera suspendida en sistemas Quanser, como lo describe Merola (2022), y Victorino Aguilar *et al.* (2021). El estudio de los sistemas MAGLEV ha evolucionado notablemente hacia la implementación de técnicas de control más sofisticadas, orientadas a mejorar la estabilidad y el seguimiento de trayectoria en presencia de no linealidades e incertidumbre dinámica. Inicialmente, se emplearon controladores PID convencionales, los cuales ofrecían un desempeño aceptable bajo condiciones ideales; sin embargo, su eficacia se ve comprometida ante perturbaciones externas o fallos en el sistema. Investigaciones recientes han incorporado esquemas de control tolerante a fallos, utilizando estrategias de conmutación multisensor. Dichos enfoques permiten mantener la estabilidad operativa incluso ante errores abruptos de medición, representando un avance significativo en la confiabilidad y resiliencia de estos sistemas, Yetendje *et al.* (2010). Contribuciones asociadas a las aplicaciones de la levitación magnética ha cobrado gran relevancia en distintos entornos tecnológicos. En el sector del transporte, ha impulsado el desarrollo de trenes de alta velocidad que eliminan el contacto físico mediante suspensión electromagnética, lo que elimina la tribología asociada a la dinámica de fricción, el desgaste mecánico y mejora la eficiencia energética conforme a Sánchez (2024). En el ámbito energético, ha comenzado a explorarse su implementación en sistemas de alimentación continua de biomasa, donde se plantea utilizar levitación magnética para el transporte sin

contacto de residuos orgánicos basado en cangilones suspendidos, reduciendo así la fricción de contacto, el ruido mecánico y los requerimientos de mantenimiento en ambientes industriales exigentes según lo establecido en Millan Quintero (2024). En entornos biomédicos, se ha explorado su aplicación en aislamiento de vibraciones mecánicas y manipulación de muestras sensibles, destacando su precisión y limpieza operativa tal como lo señala Galera (2024). Finalmente, su valor educativo no puede ser subestimado: plataformas como Quanser permiten a estudiantes y profesionales experimentar con sistemas altamente no lineales, favoreciendo el desarrollo de técnicas avanzadas de control y planificación con aplicaciones reales, lo cual se establece en Barone (2023). En todos los casos, antes discutidos, existen problemas de investigación abiertos; estos son asociados a: i) la dinámica inercial del objeto en suspensión, ii) reluctancia magnética variable, iii) inducción mutua, y iv) inestabilidad por disturbios y perturbaciones externas; estos son descritos a continuación:

### 1.1. Problema científico

- Inercia del objeto o material en suspensión magnética. El sistema MAGLEV debe compensar los efectos dinámicos inerciales del objeto en suspensión (en las condiciones inicial y final), las transiciones de movimiento y el seguimiento de trayectorias. Estos efectos pueden causar desviaciones significativas respecto a la posición deseada si no se consideran adecuadamente en el modelo y en la estrategia de control; visible en Kumar y Jerome (2016), Avilán Rodríguez (2017) y Pugliese *et al.* (2014).
- Reluctancia magnética variable relativa a la posición. La fuerza magnética de atracción, que establece la condición de levitación depende de la intensidad de corriente eléctrica en la bobina y de la distancia entre el electroimán y el objeto en suspensión. Esto genera una reluctancia magnética no lineal y dependiente de la posición, dificultando la linealización del sistema y su control efectivo; visible en Kumar y Jerome (2013) y Sakalli *et al.* (2014).
- Inducción mutua entre fuentes electromagnéticas. El acoplamiento electromagnético entre elementos cercanos (cables, sensores o fuentes de energía) puede inducir corrientes parásitas o alterar la respuesta esperada del sistema, afectando la estabilidad. Esta influencia se vuelve crítica en implementaciones prácticas donde la precisión del campo magnético es esencial; visible en Gopi *et al.* (2021) y Tran *et al.* (2017).
- Pérdida de estabilidad en la presencia de perturbaciones. La sensibilidad del sistema ante perturbaciones externas, puede llevar a una pérdida total del control. Diversas investigaciones proponen esquemas de control adaptable tolerantes a fallos, para mitigar este riesgo y preservar la estabilidad en lazo cerrado; como es descrito en Yetendje *et al.* (2009), Yetendje *et al.* (2010) y Pugliese (2015).

El caso de estudio abordado en este trabajo de investigación, concierne en la estabilización a partir de la compensación de la dinámica inercial debido al estado de reposo y de movimiento

del objeto en suspensión, para ello se recurre a un Generador de Tiempo Base (TBG) que garantiza la convergencia de posición en tiempo finito. Un control PI de corriente y PID+FF de posición es empleado en los resultados experimentales.

### 1.2. Organización del artículo

En la Sección 2, se presenta la síntesis del modelo dinámico del dispositivo MAGLEV, empleado en este trabajo de investigación y promovido en Quanser (2025). Para ello, se recurre a la formulación Euler-Lagrange, analizando la energía eléctrica y energía mecánica totales para la definición del balance energético asumido por el Lagrangiano del sistema. El sistema ODE que modela al MAGLEV es representado en variables de estado. En la Sección 3, se presenta el control en cascada PI que estabiliza la intensidad de corriente y por la tanto el campo magnético de atracción en el electroimán; y el PID+FF con anticipación robusta para la estabilización de la posición del objeto en suspensión. Se propone la aplicación de un generador de tiempo base para lograr convergencia en tiempo finito y atenuar los efectos de la dinámica inercial debido al estado de reposo y de movimiento. En la Sección 4, se discuten los resultados experimentales de regulación basada en seguimiento. Aspectos relacionados con la señal de error de convergencia, señal de control y energía empleada en la consigna de movimiento son valorados con y sin el uso del generador de tiempo base para atenuar la dinámica inercial. En la Sección 5, se presenta un material suplementario, definido por un video alojado en un servicio en la nube, que permite dilucidar la contribución de este trabajo de investigación. Finalmente las conclusiones y trabajo futuro.

