DESDE 2013
https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/issue/archive
Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI
ISSN: 2007-6363

Publicación Semestral Pädi Vol. 14 No. Especial 3 (2026) 72-80

Caracterización dinámica y correlación modal de una probeta metálica remachada mediante análisis modal experimental
Dynamic characterization and modal correlation of a riveted metallic specimen using experimental modal analysis

D. Diaz-Gonzalez [a,*], O. A. Garcia-Perez [a]

[a] *Área de posgrado, Universidad Aeronáutica en Querétaro (UNAQ), Colón 76270 Querétaro, México.*

Resumen

Este artículo presenta el análisis modal experimental de una probeta metálica remachada, con el objetivo de caracterizar su comportamiento dinámico ante modificaciones estructurales controladas. Las señales de entrada y salida se obtuvieron mediante un martillo de impacto instrumentado con celda de carga y un acelerómetro, respectivamente. Las frecuencias naturales se identificaron mediante técnicas en el dominio de la frecuencia y un enfoque en el dominio del tiempo basado en parámetros de Márkov en conjunto con el algoritmo ERA (*Eigensystem Realization Algorithm*, por sus siglas en inglés). Se observó una alta concordancia entre ambos métodos, especialmente para los modos identificados de manera consistente en ambas metodologías. Los resultados demuestran que el enfoque basado en parámetros de Márkov en conjunto con el algoritmo ERA proporciona un marco robusto para la identificación de sistemas, que permite una estimación precisa de las propiedades dinámicas a partir de datos experimentales. Esta metodología presenta un gran potencial para aplicaciones en el monitoreo de la integridad estructural y la caracterización dinámica de estructuras complejas.

Palabras Clave: Análisis modal experimental, Parámetros de Márkov, Identificación de sistemas, Vibraciones estructurales, Correlación modal.

Abstract

This paper presents the experimental modal analysis of a riveted metallic specimen with the aim of characterizing its dynamic behavior under controlled structural modifications. The input and output signals were acquired using an instrumented impact hammer equipped with a load cell and an accelerometer, respectively. The natural frequencies were identified using both frequency-domain techniques and a time-domain approach based on Markov parameters combined with the Eigensystem Realization Algorithm (ERA). A high level of agreement was observed between both methods, particularly for the modes consistently identified by both methods. The results demonstrate that the Markov parameter-based approach combined with ERA provides a robust framework for system identification, enabling accurate estimation of dynamic properties from experimental data. This methodology shows significant potential for applications in structural health monitoring and the dynamic characterization of complex structures.
Keywords: Experimental modal analysis, Markov parameters, System identification, Structural vibrations, Modal correlation.

1. Introducción

En el análisis estructural, la identificación de cambios en el comportamiento dinámico ha sido ampliamente abordada mediante técnicas basadas en el análisis de vibraciones, particularmente a través de la detección de picos en el dominio de la frecuencia, asociados a variaciones en las frecuencias naturales y formas modales de la estructura (Ewins, 1984; He y Fu, 2001; Avitabile, 2018). Estas metodologías, fundamentadas en funciones de respuesta en frecuencia (FRFs) y en la estimación de parámetros modales, han demostrado ser efectivas para la caracterización del comportamiento dinámico en diversas aplicaciones de ingeniería.

No obstante, estos enfoques presentan limitaciones importantes. Mostafaei y Ghamami (2025) señalan que las técnicas basadas en el dominio de la frecuencia, como la detección de picos (peak picking), presentan limitaciones inherentes asociadas a su dependencia de picos espectrales claramente definidos. En particular, su desempeño se ve afectado en presencia de ruido, el cual puede enmascarar frecuencias reales o inducir picos espurios, así como en

*Autor para la correspondencia: 11717@soyunaq.mx
Correo electrónico: 11717@soyunaq.mx (Daniel Diaz-Gonzalez), oscar.garcia@unaq.mx (Oscar Garcia-Perez).
Historial del manuscrito: recibido el 21/04/2026, última versión-revisada recibida el 31/08/2026, aceptado el 07/09/2026, publicado el 06/11/2026. **DOI:** https://doi.org/10.29057/icbi.v14iEspecial3.17593

sistemas con modos cercanos, donde la superposición espectral dificulta su correcta identificación. Estas limitaciones han sido ampliamente documentadas en la literatura, donde se ha señalado que este tipo de métodos es menos efectivo en entornos con ruido o en estructuras con modos próximos (Reynders et al., 2012; Lau et al., 2007; Rainieri y Fabbrocino, 2010). Especialmente en presencia de ruido, lo que puede afectar la precisión en la identificación de parámetros dinámicos, particularmente en sistemas complejos o bajo condiciones de excitación no ideales (He y Fu, 2001). En este contexto, han surgido enfoques alternativos en el dominio del tiempo, los cuales permiten una representación más directa de la dinámica estructural a partir de datos medidos.

Entre estos, los métodos basados en parámetros de Márkov y técnicas de identificación como el algoritmo ERA (Eigensystem Realization Algorithm) han demostrado ser herramientas robustas para la identificación de sistemas dinámicos (Juang y Pappa, 1985, Juang, 1991). Estos enfoques permiten obtener modelos en espacio de estados a partir de datos experimentales, facilitando la caracterización del comportamiento dinámico y ofreciendo ventajas en términos de robustez frente al ruido y precisión en la estimación de parámetros.

