INTRODUCCIÓN A GRÁFICAS CON DIÁMETRO m CRÍTICO Y DIÁMETRO m CRÍTICO DÉBIL

INTRODUCTION TO GRAPHS WITH DIAMETER m CRITICAL AND WEAKLY DIAMETER m CRITICAL

Omar de la Cruz Vite[1]

Resumen

Se hablará de varias definiciones de teoría de gráficas tales como *camino*, *distancia* y *diámetro*. Las cuales se explicarán mediante analogías con aspectos de nuestra vida diaria. En base a estas definiciones nos centraremos en explicar dos propiedades que tienen ciertos tipos de gráficas, a saber: diámetro m crítico y diámetro m crítico débil.

Palabras clave: gráficas, diámetro, diámetero crítico

Abstract

We will talk about some definitions of graph theory such as *path*, *distance* and *diameter*. We explain those definitions making a analogy with things we find in our life everyday. Taking this like a point of departure we proceed to explain two properties that certain kinds of graphs possess. Such properties are diameter m critical and weakly diameter m critical.

Keywords: graphs, diameter, critical diameter

INTRODUCCIÓN

Cuando escuchamos la palabra gráfica en nuestra vida diaria, regularmente la asociamos con imágenes en donde vemos cierta información representada mediante gráficos de barras o circulares. Para nosotros es una forma de representar datos de manera visual, como pueden ser las encuestas de por cuál candidato votarán los contribuyentes en las siguientes elecciones.

En matemáticas la palabra gráfica representa algo distinto a lo que nosotros estamos acostumbrados. Y como una imagen dice más que mil palabras, es preferible que el lector vea una gráfica antes de intentar explicar este concepto matemático. La figura 1 nos muestra tres gráficas distintas.

Después de haber hecho las presentaciones básicas entre lector y gráficas en el sentido matemático, procederemos a explicar los detalles. Una referencia básica para la teoria de las gráficas es (Chartrand et al., 2016).

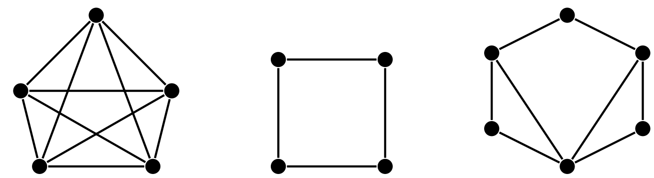

Figura 1: Tres gráficas distintas.

DEFINICIONES.

En matemáticas, una gráfica esta conformada por un conjunto de vértices y aristas, donde los vértices son los puntos y las aristas son los segmentos de líneas que los unen. Como podemos ver en la figura 1, la primer gráfica tiene cinco vértices y 10 aristas; la segunda gráfica tiene 4 vértices y 4 aristas, por último la tercera gráfica tiene 6 vértices y 8 aristas.

En nuestra vida diaria, un camino es la vía que se recorre para llegar de un lugar a otro. En teoría de gráficas, un camino es una sucesión de vértices de tal manera que exista una arista entre un vértice y el siguiente. El tamaño del camino es el número de aristas que se recorren para llegar del vértice inicial al vértice final del camino.

Un concepto que también usamos comúnmente es el de distancia, el cual nos permite decir que tan lejos se encuentra un lugar de otro. Un problema que puede existir es que hay varios caminos para llegar de un lugar a otro, pero esto se soluciona tomando el camino cuya distancia es la menor. En gráficas también podemos hablar de distancia, pero como podemos notar de la figura 1, existe más de un camino que podemos usar para llegar de un vértice a otro. Éste problema se soluciona igual que en la vida real, tomando el camino con distancia menor. Por lo que la distancia entre dos vértices distintos en una gráfica es el tamaño del camino más pequeño que une los vértices. Si no existe un camino que una dos vértices diremos que la distancia entre ellos es infinito.

Para nuestra última definición necesitaremos calcular la distancia entre todas las parejas de vértices de la gráfica y de entre ellos escoger la distancia mayor, a este número lo denotaremos como diámetro de la gráfica.