## 2. Modelo dinámico y plataforma experimental

En la Figura 2, se presenta la plataforma experimental del MAGLEV empleado en este trabajo de investigación. En el que una tarjeta DSP y su interfaz electrónica de potencia, permiten el acondicionamiento de señales y la aplicación de estrategias de control en arquitectura abierta. Para ello, Matlab es empleado como recurso de programación en tiempo real suave, utilizando la toolbox de Simulink, MathWorks (2025).



Figura 2: Plataforma experimental MAGLEV de Quanser, en Quanser (2025).

La Figura 3, corresponde a una propuesta de circuito equivalente aproximado del MAGLEV de la Figura 2, el cual representa de manera simplificada las componentes eléctrica y

mecánica del dispositivo. Este sistema está compuesto principalmente por un electroimán de atracción ubicado en la parte superior, el objeto en suspensión es un balón de material ferromagnético, y un sensor optoelectrónico en el poste de apoyo que mide la posición vertical en tiempo real. A partir del circuito equivalente establecido del MAGLEV, es posible analizar de forma integral la dinámica acoplada entre las variables eléctricas y mecánicas del sistema. La interacción entre el campo electromagnético y el objeto en suspensión da lugar a un comportamiento inestable en lazo abierto, lo que exige el diseño de controladores específicos que garanticen tanto la regulación de posición como la estabilización del sistema ante perturbaciones externas o incertidumbres paramétricas. Para ello, el modelo dinámico del sistema MAGLEV es requerido; así como los parámetros físicos determinados en la Tabla 1, son empleados en la simulación digital, el diseño del controlador propuesto y la predicción del comportamiento del sistema bajo diferentes condiciones de operación, facilitando el desarrollo e implementación de estrategias de control robustas, como es descrito en Ollervides *et al.* (2010) y Victorino Aguilar *et al.* (2021).

Variable	Descripción
$R_b = 10\Omega$	Resistencia del conductor eléctrico del electroimán
$m = 0,0657kg$	Masa de la esfera
$g = 9,81m/s^2$	Constante de aceleración del campo gravitacional terrestre
$R_s = 1\Omega$	Resistencia del sensor de corriente
$K_b = 2,8 \times 10^{-3}m/v$	Constante del transductor optoelectrónico
$c = 0,014m$	Distancia entre el electroimán y la esfera
$K = 6,5308 \times 10^{-5}Hm$	Constante de proporcionalidad en $L_b(y)$

Tabla 1: Descripción de constantes y parámetros del MAGLEV alusivas al circuito equivalente aproximado de la Figura 3.

El circuito equivalente aproximado de la Figura 3, permite visualizar variables y parámetros del circuito eléctrico y componente mecánica; considerados en la definición analítica de la energía total del sistema. La percepción propioceptiva para la intensidad de corriente  $i(t)$ , corresponde a un sensor resistivo de precisión  $R_s$ ; por otro lado para la percepción de la posición instantánea es empleada la caída de tensión en la resistencia de emisor  $R_o$ , del fototransistor. En la Tabla 2, se describen las relaciones básicas empleadas en la obtención del modelo matemático.

### 2.1. Representación Euler-Lagrange aplicada al sistema MAGLEV

La plataforma experimental MAGLEV, por sus condiciones de alta inestabilidad debido a las limitadas o nulas condiciones disipativas, representa un reto de control. Debido a estas características, es innegable disponer de su modelo matemático, y son tres las razones en las que contribuye para trabajos de esta naturaleza: i) diseño de controladores clásicos y modernos libres del modelo dinámico, ii) diseño de controladores

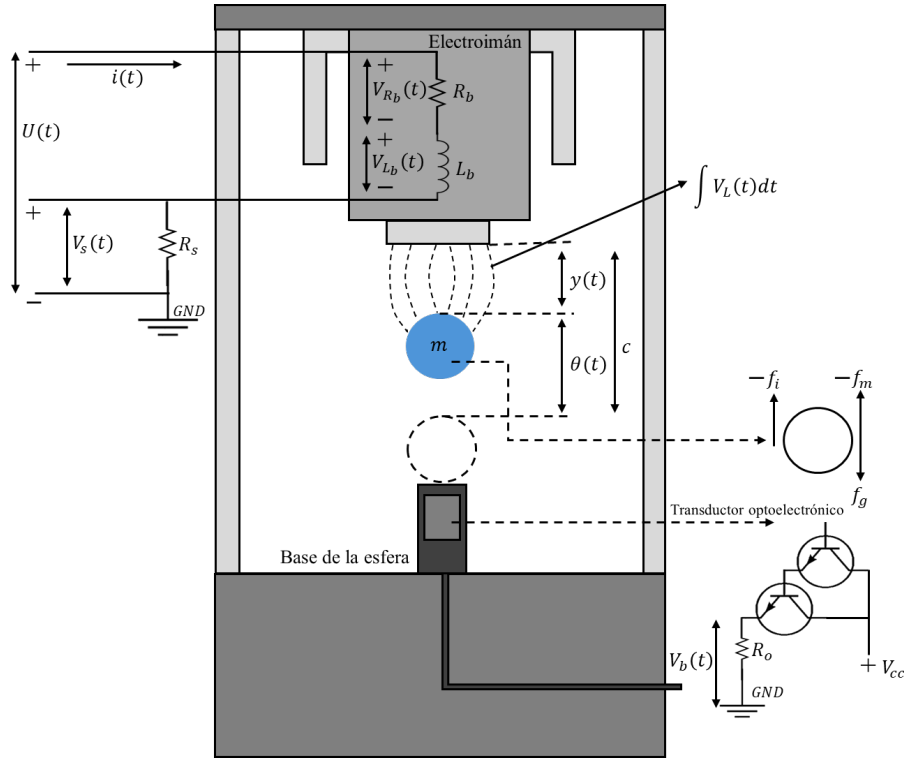


Figura 3: Circuito equivalente aproximado del levitador magnético (MAGLEV).