En este trabajo, se aborda una metodología para la identificación y análisis del comportamiento dinámico estructural basada en el uso de parámetros de Márkov obtenidos a partir de señales de vibración. La metodología se valida mediante un estudio experimental en una probeta metálica instrumentada con un acelerómetro uniaxial y excitada mediante la técnica de martillo de impacto, evaluando su desempeño en términos de error en la estimación de parámetros dinámicos, consistencia en la reconstrucción del modelo en espacio de estados y sensibilidad ante variaciones de rigidez.

2. Parámetros de Márkov

En sistemas dinámicos lineales e invariantes en el tiempo, los parámetros de Márkov constituyen una representación discreta de la respuesta ante una entrada de tipo impulso al sistema, describiendo la evolución temporal de la salida en el dominio del tiempo.

Desde el punto de vista experimental, estos parámetros pueden estimarse a partir de registros en el dominio del tiempo de la entrada y salida, lo que permite caracterizar la dinámica estructural directamente a partir de datos obtenidos de forma experimental, sin requerir un modelo analítico previo.

Dado un sistema discreto en espacio de estados como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \tag{1}$$

Los parámetros de Márkov $h(k)$ se pueden representar en una formulación en espacio de estados en tiempo discreto, como se establece en la ecuación (2) (Gawronski, 2004):

$$h(k) = CA^{k-1}B \tag{2}$$

Donde, A es la matriz de estado, B es la matriz de entrada, C es la matriz de salida y k representa el índice temporal discreto. A partir de esta formulación, los parámetros de Márkov pueden interpretarse como la respuesta a una entrada de tipo impulso al sistema.

Esta relación también puede representarse en forma matricial, lo cual es particularmente útil para fines de identificación de sistemas. En este caso, la salida del sistema puede expresarse como:

$$Y = HU \tag{3}$$

donde Y representa el vector de salidas, U el vector de entradas, y H es una matriz estructurada construida a partir de los parámetros de Márkov. Los parámetros de Márkov son calculados usando la siguiente ecuación:

$$H = YU^{+} \tag{4}$$

Donde U^{+} es la pseudoinversa

$$U^{+} = U^{T}(UU^{T})^{-1} \tag{5}$$

Cada parámetro de Márkov $h(k)$ representa la respuesta del sistema en el instante k ante una excitación de tipo impulso, por lo que la secuencia de parámetros queda representada como la siguiente expresión:

$$h(k) = \{h_0, h_1, h_2, \dots, h_p\} \tag{6}$$

En el contexto experimental de este trabajo, donde la excitación se genera mediante un martillo de impacto y la respuesta se mide con un acelerómetro, los parámetros de Márkov pueden interpretarse como una discretización de la respuesta dinámica de la estructura, capturando la evolución temporal de las vibraciones inducidas.

A diferencia de enfoques puramente analíticos, los parámetros de Márkov pueden estimarse directamente a partir de señales de entrada–salida mediante técnicas de identificación en el dominio del tiempo. Esta característica permite evitar la necesidad de un modelo físico detallado, facilitando el análisis de estructuras complejas o con incertidumbre en sus propiedades.

A partir de la secuencia de parámetros de Márkov definida en la ecuación (6), se construyen matrices de Hankel, como se indica en las ecuaciones (7) y (8). Estas matrices permiten aplicar algoritmos de identificación como el método ERA.

La matriz de Hankel H_1 se define como:

$$H_1 = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & \cdots & h_p \\ h_2 & h_3 & \cdots & h_{p+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h_p & h_{p+1} & \cdots & h_{2p-1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

Y la matriz de Hankel desplazada H_2:

$$H_2 = \begin{bmatrix} h_2 & h_3 & \cdots & h_{p+1} \\ h_3 & h_4 & \cdots & h_{p+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h_{p+1} & h_{p+2} & \cdots & h_{2p} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Estas matrices contienen información estructurada de la respuesta del sistema y permiten relacionar directamente los datos experimentales con las propiedades dinámicas del mismo.

El algoritmo ERA utiliza las matrices de Hankel para reconstruir un modelo en espacio de estados del sistema.

A partir de la matriz Hankel H_1, se realiza su descomposición en valores singulares (SVD), la cual se expresa como (Lay et al., 2016):

$$H_1 = U\Sigma V^T \quad (9)$$

Donde U y V son matrices ortogonales, y Σ es una matriz diagonal que contiene los valores singulares del sistema, respectivamente.

A partir de esta descomposición, se definen las matrices:

$$P = U\Sigma^{1/2}, Q = \Sigma^{1/2}V^T \quad (10)$$

Las matrices P y Q, obtenidas mediante la descomposición en valores singulares de la matriz de Hankel, sirven como las matrices de observabilidad y controlabilidad del modelo identificado, respectivamente. Esto permite expresar la matriz de Hankel como:

$$H_1 = PQ \quad (11)$$

La matriz de Hankel desplazada H_2 incorpora la dinámica del sistema mediante la matriz de estado A, previamente definida en la ecuación (2). En consecuencia, puede expresarse como:

$$H_2 = PAQ \quad (12)$$

A partir de estas relaciones, la matriz dinámica del sistema puede estimarse mediante:

$$A = P^+ H_2 Q^+ \quad (13)$$

Donde P^+ y Q^+ son las pseudoinversas de P y Q, respectivamente.

A partir de la matriz dinámica del sistema A, es posible obtener los autovalores del sistema discreto mediante:

$$\lambda_i = eig(A) \quad (14)$$

Donde λ_i representan los autovalores asociados al sistema en tiempo discreto.