DIÁMETRO CRÍTICO Y DIÁMETRO CRÍTICO DÉBIL

Diremos que una gráfica tiene *diámetro m crítico* si su diámetro es igual a m y al remover cualquier arista su diámetro cambia y es mayor a m. También diremos que una gráfica tiene *diámetro m crítico débil* si su diámetro es menor o igual a m y al remover cualquier arista su diámetro crece y es mayor a m.

Para ejemplificar estas definiciones mostraremos casos particulares que cumplen estas propiedades.

Diámetro 1 crítico

Las únicas gráficas con diámetro 1 crítico son aquellas en las que cualesquiera dos vértices de la gráfica están conectados por una arista.

Calculando el diámetro de la gráfica de la figura 2, vemos que tiene diámetro 1. Si borramos cualquier arista el diámetro se incrementa a 2, puesto que ahora el camino más pequeño que une a los dos vértices que la arista borrada conectaba es de tamaño 2.

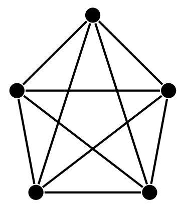

Figura 2: Gráfica de 5 vértices con diámetro 1 crítico

Diámetro 2 crítico

Veamos en la figura 3, una gráfica que cumple con tener la propiedad de diámetro 2 crítico. Ya que la gráfica cuenta con diámetro 2, pero al borrarle una arista cambia su diámetro a 3.

Figura 3: A la izquierda, gráfica con diámetro 2. A la derecha, gráfica con diámetro 3

Existe un número finito de gráficas con diámetro 2 crítico. Las gráficas con diámetro 2 crítico que tienen desde 1 hasta 8 vértices se clasificaron en (De La Cruz Vite et al., 2014).

Diámetro 3 crítico débil

En la figura 4, podemos observar una gráfica que cumple con la propiedad de diámetro 3 crítico débil.

Figura 4: A la izquierda, gráfica con diámetro 2. A la derecha, gráfica con diámetro 4

Existe un número finito de gráficas con diámetro 3 crítico débil. Las gráficas con diámetro 3 crítico débil que tienen desde 1 hasta 8 vértices se clasificaron en (De La Cruz Vite et al., 2014).

CONCLUSIONES

Algunos conceptos de las matemáticas, en particular de la teoría de las gráficas, son análogos a cosas que usamos en nuestra vida diaria, esto debería hacernos pensar que nuestra calidad de vida podría verse gratamente afectada si usáramos más a menudo las matemáticas.

Las propiedades con las que trabajamos (a saber: *diámetro m crítico* y *diámetro m crítico débil*) que parecen no tener una aplicación en el mundo real, la tienen y puede ser de mucha utilidad saber más acerca de ellas. Supongamos que usted quiere hacer una red de distribución de cierto producto, esto se puede modelar con una gráfica. A usted como empresario, le gustaría que la gráfica no tuviera ninguna de las dos propiedades antes mencionadas, puesto que de tenerlas eso implicaría que si cerraran alguna de las vías de comunicación entre sus puntos de entrega (lo que sería análogo a borrar una arista en la gráfica), entonces el diámetro de la gráfica en cuestión crecería, lo cual se traduce en que la distancia que debe recorrer para entregar su producto aumenta, lo que es un gasto extra en gasolina y tiempo, repercutiendo en menores ganancias para usted.

REFERENCIAS

Chartrand, G., Lesniak, L., and Zhang, P. (2016). *Graphs & digraphs*. Textbooks in Mathematics. CRC Press, Boca Raton, FL.

De La Cruz Vite, O., Foisy, J., Gibbons, C., Morse, A., and Negron, C. (2014). On weakly diameter-critical graphs. *Graph Theory Notes of New York*, LXVII:1–16.

[1]Omar de la Cruz Vite. Alumno de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Correo-e: chuck_omv@hotmail.com