con compensación total o parcial de la dinámica y, iii) estudios de estabilidad y energía con perspectivas de ingeniería para nuevas plataformas de levitación magnética. Euler-Lagrange, es un método sistemático que permite la obtención del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que modelan a un sistema en el que la energía representa un factor determinante; en Ortega *et al.* (2013) se describe de manera explícita el procedimiento considerado en esta sección. Para el MAGLEV, se define  $\zeta^T = [q(t), y(t)]^T$  que representa el vector de coordenadas generalizadas, donde  $q(t)$  representa la carga eléctrica en Coulombs (C), y  $y(t)$  la salida de la planta que representa la distancia entre la cara inferior del electroimán y la parte superior de la esfera en metros (m). Dado que  $\zeta \in \mathbb{R}^n$  con  $n = 2$ ; el cálculo de los elementos del Lagrangiano (balance de energías cinéticas y potenciales de cada elemento del sistema), representa la determinación de energías cinéticas ( $k_1$  y  $k_2$ ) y energías potenciales ( $p_1$  y  $p_2$ ). Se puede definir a  $k_1$  como la cantidad de trabajo representativo del campo magnético instantáneo debido a la inductancia variable en términos de  $y(t)$  y la intensidad de corriente en el circuito eléctrico  $i(t) = \dot{q}(t)$ .

$$k_1 = \frac{1}{2} L_b(y) \dot{q}(t)^2. \quad (1)$$

La determinación de  $k_2$  es la cantidad de trabajo necesaria para mover la masa  $m$  de la esfera debido a la velocidad  $\dot{y}(t)$  desde el punto de reposo de la esfera hasta un punto dentro del espacio admisible de recorrido en el MAGLEV,

$$k_2 = \frac{1}{2} m \dot{y}(t)^2. \quad (2)$$

La energía potencial, es la energía mecánica asociada a la localización de un cuerpo dentro de un campo de fuerza, dicha

energía no es considerado para el circuito eléctrico del MAGLEV,

$$p_1 = 0. \quad (3)$$

En la componente mecánica del sistema, se presentan efectos debido a la energía potencial producida en la esfera (balón), dado que la masa  $m$  está sometida a una fuerza asociada al campo gravitacional terrestre, y que se asume constante  $g$ , en virtud de su posición considerada desde la altura al centro de gravedad, descrita en la Figura 4. Entonces la energía potencial de la esfera, se expresa como:

$$p_2 = mg(\theta - r) = mg(c - y(t) - r). \quad (4)$$

La energía cinética y potencial totales del MAGLEV, útiles en el cálculo del Lagrangiano, es:

$$K_T = k_1 + k_2 = \frac{1}{2} L_b(y) \dot{q}(t)^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}(t)^2, \quad (5)$$

$$P_T = p_1 + p_2 = 0 + mg(\theta - r) = mg(c - y(t) - r). \quad (6)$$

El Lagrangiano  $L = K_T - P_T$ , descrito como el balance energético es descrito a continuación,

$$L = \frac{1}{2} L_b(y) \dot{q}(t)^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}(t)^2 - mg(c - y(t) - r). \quad (7)$$

Debido a la naturaleza del sistema, y con relación al entrehierro variable, el modelo matemático propuesto de la inductancia en dependencia de la posición de la esfera, definida en Fitzgerald *et al.* (1992) es,

$$L_b(y) = \frac{K}{c - \theta(t)} = \frac{K}{y(t)}, \quad (8)$$

con  $K$ , una constante de proporcionalidad  $K = 6,5308 \times 10^{-5}$  Hm. Tal que la redefinición del Lagrangiano es



$$L = \frac{1}{2} \frac{K}{y(t)} \dot{q}(t)^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}(t)^2 + mg(y(t) + r - c). \quad (9)$$

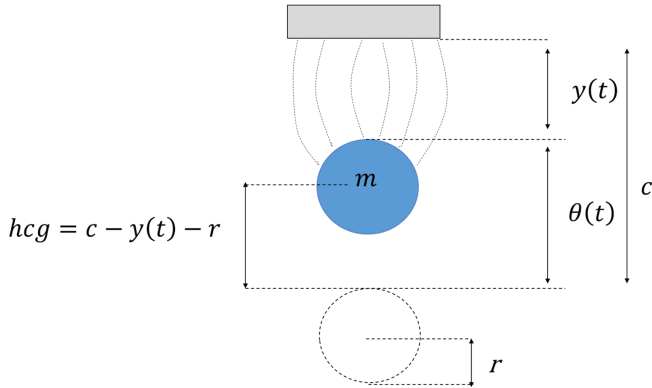


Figura 4: Altura al centro de gravedad de la esfera.