Para obtener los polos en tiempo continuo, se realiza la transformación:

$$s_i = \frac{1}{T_s} ln(\lambda_i) \quad (15)$$

donde T_s es el tiempo de muestreo.

Finalmente, las frecuencias naturales del sistema f_i se calculan a partir de la parte imaginaria de los polos continuos como:

$$f_i = \frac{Im(s_i)}{2\pi} \quad (16)$$

3. Metodología

3.1. Descripción de espécimen

El estudio experimental se realizó sobre una probeta metálica ensamblada mediante uniones remachadas, diseñada para representar configuraciones estructurales comúnmente presentes en componentes aeronáuticos. La vista isométrica del ensamble y los principales componentes del espécimen se presentan en la Figura 1, mientras que las dimensiones y la configuración geométrica de la probeta se muestran en la Figura 2. La probeta fue fabricada en aleación de aluminio 6061-T6, material usado en aplicaciones estructurales y aeroespaciales debido a su elevada relación resistencia-peso y su resistencia a la corrosión.

La configuración geométrica del espécimen introduce variaciones locales de rigidez asociadas a las uniones mecánicas remachadas, lo que permite evaluar su comportamiento dinámico bajo excitación externa. Este tipo de configuraciones genera discontinuidades estructurales que influyen en la respuesta vibratoria del sistema, siendo de interés para estudios de caracterización dinámica.

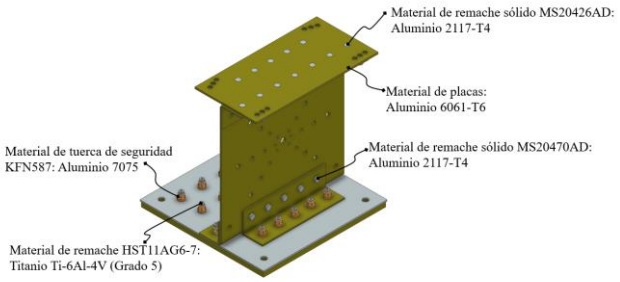


Figura 1. Vista isométrica y componentes de la probeta metálica ensamblada mediante uniones remachadas.

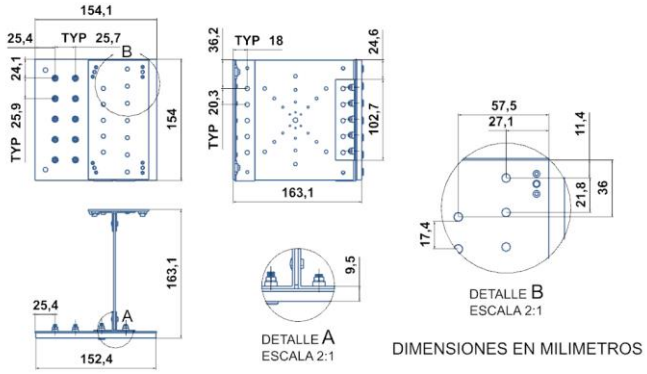


Figura 2. Dimensiones y configuración geométrica de la probeta metálica ensamblada mediante uniones remachadas.

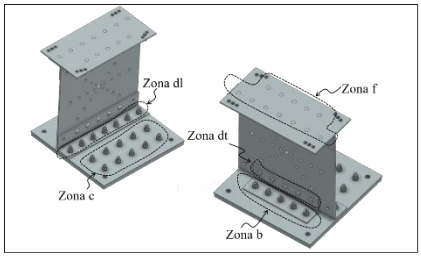
3.2. Configuración de modificaciones estructurales

Con el propósito de evaluar la influencia de variaciones localizadas de rigidez sobre el comportamiento dinámico de la estructura, se definieron diferentes configuraciones experimentales mediante modificaciones controladas en regiones específicas de la probeta. Estas modificaciones consistieron en la remoción progresiva de material y de elementos de unión, simulando distintos niveles de alteración estructural.

Cada configuración experimental fue identificada mediante una nomenclatura alfanumérica asociada a la región intervenida, agrupándose en las series c (c1-c6), b (b1-b3), dl (dl1-dl3), dt (dt1-dt3) y f (f1-f7). Esta clasificación permitió organizar sistemáticamente los diferentes estados estructurales evaluados durante la campaña experimental.

Las modificaciones se realizaron de forma incremental, manteniendo constantes las condiciones de instrumentación, excitación y adquisición de datos. De esta manera, las variaciones observadas en las propiedades dinámicas pueden atribuirse principalmente a los cambios introducidos en la rigidez del ensamblaje y no a las variaciones en el procedimiento experimental.

La Figura 3 presenta la ubicación y la secuencia de las modificaciones aplicadas en cada configuración experimental.



Zonas de modificación
a)

Grupo	Configuraciones	Número de casos
c	c1-c6	6
b	b1-b3	3
dl	dl1-dl3	3
dt	dt1-dt3	2
f	f1-f7	7

Configuraciones experimentales
b)

Figura 3. Esquema de las zonas de modificación estructural y de las configuraciones experimentales evaluadas.

3.3. Configuración experimental

La configuración experimental se diseñó con el objetivo de capturar la respuesta dinámica de la probeta bajo excitación controlada, garantizando la repetibilidad y consistencia de las mediciones.

El sistema experimental completo utilizado para la adquisición de datos se muestra en la Figura 4, donde se incluyen los principales componentes del montaje, tales como la probeta (1), el acelerómetro (2), el martillo de impacto (3), el sistema de adquisición de datos (4) y el entorno de visualización (5). Las señales adquiridas fueron almacenadas digitalmente para su posterior procesamiento y análisis en el entorno MATLAB®.