Para  $n = 2$ , la ecuación representa la generalización del caso de estudio,

$$U_1 = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}(t)} L - \frac{\partial}{\partial q(t)} L, \quad (10)$$

$$U_2 = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{y}(t)} L - \frac{\partial}{\partial y(t)} L, \quad (11)$$

Dado el Lagrangiano descrito en (9), y evaluado en el modelo generalizado descrito en (10) y (11), se obtiene el sistema ODE de la dinámica del MAGLEV,

$$U_1 = K \frac{\ddot{q}(t)}{y(t)} - K \frac{\dot{q}(t) \dot{y}(t)}{y(t)^2}, \quad (12)$$

$$U_2 = m \ddot{y}(t) + K \frac{\dot{q}(t)^2}{2y(t)^2} - mg. \quad (13)$$

La Ecuación (12) no considera el fenómeno de disipación de la energía dada por el amortiguamiento o viscosidad del sistema. La función  $F(\dot{q}) = \frac{1}{2} R_T \dot{q}^2$ , modela dinámicas de dispersión de Rayleigh, descritas en Ortega *et al.* (2013). Derivando con respecto de la carga se tiene que  $\frac{\partial}{\partial \dot{q}} F(\dot{q}) = R_T \dot{q}(t)$  con  $R_T = R_c + R_s$ ; se tiene que (12) evidencia la caída de tensión en el elemento resistivo,

$$U_1 = K \frac{\ddot{q}(t)}{y(t)} - K \frac{\dot{q}(t) \dot{y}(t)}{y(t)^2} + R_T \dot{q}(t), \quad (14)$$

Las Ecuaciones (15) y (16) representan el modelo matemático del levitador magnético de uso, reflejan el acoplamiento entre la parte eléctrica y la parte mecánica del sistema, haciendo evidente la no linealidad del modelo y la necesidad de implementar una estrategia de control que estabilice la posición de la esfera. La fuerza magnética depende no solo de la corriente, sino también de la distancia, lo cual añade complejidad al diseño del controlador. Dado que la entrada  $U = U_1$  representa al potencial eléctrico controlado y aplicado en terminales de la bobina del electroimán, y siendo la única fuente de energía entonces  $U_2 = 0$ ,

$$K \frac{\ddot{q}(t)}{y(t)} - K \frac{\dot{q}(t) \dot{y}(t)}{y(t)^2} + R_T \dot{q}(t) = U \quad (15)$$

$$m \ddot{y}(t) + K \frac{\dot{q}(t)^2}{2y(t)^2} - mg = 0. \quad (16)$$

El sistema ODE del MAGLEV, descrito por (15) y (16) en la representación estándar de Euler-Lagrange matricial, queda expresada de la siguiente manera:

$$H(q, y) \ddot{\zeta} + C(\dot{q}, y) \dot{\zeta} + G = U, \quad (17)$$

es decir

$$\begin{bmatrix} \frac{K}{y(t)} & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_T & \frac{K \dot{q}(t)}{y(t)^2} \\ \frac{K \dot{q}(t)}{2y(t)^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

donde

$$H = \begin{bmatrix} \frac{K}{y(t)} & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} R_T & \frac{K \dot{q}(t)}{y(t)^2} \\ \frac{K \dot{q}(t)}{2y(t)^2} & 0 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ mg \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix}.$$

En donde  $H(q, y) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  corresponde a la matriz de momentos inerciales,  $C(\dot{q}, y) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  representa a la matriz que considera las aceleraciones centrífugas y de Coriolis,  $G \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  es el vector de efectos gravitacionales y se asume constante,  $U \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ , comprende al vector de entrada, asociada al potencial eléctrico de control.  $(\zeta, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta}) \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  con  $\zeta = \zeta(q, y)$ , y corresponden a los vectores de coordenadas generalizadas y sus derivadas temporales (velocidad y aceleración). Una descripción explícita de variables y parámetros del modelo matemático, son descritos en la Tabla 3.

Variable	Descripción
$V(t) = R_b i(t)$	Tensión de alimentación del electroimán (señal de control)
$i(t) = \frac{V_b(t)}{R_b}$	Intensidad de la corriente del electroimán
$\theta(t) = K V_b(t)$	Distancia de la cara superior de la esfera en reposo con respecto a su posición
$y(t) = C - \theta(t)$	Posición de la cara superior del electroimán y la cara superior de la esfera
$L_b(y) = \frac{k}{y(t)} = \frac{k}{c - \theta(t)}$	Inductancia en función de la distancia de la esfera
$\int V_L(t) dt = L_b(y) i(t)$	Enlace de flujo de entrehierro

Tabla 2: Relaciones físicas útiles en la obtención del modelo matemático.

El sistema ODE, descrito en (15) y (16), en la representación de espacio de estado, y definiendo las variables de estado como:  $x_1 = y(t)$ ,  $x_2 = \dot{y}(t)$  y  $x_3 = \dot{q}(t)$  (posición, velocidad e intensidad de corriente respectivamente), se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{K x_3^2}{2 m x_1^2} \\ -\frac{x_3 x_2}{x_1} - \frac{R_T}{K} + x_1 x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} g + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{x_1}{K} \end{bmatrix} U \quad (19)$$

Variable	Descripción	Unidad
$U(t)$	Tensión de alimentación en el electroimán (señal de control)	V
$i(t)$	Intensidad de la corriente en el electroimán	A
$V_{L_b}(t)$	Voltaje de dispersión en terminales de la bobina	V
$V_{R_b}(t)$	Voltaje respecto a la resistencia de la bobina	V
$\int V_L(t)dt$	Enlace de flujo de entrehierro	Wb
$R_b$	Resistencia del conductor eléctrico del electroimán	$\Omega$
$R_s$	Resistencia del sensor de corriente	$\Omega$
$R_o$	Resistencia del transductor optoelectrónico	$\Omega$
$f_m$	Fuerza de atracción magnética	N
$f_g$	Fuerza de atracción gravitacional	N
$F_i$	Fuerza inercial de la esfera	N
$m$	Masa de la esfera	kg
$g$	Constante de gravedad	m/s <sup>2</sup>
$V_s$	Voltaje de salida del transductor optoelectrónico	V
$\theta(t)$	Posición de la cara superior de la esfera respecto al entrehierro nominal ( $x = 0$ )	m
$y(t)$	Posición de la cara superior de la esfera respecto a la cara inferior del electroimán	m
$L_b(y)$	Inductancia variable	H
$K$	Constante de proporcionalidad en $L_b(x)$	Hm

Tabla 3: Descripción de variables del sistema MAGLEV empleados en el esquema de la Figura 3.

### 3. Control de posición del sistema MAGLEV

El sistema de control propuesto se estructura bajo una arquitectura en cascada compuesta por dos lazos de retroalimentación: uno interno de corriente y otro externo de posición. Esta configuración permite desacoplar las dinámicas eléctricas y mecánicas del sistema, mejorando la respuesta transitoria y la robustez ante perturbaciones (Figura 5). El lazo externo tiene como objetivo la regulación de posición o el seguimiento de la trayectoria deseada. Para ello, se emplea un controlador tipo PID con término *feedforward* (PID+FF), que actúa sobre el error de posición  $e_y = y_d - y$ , su derivada y su integral. La salida de este lazo genera una velocidad de referencia deseada  $\dot{q}_d$  para el lazo interno, y corresponde a la intensidad de corriente eléctrica deseada, necesaria para generar el campo magnético requerido en la estabilización del dispositivo. El término de anticipación  $K_{ff}y_d$  permite compensar dinámicamente los efectos inerciales asociados al desplazamiento del objeto suspendido, mejorando así la estabilidad del sistema frente a transitorios. El

lazo interno implementa un controlador proporcional-integral (PI), cuya entrada es el error entre la corriente deseada y la corriente real del sistema:  $e_i = \dot{q}_d - \dot{q}$ . Esta estructura regula con precisión la intensidad de corriente requerida en el electroimán, estabilizando así el campo magnético necesario para mantener a la esfera (balín) suspendida. El esquema de la Figura 5, representa a la ley control de posición PI para el lazo de corriente y la ley de control PID+FF para el lazo de posición implementado. La Ecuación (20), representa la estructura de control propuesta y refleja la interacción de ambos lazos.

$$U = K_{pi} \left( K_{pp}e_y + K_{ip} \int e_y dt + K_{dp}\dot{e}_y + K_{ff}y_d - \dot{q} \right) + K_{ii} \int \left( K_{pp}e_y + K_{ip} \int e_y dt + K_{dp}\dot{e}_y + K_{ff}y_d - \dot{q} \right) dt, \quad (20)$$

en donde  $e_y = y_d - y$ , representa al error de posición, y  $\dot{e}_y = \dot{y}_d - \dot{y}$ , a la derivada temporal del error de posición o error de velocidad. La ley de control PID+FF de posición, dependiente de los errores de posición y velocidad, y que permite definir a la intensidad de corriente deseada o requerida para lograr la convergencia de posición, es:

$$U_y = \dot{q}_d = K_{pp}e_y + K_{ip} \int e_y dt + K_{dp}\dot{e}_y + K_{ff}y_d, \quad (21)$$

y la ecuación relativa al lazo interno de control PI de corriente, es:

$$U_i = U = K_{pi}e_i + K_{ii} \int e_i dt, \quad (22)$$

en donde:  $e_i = \dot{q}_d - \dot{q} = U_y - \dot{q}$ , representa al error de intensidad de corriente.

## 4. Resultados experimentales

### 4.1. Especificaciones de la plataforma computacional

La plataforma experimental empleada, es un sistema de levitación magnética MAGLEV Quanser, cuyas especificaciones técnicas son ampliamente descritas en Quanser (2025) (Figura 2). Los componentes de software primarios incluyen: Visual Studio Code Professional, MATLAB 2022b y Quanser QUARC. La instalación de Visual Studio es sobre un entorno de desarrollo compatible con C/C++/C#. Para la instalación de MATLAB, como entorno de computación numérica y simulación, requiere de disponibilidad HD-SSD de 31.5 Gb, y un procesador Intel o AMD x86-64. La instalación de Quanser QUARC, se integra con MATLAB/Simulink para control en tiempo real, para ello requiere de 10 Gb HD-SSD. El equipo de cómputo empleado en la validación experimental, tiene las siguientes características: Procesador 11th Gen Intel(R) Core(TM) i7-1165G7 @ 2.80GHz, con RAM instalada de 16.0 GB (15.7 GB usable), sistema de 64 bits/x64, el sistema operativo es Windows 11 Home Single Language, con versión 24H2, 26100.4202

### 4.2. Tarea de simulación digital y experimental

La tarea experimental corresponde a dos consignas de movimiento: i) regulación a  $y_d = 9 \text{ mm}$ , y ii) una trayectoria sinusoidal  $y_d(t) = 1,5 \sin(2\pi t) + 9 \text{ mm}$ . Las ganancias de control del PID+FF, son:  $K_{pp} = 361,2$ ,  $K_{dp} = 10$ ,  $K_{ip} = 644,03$  y  $K_{ff} = 140,49$ ; para el control PI, son:  $K_{pi} = 6,8$  y  $K_{ii} = 940,84$ .