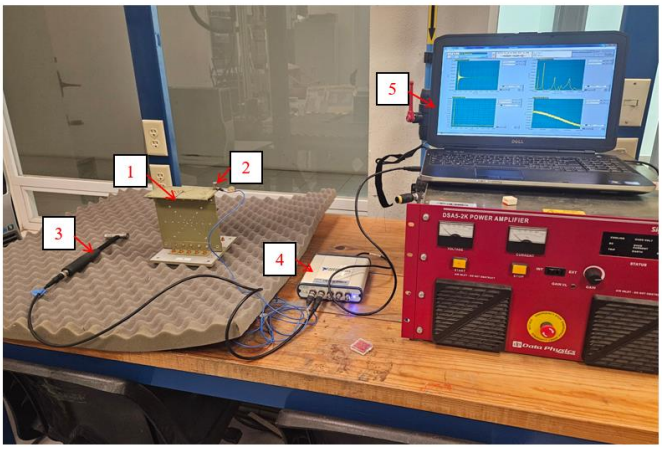


Figura 4. Configuración general del sistema experimental para la adquisición de señales de vibración.

La respuesta dinámica de la estructura fue medida mediante un acelerómetro IEPE uniaxial de PCB Piezotronics® modelo PCB-352C33, instalado sobre la superficie de la probeta mediante un montaje con cera de abeja como se puede observar en la Figura 5, con el fin de asegurar una adecuada transmisión de las vibraciones. La medición se realizó en la dirección Z, correspondiente al eje normal a la superficie de la probeta, como se indica en la Figura 5. La ubicación del sensor se seleccionó de manera estratégica, considerando la distribución modal esperada, evitando regiones cercanas a nodos modales y privilegiando zonas con mayor amplitud de desplazamiento, con el objetivo de maximizar la sensibilidad a las variaciones en el comportamiento dinámico del sistema.

La excitación se aplicó mediante la técnica del martillo de impacto, utilizando un martillo instrumentado modelo PCB 086C03 equipado con una punta de acero, lo que permite generar una entrada del tipo impulso con un contenido frecuencial adecuado dentro del rango de interés (2 kHz). La selección del punto de impacto se realizó con base en criterios de distribución modal, evitando zonas cercanas a regiones de baja respuesta y privilegiando aquellas con mayor amplitud de desplazamiento. La ubicación del punto de impacto se muestra en la Figura 5.

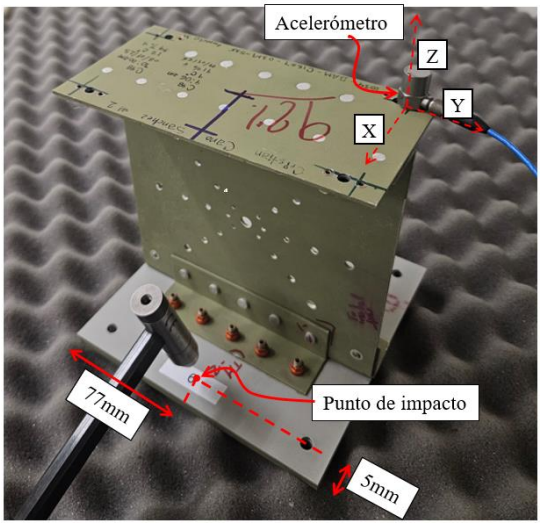


Figura 5. Configuración experimental indicando la ubicación del punto de impacto y del acelerómetro sobre la probeta.

El punto de medición fue definido estratégicamente para garantizar una adecuada caracterización de la respuesta vibratoria de la estructura. Este enfoque experimental permite obtener señales representativas del comportamiento dinámico, proporcionando una base sólida para el análisis posterior en el dominio del tiempo. Como criterio de validación de la calidad de las mediciones, se empleó la función de coherencia entre la señal de entrada y la señal de salida, donde valores cercanos a la unidad indican una adecuada relación señal–ruido y confiabilidad en la estimación de las funciones de respuesta en frecuencia. Asimismo, se verificó que cada ensayo estuviera asociado a un único impacto del martillo instrumentado, con el fin de evitar excitaciones múltiples que pudieran alterar la respuesta dinámica medida y afectar la identificación de las propiedades modales.

Como apoyo para la selección de la ubicación del acelerómetro y punto de impacto, la Figura 6 presenta las formas modales del sistema obtenidas mediante análisis modal numérico realizado en ANSYS® *Workbench* en su módulo modal, con condiciones de frontera libres. En esta figura se indica la región seleccionada para la colocación del acelerómetro, la cual corresponde a zonas de mayor amplitud de desplazamiento, con el fin de maximizar la sensibilidad de la medición.

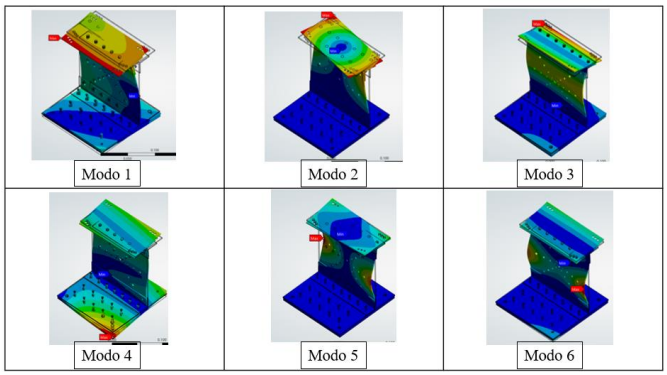


Figura 6. Formas modales del sistema obtenidas mediante análisis modal numérico. Se indica la región seleccionada para la colocación del acelerómetro, basada en zonas de mayor desplazamiento.

La adquisición de datos se realizó mediante una tarjeta National Instruments® modelo NI USB-4431, mientras que el registro y visualización de las señales se llevaron a cabo utilizando el software DynaView®. Cada configuración estructural fue evaluada bajo las mismas condiciones experimentales, lo que permite una comparación directa entre las modificaciones.

4. Resultados

4.1. Señales en el dominio del tiempo

Las señales de entrada (fuerza de impacto) y salida (aceleración) obtenidas experimentalmente se muestran en la Figura 7. La señal de entrada presenta un comportamiento tipo impulso concentrado en un intervalo de tiempo reducido, lo cual permite excitar un amplio rango de frecuencias del sistema.

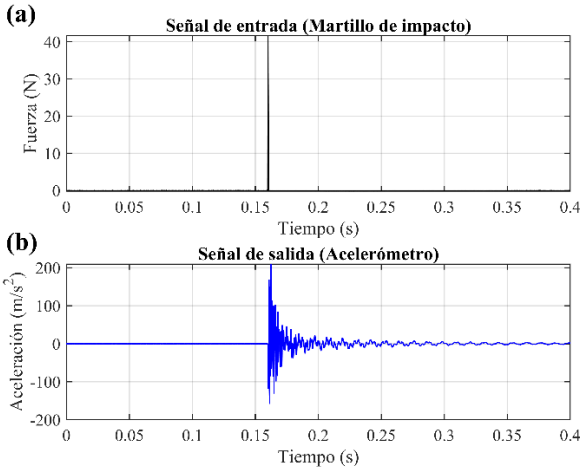


Figura 7. Señales experimentales en el dominio del tiempo: (a) Entrada de excitación; (b) salida del sistema.

La señal de entrada presenta un comportamiento tipo impulso concentrado en un intervalo de tiempo reducido, lo cual permite excitar un amplio rango de frecuencias del sistema. Para garantizar la repetibilidad de los ensayos, todas las configuraciones experimentales se evaluaron utilizando el mismo martillo instrumentado y el mismo punto de impacto. Asimismo, se verificó que cada registro correspondiera a un único impacto del martillo, descartando aquellos ensayos en los que se identificara un doble golpe o cualquier irregularidad durante la excitación. Debido a las pequeñas variaciones inherentes a la aplicación manual del impacto, la señal de entrada fue normalizada durante el procesamiento de datos, permitiendo una comparación consistente entre las diferentes configuraciones estructurales. Finalmente, la calidad de cada medición fue verificada mediante la inspección de las señales adquiridas y el análisis de la función de coherencia, aceptándose únicamente aquellos ensayos que presentaron una excitación adecuada dentro del rango de frecuencias de interés.

La calidad de las señales obtenidas permite su uso en procesos de identificación dinámica, proporcionando una base confiable para la estimación de los parámetros de Márkov.

4.2. Análisis en el dominio de la frecuencia

Con el fin de analizar el contenido frecuencial de las señales, se calculó el espectro de amplitud mediante la FFT, como se muestra en la Figura 8. En este trabajo, los espectros fueron normalizados respecto a su valor máximo con el fin de facilitar la identificación y comparación de los picos espectrales.

La señal de entrada presenta un contenido frecuencial amplio, confirmando que la excitación es adecuada para excitar múltiples modos de la estructura. Por otro lado, el espectro de la señal de salida muestra picos claramente definidos en frecuencias específicas, correspondientes a las frecuencias naturales del sistema.

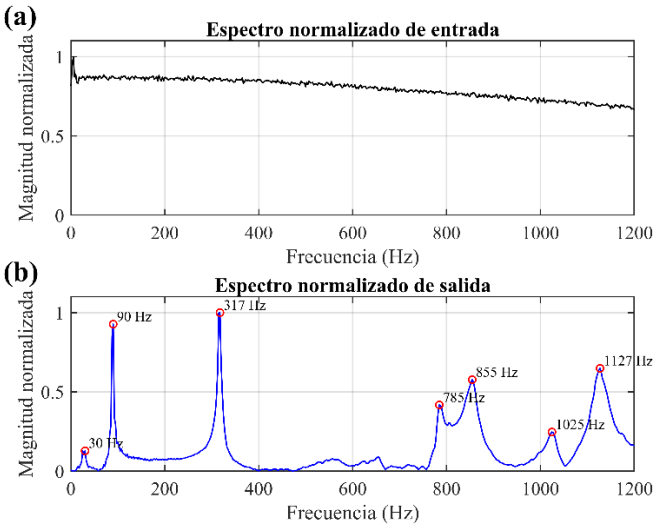


Figura 8. Resultados en el dominio de la frecuencia: (a) Espectro normalizado de la señal de entrada; (b) espectro normalizado de la señal de salida con las frecuencias naturales identificadas.

4.3. Parámetros de Márkov estimados

A partir de las señales experimentales en el dominio del tiempo, se estimaron los parámetros de Márkov del sistema, los cuales representan la respuesta impulsiva discreta de la estructura.