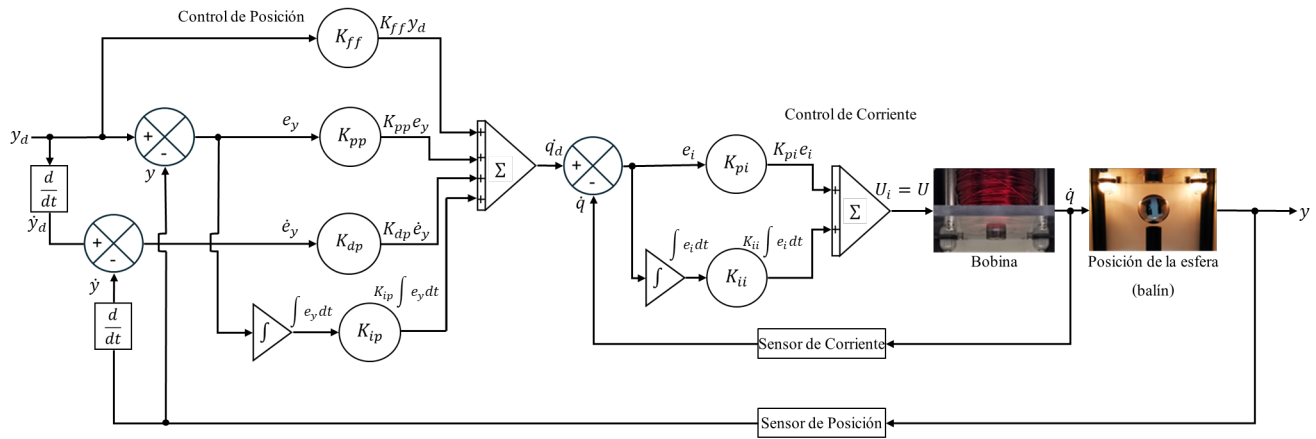


Figura 5: Diagrama de Control PI de intensidad de corriente y PID+FF de posición del MAGLEV.

La sintonización de las ganancias del control propuesto, son validadas en simulación digital considerando la ley de control descrita en (20), en lazo cerrado a la dinámica ODE del MAGLEV descrita en (19). En la Figura 6 se muestra la capacidad del controlador PID + FF de posición en cascada con el control PI de corriente para estabilizar al objeto de material ferromagnético (balín) a la posición deseada, se observa una respuesta rápida con un error cercano a cero en régimen permanente. Esto refleja una adecuada compensación de la dinámica no lineal del sistema y una correcta sintonización de las ganancias del controlador. Una situación similar, en la prueba de simulación digital, es apreciada en la Figura 7. Este comportamiento es relevante para garantizar la estabilidad general del sistema MAGLEV y adecuadas condiciones de convergencia para el resultado experimental buscado.

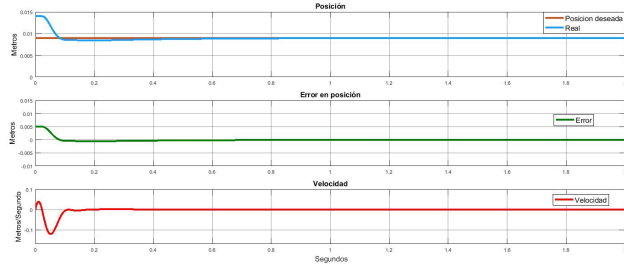


Figura 6: a) Regulación de posición, b) Error de posición y c) Regulación velocidad (respuesta en simulación digital).

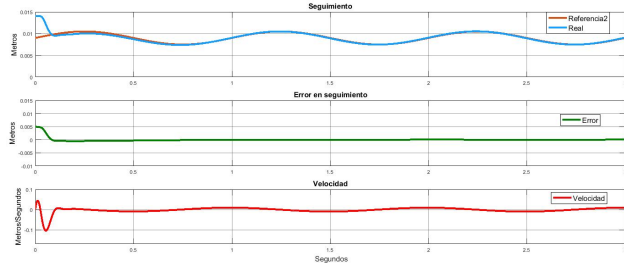


Figura 7: a) Seguimiento de posición, b) Error de seguimiento y c) Seguimiento de velocidad (respuesta en simulación digital).

En las Figura 8 y 9, se presenta la respuesta experimental del control PID+FF de posición, y el control PI de corriente en la tarea de regulación. Es apreciable la condición de esta-

bilización en un tiempo menor de 1 segundo. Para el caso de la consigna de movimiento asociada a la tarea de seguimiento, cuyo resultado experimental es presentado en las Figuras 10 y 11, es evidente que con las mismas ganancias de control, la respuesta de convergencia de posición e intensidad de corriente, empleando el control en cascada, es sobresaliente. Es relevante hacer mención, que el resultado experimental de seguimiento, es alusivo a una señal sinusoidal cuya frecuencia es de 0,2 Hz, con la misma amplitud.

#### 4.3. Discusión de los resultados experimentales

A partir de la implementación experimental del sistema de levitación magnética Quanser MAGLEV, se identificaron diversos aspectos relevantes respecto a la respuesta dinámica del sistema bajo condiciones controladas. Como se observó en las gráficas obtenidas, el sistema responde de manera satisfactoria ante referencias escalón, logrando mantener la estabilidad de la esfera suspendida sin colapsar frente a perturbaciones menores (propias del sistema y fuentes externas de campo electromagnético). La acción de control implementada garantiza una convergencia asintótica hacia el punto de equilibrio deseado, con errores transitorios dentro de un rango tolerable. Asimismo, los controladores propuestos, basados en la estrategia PID con retroalimentación anticipada (feedforward), permitieron mitigar significativamente los efectos de las no linealidades inherentes al sistema, tales como la dependencia cuadrática de la fuerza magnética respecto a la corriente y a la posición. La retroalimentación del sistema vía sensores ópticos, mostró ser suficientemente precisa para mantener la estabilidad en lazo cerrado. Cabe destacar que en los ensayos donde se introdujeron pequeñas perturbaciones externas al sistema, ya sea desplazamientos iniciales o variaciones en la referencia, el sistema mostró capacidad de recuperación rápida sin presentar oscilaciones indeseadas. En términos de desempeño temporal, los tiempos de asentamiento y sobrepaso se mantuvieron dentro de los márgenes esperados con base en los parámetros definidos durante la fase de diseño. Durante la etapa experimental, se identificaron ciertas limitantes asociadas tanto al modelo físico como al entorno computacional del sistema.

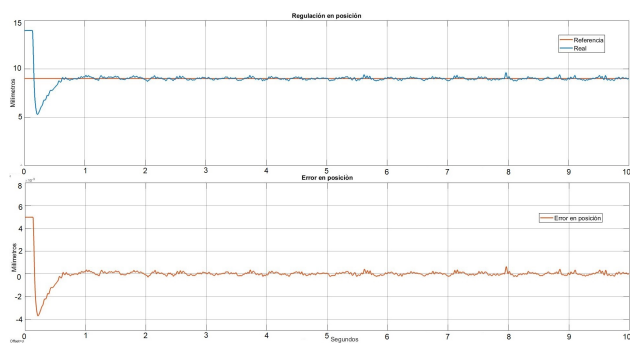


Figura 8: Respuesta experimental de la tarea de regulación de posición y error de convergencia. Control PID+FF.

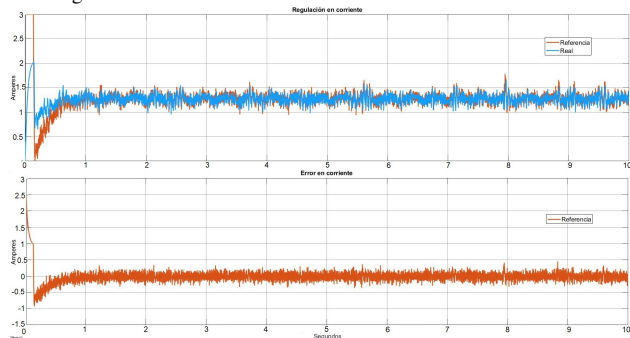


Figura 9: Respuesta experimental del Control PI de intensidad de corriente en la bobina del electroimán y error de convergencia en la tarea de regulación.

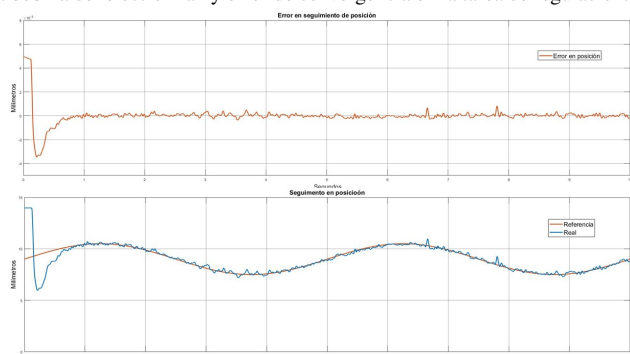


Figura 10: Respuesta experimental de la tarea de seguimiento de posición y error de convergencia. Control PID+FF.

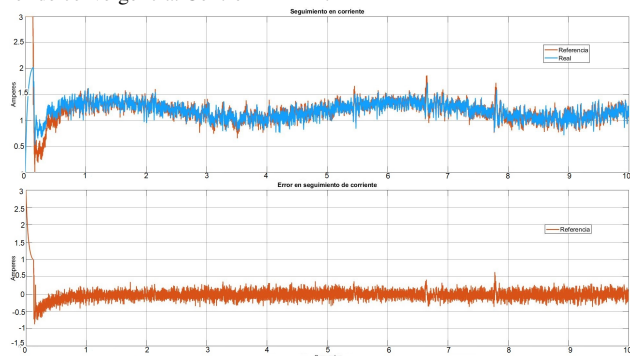


Figura 11: Respuesta experimental del Control PI de intensidad de corriente en la bobina del electroimán y error de convergencia en la tarea de seguimiento.

Se observó que pequeñas variaciones en las condiciones iniciales, como la altura de colocación de la esfera o desfases en el arranque del sistema, pueden afectar la eficiencia de captura inicial y provocar que el sistema entre en una dinámica inestable.

Otro aspecto relevante fue la necesidad de una correcta sintonización de los controladores. La selección de las ganancias de control  $K_{pp}$ ,  $K_{ip}$ ,  $K_{dp}$ ,  $K_{ff}$ ,  $K_{pi}$  y  $K_{ii}$  resultó crucial para lograr un seguimiento eficiente de la trayectoria sin inducir comportamientos oscilatorios. En este sentido, fue evidente que el sistema presenta una alta sensibilidad ante pequeños ajustes en los parámetros de control. Además, se constató que el modelo físico presenta ciertas simplificaciones que no consideran del todo fenómenos como la histéresis magnética o posibles retardos asociados al hardware, lo cual puede ser relevante en estudios de control más avanzados.

#### 4.4. Limitaciones de la plataforma experimental

La plataforma experimental, permite la evaluación de estrategias de control de seguimiento (regulación global) en tiempo real suave a través de Simulink de Matlab; sin embargo, la región de operación es restringida para la validación de controladores con mayor espacio de desempeño. Se asume dicha restricción por el incremento de la reluctancia magnética del entrehierro, y entonces la pérdida notable de la intensidad de campo magnético. Ante esta circunstancia, no es posible operar una intensidad de corriente en el electroimán que exceda sus valores nominal para compensar la pérdida de campo. Por otro lado, un sistema MAGLEV como el empleado, es susceptible de inestabilizarse ante la presencia de 3 factores relevantes: i) inducción mutua ante la presencia de fuerzas magnetomotrices ajenas a la plataforma, ii) modificación de la reluctancia equivalente del circuito magnético (presencia de material ferromagnético ajeno a la plataforma) y iii) modificación del momento inercial; por ello, su operación es bajo condiciones controladas en estos tres importantes aspectos.