Las variaciones en la amplitud y frecuencia de oscilación de los parámetros de Márkov reflejan cambios en las propiedades dinámicas del sistema, asociados principalmente a cambios de rigidez. Este comportamiento permite utilizar dichos parámetros como base para la construcción de matrices de Hankel y la posterior aplicación del algoritmo ERA para la identificación del modelo dinámico.

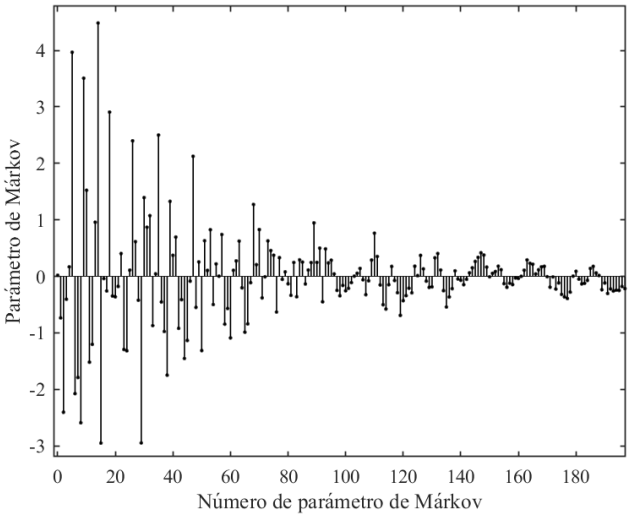


Figura 9. Parámetros de Márkov estimados a partir de las señales experimentales.

4.4. Comparación de frecuencias naturales obtenidas mediante FFT y ERA

Las frecuencias naturales obtenidas mediante FFT y las estimadas mediante ERA, usando la ecuación (16), se compararon como se muestra en la Tabla 1.

Modo	FFT (Hz)	ERA (Hz)
1	30	24.54
2	90	88.24
3	317	316.815
4	785	782.74
5	855	856.37
6	1025	1030.27

Tabla 1. Comparación de frecuencias naturales identificadas mediante análisis espectral (FFT) y el algoritmo ERA

Se observa una adecuada correspondencia entre las frecuencias naturales obtenidas mediante el análisis en el dominio de la frecuencia (FFT) y las estimadas mediante el método ERA basado en parámetros de Márkov. En particular, los modos dominantes del sistema presentan diferencias reducidas, lo que evidencia una identificación modal consistente. Por ejemplo, las frecuencias de 30 Hz, 90 Hz, 317 Hz, 785 Hz, 855 Hz y 1025 Hz muestran una coincidencia notable entre ambas metodologías, con desviaciones menores en todos los casos. La mayor discrepancia se presenta en el primer modo, atribuible a la limitada resolución espectral en bajas frecuencias. Con base en esta validación, se analizó la evolución de las frecuencias naturales bajo las diferentes configuraciones estructurales evaluadas.

4.5. Evolución de las frecuencias naturales bajo condiciones experimentales

Con el objetivo de evaluar la influencia de las modificaciones estructurales sobre el comportamiento dinámico de la probeta, se seleccionaron dos frecuencias naturales representativas, correspondientes a los modos de vibración que exhibieron las

mayores variaciones a lo largo de las diferentes configuraciones estructurales evaluadas. Esta selección permite ilustrar la evolución de la respuesta dinámica de forma clara y concisa, sin recurrir a la presentación de la totalidad de los modos identificados.

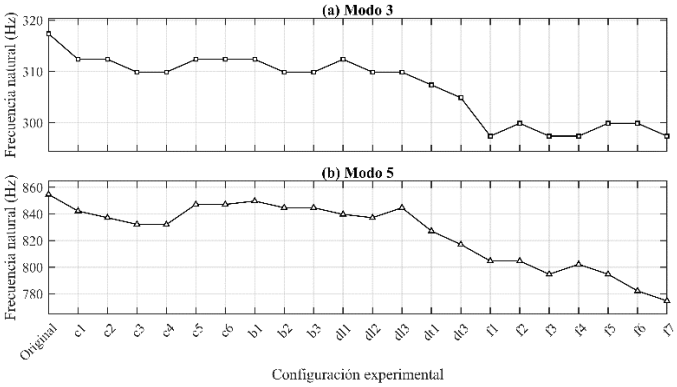


Figura 10. Evolución de las frecuencias de los modos 3 y 5 bajo diferentes configuraciones estructurales.

La Figura 10 muestra la evolución de las frecuencias naturales correspondientes a los modos 3 y 5 para las diferentes configuraciones estructurales evaluadas. En ambos casos se observa una tendencia general a la disminución de la frecuencia natural a medida que se evalúan configuraciones con mayores alteraciones locales de rigidez dentro de cada familia experimental. Este comportamiento es consistente con la reducción de la rigidez efectiva del sistema, ya que las frecuencias naturales dependen de la relación entre la rigidez y la masa de la estructura.

En el modo 3, la frecuencia natural disminuye de aproximadamente 317 Hz en la condición original a valores cercanos a 297 Hz en las configuraciones con mayor modificación estructural. Aunque la variación es moderada, el comportamiento decreciente se mantiene en la mayor parte de las condiciones evaluadas.

Por su parte, el modo 5 presenta una reducción más pronunciada, pasando de aproximadamente 855 Hz hasta valores cercanos a 775 Hz. Este comportamiento sugiere una mayor sensibilidad del modo 5 a las zonas estructurales modificadas.

En conjunto, los resultados evidencian que el seguimiento de la evolución de las frecuencias naturales constituye un indicador sensible de las modificaciones estructurales introducidas, proporcionando además una referencia experimental para validar las estimaciones obtenidas mediante el algoritmo ERA.

4.6. Comparación entre las frecuencias naturales obtenidas mediante FFT y ERA

Con el propósito de evaluar la capacidad del algoritmo ERA para reproducir el comportamiento dinámico observado experimentalmente, las frecuencias naturales estimadas mediante este método se compararon con las obtenidas mediante el análisis en el dominio de la frecuencia. La comparación se realizó para los modos de vibración seleccionados y para cada una de las configuraciones estructurales evaluadas, con el fin de analizar el grado de concordancia entre ambas metodologías.

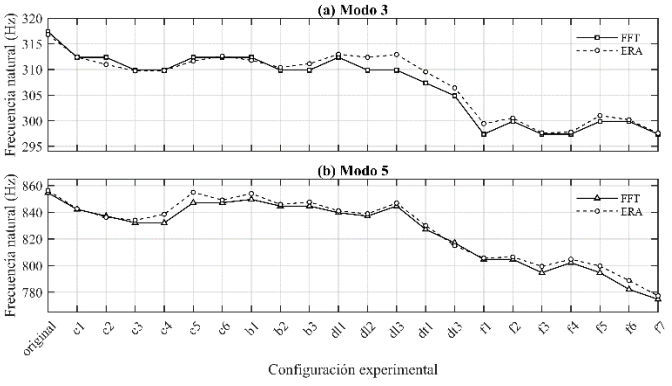


Figura 11. Comparación de las frecuencias naturales obtenidas mediante FFT y las estimadas mediante ERA para los modos 3 y 5.

La Figura 11 presenta la comparación entre las frecuencias naturales obtenidas mediante el análisis en el dominio de la frecuencia (FFT) y las estimadas mediante el algoritmo ERA a partir de los parámetros de Márkov, para los modos 3 y 5. En ambos casos se observa una alta concordancia entre las dos metodologías a lo largo de las diferentes configuraciones estructurales evaluadas, evidenciando la capacidad del algoritmo ERA para reproducir el comportamiento dinámico identificado experimentalmente.

Para el modo 3, las diferencias entre las frecuencias obtenidas mediante FFT y las estimadas por ERA permanecen reducidas en todas las configuraciones experimentales, reproduciendo adecuadamente la tendencia descendente asociada a las modificaciones estructurales. De manera similar, en el modo 5 se observa una estrecha correspondencia entre ambas metodologías, donde el algoritmo ERA captura la disminución progresiva de la frecuencia natural conforme aumenta el nivel de modificación estructural.
Las discrepancias observadas entre ambos métodos se atribuyen principalmente a la resolución espectral del análisis en el dominio de la frecuencia, así como a las aproximaciones inherentes al proceso de identificación del sistema mediante parámetros de Márkov y el algoritmo ERA. No obstante, estas diferencias son reducidas y no modifican la tendencia general de los resultados experimentales.

En conjunto, los resultados obtenidos demuestran que el algoritmo ERA proporciona una estimación confiable de las frecuencias naturales de la estructura, constituyendo una herramienta adecuada para la identificación modal a partir de datos experimentales y una base sólida para futuras aplicaciones en monitoreo de la integridad estructural.

Con el fin de cuantificar el grado de concordancia entre ambas metodologías empleadas, la Tabla 2 resume el error porcentual entre las frecuencias naturales obtenidas mediante las FFT y las estimadas mediante el algoritmo ERA. El error porcentual para cada modo de vibración se calculó utilizando la siguiente expresión:

$$e = \left| \frac{fn_{FFT} - fn_{ERA}}{fn_{FFT}} \right| * 100 \quad (17)$$

Donde, fn_{FFT} representa las frecuencias naturales obtenidas a través de FFT y fn_{ERA} representa las frecuencias naturales obtenidas a través del algoritmo ERA,

Condición	Error, Modo 1 (%)	Error, Modo 2 (%)	Error, Modo 3 (%)	Error, Modo 4 (%)	Error, Modo 5 (%)	Error, Modo 6 (%)
Original	15.8	1.9	0.2	0.2	0.2	0.6
c1	23.7	1.2	0.0	0.1	0.1	0.2
c2	0.4	1.6	0.4	0.0	0.4	0.1
c3	3.0	0.1	0.0	0.4	2.8	0.2
c4	1.7	0.6	0.0	0.5	2.0	0.8
c5	4.8	1.5	0.2	3.6	0.9	0.4
c6	2.5	1.8	0.1	0.0	0.2	0.6
b1	12.5	0.5	0.2	1.0	0.6	0.5
b2	17.4	0.8	0.2	0.0	1.0	0.1
b3	5.3	0.4	0.4	0.6	0.1	0.4
dl1	8.9	0.6	0.2	0.3	0.4	0.2
dl2	3.8	1.2	0.8	0.2	0.2	0.3
dl3	3.3	0.8	1.0	0.3	0.4	0.3
dt1	12.6	1.0	0.7	0.3	0.4	0.6
dt3	10.2	1.4	0.5	0.8	0.7	0.2
f1	2.9	0.8	0.7	0.5	0.1	0.6
f2	1.5	2.4	0.2	0.1	1.4	0.2
f3	0.5	1.5	0.1	0.4	0.6	0.6
f4	14.0	0.3	0.1	0.8	0.3	0.0
f5	16.6	0.2	0.4	0.2	0.6	0.0
f6	12.0	0.5	0.1	1.2	0.8	0.1
f7	12.1	0.9	0.1	0.2	3.6	0.3

Tabla 2. Error porcentual entre frecuencias naturales obtenidas mediante FFT y ERA

Con el fin de obtener una medida global del error para cada condición, se calculó la raíz del valor cuadrático medio (RMS) de los errores porcentuales por modo, de acuerdo con:

$$e_{rms} = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} e_i^2} \quad (18)$$

Donde e_i representa el error porcentual asociado a cada modo y m el número total de modos considerados.

Condición	Error RMS (%)
Original	6.50
c1	9.69
c2	0.72
c3	1.68
c4	1.15
c5	2.56
c6	1.27
b1	5.12
b2	7.12
b3	2.18
dl1	3.65
dl2	1.68
dl3	1.47
dt1	5.18
dt3	4.22
f1	1.31
f2	1.32
f3	0.73
f4	5.73
f5	6.79
f6	4.95
f7	5.15

Tabla 3. Error global (RMS) por condición

Los valores de error RMS muestran que, para la mayoría de las configuraciones estructurales, la diferencia global entre las frecuencias obtenidas mediante FFT y las estimadas mediante ERA permanece reducida.

Además, como complemento del análisis en el dominio de la frecuencia, el enfoque basado en parámetros de Márkov proporciona una representación temporal directa de la respuesta impulsiva, facilitando la identificación de propiedades modales incluso cuando el análisis espectral presenta limitaciones.

Estos resultados sugieren que la metodología es sensible a variaciones en la rigidez estructural, lo que la hace adecuada para su aplicación en problemas de monitoreo de integridad estructural (SHM) y caracterización dinámica en sistemas complejos.

5. Conclusiones

En este trabajo se realizó la caracterización dinámica de una probeta metálica remachada mediante análisis modal experimental, integrando técnicas en el dominio de la frecuencia con un procedimiento en el dominio del tiempo basado en parámetros de Márkov y el algoritmo ERA. Los resultados mostraron una alta concordancia entre las frecuencias naturales identificadas mediante FFT y las estimadas mediante ERA, lo que valida la capacidad del método para reproducir el comportamiento dinámico observado experimentalmente.

El análisis de las diferentes configuraciones estructurales mostró que las modificaciones introducidas en la probeta generan variaciones en las frecuencias naturales, asociadas principalmente a una reducción localizada de la rigidez del ensamblaje. Entre los modos seleccionados, el modo 5 presentó una mayor variación, lo que evidencia una sensibilidad superior frente a las modificaciones estructurales evaluadas.

Los reducidos errores porcentuales obtenidos para la mayoría de modos, junto con valores de error global RMS inferiores al 10% en todas las configuraciones, confirman la precisión y consistencia del procedimiento de identificación implementado. Las mayores discrepancias se concentraron principalmente en el primer modo, debido a la limitada resolución espectral en el intervalo de bajas frecuencias.

En conjunto, la evolución observada de las frecuencias naturales demuestra que su seguimiento constituye una herramienta eficaz para evaluar cambios en el comportamiento dinámico de la estructura. Estos resultados confirman que la metodología basada en parámetros de Márkov y el algoritmo ERA constituye una alternativa confiable para la identificación modal a partir de datos experimentales y presenta un alto potencial para aplicaciones de caracterización dinámica y monitoreo de la integridad estructural en sistemas mecánicos y aeroespaciales.

Declaración sobre el uso de Inteligencia Artificial generativa y tecnologías asistidas por IA

Durante la preparación del presente manuscrito, los autores no utilizaron herramientas de inteligencia Artificial generativa ni tecnologías asistidas por Inteligencia Artificial para la redacción, traducción, edición o generación del contenido del manuscrito. Los autores asumen plena responsabilidad por la exactitud, originalidad, integridad y rigor científico del contenido presentado.

Referencias

Avitabile, P., (2018). Modal testing: A Practitioner´s Guide. John Wiley & Sons Ltd, Hoboken.

Ewins, D. J., (1984). Modal Testing: Theory and Practice. Research Studies Press Ltd, Taunton, Somerset, England.

Gawronski, W. K., (2004). Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures. Springer-Verlag, New York.

He, J., Fu, Z. F., (2001). Modal Analysis. Butterworth-Heinemann, Oxford.

Juang, J. N., Phan, M., Horta, L. G., Longman, R. W., (1991). Identification of Observer/Kalman Filter Markov Parameters: Theory and Experiments. NASA Technical Report.

Juang, J. N., Pappa, R. S., (1985). An Eigensystem Realization Algorithm (ERA) for Modal Parameter Identification and Model Reduction. NASA Langley Research Center, Hampton.

Lau, J., Lanslots, J., Peeters, B., Van der Auweraer, H., (2007). Automated Modal Analysis: Reality or myth? VDI Berichte, 1982, 103–114.

Lay, D. C., Lay, S. R., McDonald, J. J., (2016). Linear Algebra and Its Applications. 5th ed. Pearson.

Mostafaei, H., Ghamami, M., (2025). State of Art in Automated Operational Modal Identification: Algorithms, Applications, and Future Perspectives. Machines 13, 39.

DOI: 10.3390/machines13010039.

Reynders, E., Houbrechts, J., & De Roeck, G., (2012). Fully Automated (Operational) Modal Analysis. Mechanical Systems and Signal Processing 29, 228–250.

Rainieri, C., Fabbrocino, G., (2010). Automated Output-Only Dynamic Identification of Civil Engineering Structures. Mechanical Systems and Signal Processing 24(3), 678–695.