## 5. Conclusiones

Este trabajo ha permitido desarrollar y validar un modelo dinámico no lineal para el sistema de levitación magnética Quanser MAGLEV, visible en Quanser (2025), incorporando las principales fuerzas que actúan sobre el objeto en suspensión con propiedades ferromagnéticas, y considerando los efectos asociados a la incertidumbre y la inestabilidad inherente del sistema (asociada a la nula fricción o pasividad). La aproximación mediante controladores PID con realimentación anticipada demostró ser efectiva en la regulación de la posición de la esfera, incluso bajo perturbaciones o cambios de referencia. Las simulaciones y resultados experimentales evidenciaron una buena concordancia entre el comportamiento predicho y el observado, lo cual valida el enfoque adoptado y los aspectos propuestos inicialmente. En conclusión, la investigación realizada contribuye al entendimiento y desarrollo de estrategias de control robustas aplicables a sistemas altamente no lineales como el MAGLEV; además, sienta las bases para futuras extensiones del sistema, tales como la implementación de control adaptativo. El sistema MAGLEV, además de sus aplicaciones tecnológicas, se consolida como una valiosa herramienta educativa para la enseñanza de control avanzado. La naturaleza del material ferromagnético, morfología y composición representan un propósito científico de interés para superar el desempeño en las diversas aplicaciones.



## Agradecimientos

Los primeros dos autores agradecen a la Licenciatura en Ingeniería en Telecomunicaciones, al Laboratorio de Robótica Avanzada e Interfaces Hápticas del Centro de Investigación en Tecnologías de Información y Sistemas de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo; así como, al Grupo de Investigación de Materiales Funcionales y Sistemas Dinámicos. Los 4 últimos autores, agradecen al Sistema Nacionales de Investigadoras e Investigadores (SNII), de la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (Secihti) de México.

## Referencias

- Avilán Rodríguez, C. D. (2017). *Control predictivo basado en modelos para levitador magnético*. Tesis/trabajo de grado, Pontificia Universidad Javeriana.
- Barone, M. (2023). Levitación magnética aplicada al transporte. *Electrificación de los Ferrocarriles y Sustentabilidad Ferroviaria*, (2). Coordinador del Grupo de Investigación en Tecnologías de Levitación Magnética, UTN (FRH).
- Fabián-Pliego, J. C., Guerrero-Tejada, C., González-Olvera, M. A., y Dávila, J. (2022). Analysis of the performances of type-1, self-tuning type-1 and interval type-2 fuzzy pid controllers on the magnetic levitation system. *0256*.
- Fitzgerald, A. E., Kingsley, Charles, J., Umans, S. D., González Pozo, V., y Acevedo Porras, S. (1992). *Máquinas eléctricas / A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley, Stephen D. Umans ; traducción Virgilio González Pozo ; revisión técnica Salvador Acevedo Porras*. McGraw-Hill, México ; Santa Fe de Bogotá, 2a. ed. edición.
- Galera, M. P. (2024). Análisis comparativo de eficiencia energética y consumo en sistemas de propulsión para trenes maglev y convencionales.
- Gopi, R. S., Srinivasan, S., Panneerselvam, K., Teekaraman, Y., Kuppusamy, R., y Urooj, S. (2021). Enhanced model reference adaptive control scheme for tracking control of magnetic levitation system. *Energies*, 14(5).
- Kumar, V. y Jerome, J. (2013). Lqr based optimal tuning of pid controller for trajectory tracking of magnetic levitation system. *Procedia Engineering*, 64:254–264.
- Kumar, V. y Jerome, J. (2016). Algebraic riccati equation based q and r matrices selection algorithm for optimal lqr applied to tracking control of 3rd order magnetic levitation system. *Archives of Electrical Engineering*, 65.
- MathWorks (2025). Matlab y simulink, 2025.  
<https://la.mathworks.com/products/matlab-online.html>.
- Merola, D. (2022). *Electromagnetic Levitation of a Steel Ball for IfA Control Laboratory*. Bachelor thesis, ETH Zurich.
- Millan Quintero, M. A. (2024). Sistema de alimentación continua de biomasa por medio de sistemas de cangilones. B.S. thesis, Escuela de Ingenierías y Arquitectura.
- Ollervides, J., Santibáñez, V., Llama, M., y Dzul, A. (2010). Aplicación de control borroso a un sistema de suspensión magnética: Comparación experimental. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 7(3):63–71.
- Ortega, R., Loria, A., Nicklasson, P. J., y Sira-Ramírez, H. (2013). *Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Pugliese, L. (2015). *Uma Estratégia de Controle Multi-Modelo LQG/LTR Aplicada a um Sistema Não Linear de Levitação Magnética*. Tesis doctoral, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2015.
- Pugliese, L., Ferreira, L., y Machado, J. (2014). A discrete-time lqg/ltr control strategy for magnetic levitation application. En *The 22nd International Conference on Magnetically Levitated Systems and Linear Drives (MAGLEV)*.
- Quanser (2025). Quanser magnetic levitation device, 2025.  
<https://www.quanser.com/products/magnetic-levitation/>.
- Sakalli, A., Kumbasar, T., Yesil, E., y Hagrass, H. (2014). Analysis of the performances of type-1, self-tuning type-1 and interval type-2 fuzzy pid controllers on the magnetic levitation system. En *2014 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, pp. 1859–1866.
- Sánchez, F. C. (2024). Análisis de riesgos del subsistema de control, mando, y señalización en maglev derived systems capaces de operar sobre vías ferroviarias convencionales. Trabajo fin de máster, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España. Directores: Luis Jesús Félez Mindán, Ignacio Romero Ollerros.
- Tran, A. T., Suzuki, S., y Sakamoto, N. (2017). Nonlinear optimal control design considering a class of system constraints with validation on a magnetic levitation system. *IEEE Control Systems Letters*, 1(2):418–423.
- Victorino Aguilar, J., Domínguez-Ramírez, O., y Pena-Ramírez, J. (2021). *Estímulo háptico basado en fuerza magnética de un sistema de levitación*. Tesis doctoral, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.
- Yetendje, A., Seron, M. M., De Doná, J. A., y Martínez, J. J. (2010). Sensor fault-tolerant control of a magnetic levitation system. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 20(18):2108–2121.
- Yetendje, A., Seron, M. M., y De Doná, J. A. (2009). Fault-tolerant switching control of a magnetic levitation system. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(8):372–377. 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes.