

Un Modelo de Cobertura de Conjuntos Modificado para la Ubicación de Centros de Distribución: Un Estudio de Caso en México

A Modified Set Covering Model for Locating Distribution Centers: A Case Study in México

E. R. Delgado-Ávila ^a, L. Ramírez-Melo ^a, M. A. Montufar-Benítez ^{a,*}

^a Área Académica de Ingeniería y Arquitectura, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Pachuca, Hidalgo, México.

Resumen

El principal objetivo de esta investigación fue crear una modificación del modelo de cobertura de conjuntos (set covering) para relocalizar una central de abasto de víveres por medio de centros de distribución (CD's) y analizar su comportamiento en un caso de estudio. La Modificación consiste en considerar recorridos de ida y regreso desde las colonias de una ciudad, hasta los posibles centros de distribución. De esta manera el modelo de cobertura de conjuntos trata de encontrar el menor número de centros de distribución para que las distancias recorridas de ida y vuelta no sean mayores a una distancia predeterminada. El modelo modificado se comparó con el modelo tradicional en el que solo se consideran recorridos de ida. Algunos lugares candidatos para localizar los centros de distribución fueron eliminados del conjunto inicialmente factible debido a limitantes para ser construidos ahí, sin embargo, esos lugares se conservaron como fuentes de demanda. Por último, se llevó a cabo un análisis de sensibilidad en el parámetro de distancia máxima a recorrer para poder comparar las soluciones arrojadas por ambos modelos en términos de una medida de desempeño.

Palabras Clave:

Localización, Optimización, Cobertura de Conjuntos, Centros de Distribución, Análisis de Sensibilidad, Programación Entera.

Abstract

The main objective of this research was to create a modification of the set covering model to locate merchandise distribution centers and analyze their behavior in a case study. The Modification consists of considering round-trip routes from the colonies of a city to the possible distribution centers. In this way, the set covering model tries to find the smallest number of distribution centers so that the round-trip distances are not greater than a predetermined distance. The modified model was compared to the traditional model in which it only considered one-way trips. Some candidate places to locate the distribution centers were eliminated from the initially feasible set due to limitations to be built there, however, these places were kept as sources of demand. Finally, a sensitivity analysis was carried out on the parameter of maximum distance to travel to compare the solutions obtained by both models in terms of a performance measure.

Keywords:

Location, Optimization, Set-covering, Distribution Center, Sensitivity Analysis, Integer Programming.

1. Introducción

La Central de Abastos (CA) es uno de los lugares de mayor impacto en relación a la compra y venta de víveres en Pachuca de Soto y sus municipios vecinos de la zona conurbada de Pachuca, por lo que se genera una gran aglomeración de personas y vehículos a sus alrededores, aunado a que en las cercanías de las instalaciones de la CA se encuentra la central de autobuses de Pachuca y el Estadio Hidalgo, es por esto que se decide realizar

una propuesta sobre la relocalización de la CA, cambiándola por centros de distribución (CD).

Un centro de distribución (CD) es un lugar físico en el cual se recogen productos de una amplia red de proveedores para distribuirlos a puntos de venta o entregarlos directamente (Anaya, 2007). En este sentido los CD que se proponen para la relocalización son centros en los cuales se recogen productos, principalmente víveres para poder venderlos al mayoreo para puntos de venta externos o al menudeo para el cliente final.

*Autor para la correspondencia: montufar@uaeh.edu.mx

Correo electrónico: de29779@uaeh.edu.mx (Eder Renato Delgado-Ávila), ra382386@uaeh.edu.mx (Lucero Ramírez-Melo), montufar@uaeh.edu.mx (Marco Antonio Montufar-Benítez)

Es complicado decir que localizar un Centro de Distribución (CD) asegura de alguna manera la optimización de la cadena de suministro, sin embargo, es de crítica y vital importancia asegurar una buena localización de los CD's para el funcionamiento de la cadena de suministro, en especial la parte que representa el CD (Ravindran y Warsing, 2017). La localización de un CD es un factor fundamental en relación con la planeación estratégica de la cadena de suministro por lo cual debe ser elegida justificadamente por medio de métodos y estudios para satisfacer las necesidades de los usuarios, para la realización de dichos estudios se deben considerar algunos factores, como lo son la existencia del espacio físico, el uso de suelo, la facilidad de acceso a los centros de distribución por medio de vías de comunicación, la seguridad, entre otros factores.

Existen estudios previos acerca de la localización de instalaciones, por ejemplo: (Clemen y Reilly, 2001) lo hacen para una biblioteca, (Kirwood, 1982) para una planta de energía, (Merkhofer y Keeney, 1987) para un sitio de disposición de residuos peligrosos, y (De Neufville y Keeney, 1972) para el aeropuerto de la Ciudad de México, donde aplicaron la teoría de la utilidad multi-atributos (MAUT).

En el trabajo de Montufar et al. (2019) se aborda el problema de localizar centros de distribución en la Ciudad de Pachuca de Soto, México, donde se divide la zona geográfica de estudio en 30 colonias, con la restricción de que las 30 colonias queden cubiertas por al menos un centro de distribución que se ubica a una distancia no mayor a 5 km. El presente estudio es una ampliación del estudio de dichos autores, pero ahora se toman en cuenta las distancias de ida y regreso, y algunos de los factores que imposibilitan la construcción de un centro de distribución en cierta zona.

2. Materiales y Métodos

2.1. Análisis del problema y estado del arte

Dentro de la zona de metropolitana de Pachuca de Soto, la Central de Abastos (CA) es uno de los mayores establecimientos de compra y venta de víveres, y atiende a una gran cantidad de personas que se surten ahí, por lo que es un lugar muy importante para la población de la zona metropolitana.

La zona metropolitana de Pachuca de acuerdo con el censo de 2015 realizado por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) cuenta con una población de 557,093 personas de las cuales alrededor del 83% de las personas se encuentran repartidas en los municipios de Pachuca de Soto, Mineral de la Reforma y San Agustín Tlaxiaca, estas dos últimas con la mayor tasa de crecimiento poblacional, por lo que las necesidades de abastecimiento de víveres van al alza. Sin embargo, la ubicación actual de la central de abastos genera algunos problemas como los que se mencionan textualmente en Montufar et al. (2019, p.p. 77): “se encuentra relativamente cerca de unidades habitacionales de estatus socioeconómico alto, lo cual es percibido como mala imagen para la zona” Además de esto se encuentra en una zona de gran flujo vehicular y de transeúntes, debido a que en sus periferias se encuentra la central de autobuses de Pachuca y el Estadio de Fútbol “Hidalgo”, aunado a las dos problemáticas anteriores se agrega lo dicho por Ricardo Sheffield, Cavazos Flores y Arturo Fernández, miembros de la Secretaría de Desarrollo Económico (SEDECO) en Hidalgo, quienes señalaron que Pachuca carece de una CA con los requerimientos de la era moderna: tecnología, logística, movilidad, inocuidad y sanidad. (Pérez, 2019)

Siguiendo de alguna manera la estrategia de la cadena de autoservicio OXXO, que cuentan con varios establecimientos

distribuidos estratégicamente en la mayoría de las ciudades en México, en este estudio se decidió proponer un modelo que sustituyera la actual Central de Abastos por Centros de Distribución (CD) capaces de bastecer a ciertas colonias dentro de una distancia aceptable.

El modelo aquí desarrollado cae en la categoría de la programación lineal entera y es conocido en la literatura como un problema de cobertura de conjuntos.

Existen casos en los cuales se han utilizado este tipo de modelos de programación matemática para determinar la localización de instalaciones, por ejemplo, en (Tompkins et al., 2010) se utiliza la programación lineal para obtener coordenadas de múltiples instalaciones en el plano \mathbb{R}^2 (plano cartesiano), pero haciendo uso de distancias euclidianas. Un modelo parecido, pero con un enfoque distinto es el de (Gonzales y Gonzales, 2006) en donde presentan el caso de enrutamiento de vehículos para la localizar las instalaciones de una empresa, tomando como criterio de desempeño la distancia total recorrida. También se ha aplicado el modelo de cobertura de conjuntos para la localización y organización de la red postal pública de la Unión Europea (Šarac et al., 2015). En (Rajagopalan et al., 2006) se resuelve un problema de localización en el que se hace uso del modelo de cobertura de conjuntos y otros algoritmos metaheurísticos (Taha, 2017), como la búsqueda tabú para encontrar una relocalización óptima de ambulancias, pero en un entorno dinámico.

2.2. Diseño y aplicación de instrumento de medición

Para medir las necesidades de la población de la zona conurbada de Pachuca de Soto, con respecto al abastecimiento de víveres a gran y pequeña escala se decidió realizar una encuesta con la herramienta de Google Forms, que sirve para realizar sondeos prácticos en medios digitales, además permite trabajar los resultados de este con hojas de cálculo, editores de texto, etc. La encuesta realizada por este medio recaba información acerca de:

- Frecuencia de abastecimiento en la CA
- Apoyo de los posibles compradores de mercancías a la sustitución de la actual CA
- Lugar de residencia y candidatura a una posible sede en el lugar de residencia
- Distancia máxima dispuesta recorrer para abastecerse
- Medios de movilidad
- Posible uso de un CD si se construyese cerca de su domicilio

El formulario se le hizo llegar a una población representativa de la zona conurbada de Pachuca, tomando en cuenta un muestreo aleatorio simple con el tamaño conocido de la población, intervalo de confianza del 95% y un error aceptable del 5%. El formulario está disponible en: <https://forms.gle/HvHzFpSaK4Jh13Mi8>

2.2. Selección de asentamientos

Con base en los resultados obtenidos de la encuesta se obtuvieron resultados de más 151 asentamientos considerando colonias, fraccionamientos, ejidos, etc., de los cuales no se tomaron todos para el desarrollo del modelo, estos asentamientos pasaron por tres filtros, el primero fue eliminar todos aquellos asentamientos que en su mayoría la población no consideraba ir a un CD aunque este se encontrara relativamente cerca de su domicilio y tampoco querían que se instalara un CD en su asentamiento. Con el segundo filtro se dejaron fuera a asentamientos que se encontraran fuera del radio de estudio, que fue fijado en la zona que representa más del 80% de la población

de la zona conurbada de Pachuca de acuerdo con el censo de 2015 realizado por el INEGI. El ultimo criterio para descartar asentamientos fue que la herramienta que se utilizó para la toma de distancias no considerara duplicidades en cuanto a las zonas, es decir, se eliminaron aquellas colonias que con distintos nombres hicieran referencia al mismo asentamiento, obteniendo una selección final de 68 asentamientos.

2.3. *Medición de distancias*

Para la toma de distancias entre colonias se utilizó la aplicación “Google Maps” (<https://www.google.com/maps/>), en la Figura 1 se muestra un ejemplo de la toma de distancias entre 2 colonias.

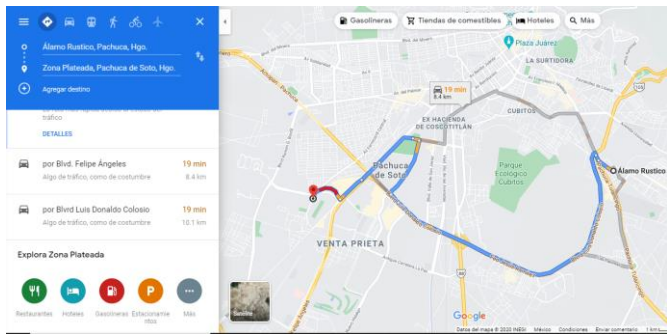


Fig. 1. Ejemplo de cálculo de distancias entre colonias.

Con la información de las distancias entre colonias se construyó la matriz $D = [d_{i,j}]$, la cual se muestra parcialmente en la Figura 2.

| | Demandantes | | | |
|--|-------------|----------------------------|-------------------------|-------|
| Sedes | | 2da. Rinconada de Santiago | Arboledas de San Javier | Banús |
| 2da. Rinconada de Santiago | | 0 | 8.5 | 13.8 |
| Arboledas de San Javier | | 8.2 | 0 | 7.2 |
| Banús | | 12.9 | 7.8 | 0 |
| Bosques del Peñar | | 7.3 | 5.5 | 14.5 |
| Bugambillas | | 8.6 | 7.6 | 4.9 |
| Campestre Villas del Álamo (FOVISSSTE) | | 3 | 3.9 | 15.8 |
| Campo de Tiro | | 8.8 | 7.9 | 6.5 |
| Carboneras | | 3.4 | 4.3 | 20 |
| Centro | | 3.7 | 4 | 10.9 |
| Centro Minero | | 8.6 | 7.6 | 10.2 |

Fig. 2. Matriz parcial de distancias en km.

En dicha matriz, la distancia $d_{i,j}$ en la posición (i,j) se representa la distancia desde j hasta i .

Para formar la nueva matriz $T = [t_{i,j}]$ que represente la distancia desde la zona i hasta una zona j y de regreso a la zona i , se sumaron los elementos $d_{i,j}$ y $d_{i,j}^t$, siendo $d_{i,j}^t$ la transpuesta de $d_{i,j}$, obteniendo:

$$t_{i,j} = d_{i,j} + d_{i,j}^t \tag{1}$$

El resultado es una matriz simétrica con una diagonal principal con valores de 0.

2.4. *Modelo matemático*

Un modelo en ciencias e ingeniería es el resultado del proceso de generar una representación abstracta de una realidad (existente o no), sea ésta un objeto, un fenómeno, un proceso, un sistema o cualquier otra cosa de interés (Torres, 2015), dentro de los modelos matemáticos existen algunos ejemplos utilizados para resolver problemas de localización que normalmente son de programación matemática y simulación (Taha, 2017; Winston y Albright, 2018).

El modelo matemático aquí desarrollado sirvió para modelar una red de CD’s que permita que se instalen la menor cantidad de ellos y que a su vez los usuarios (en las colonias o zonas) no recorran una distancia de ida y regreso mayor a la preferencia de los encuestados. El modelo presentado es una adaptación del problema tradicional de cobertura de conjuntos, donde el objetivo es determinar la cantidad mínima de elementos de un conjunto (conjunto 1) que cubren a los elementos restantes de otro conjunto (conjunto 2) de acuerdo con un cierto criterio (Taha, 2017). En el presente caso de estudio los elementos del conjunto 2 son las zonas demandantes de víveres, mientras que los elementos del conjunto 1, equivalen a los CD’s.

La matriz de alcanzabilidad (N) para cuando solo se considera la distancia de ida y la matriz de alcanzabilidad (M) para la distancia de ida y vuelta se realizan a partir de la matriz de distancias de cada caso (ida, e ida y vuelta), la alcanzabilidad hace referencia a si la colonia se alcanza a cubrir por un CD cuando este abre, a su vez se considera cubierta si la distancia desde la zona demandante y el CD está a menos de una distancia preestablecida (en este caso es de 5 km para la ida y 10 km para ida y vuelta) y se construye de la siguiente manera para cada caso:

$$n_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{si la zona demandante } j \\ & \text{es alcanzable por el } CD_i. \forall i, j \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{si la zona demandante } j \\ & \text{es alcanzable por el } CD_i. \forall i, j \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Una zona se considera alcanzable para cada caso cuando:

$$d_{i,j} \leq k \tag{2}$$

$$t_{i,j} \leq 2k \tag{3}$$

Siendo k el número máximo de kilómetros que estarían dispuestos a recorrer las personas desde un asentamiento hacia un CD.

Las variables de decisión (x_i) para ambos modelos están definidas como binarias por el vector columna X de la siguiente manera:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{si se instala un } CD \\ & \text{en el asentamiento } i, \forall i \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Entonces, con las variables definidas para el modelo de ida y vuelta, el modelo queda de la siguiente forma:

$$\text{Min: } z = \sum_{i=1}^n x_i \tag{4}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n m_{i,j} x_j \geq 1, \quad \forall i = 1, \dots, 68 \tag{5}$$

$$x_i = 0, \forall i = 1, \dots, 38 \tag{6}$$

$$x_i \in \{0,1\} \forall i \tag{7}$$

La función objetivo de ambos modelos se muestra en la Ec. 4. Además, se tienen las restricciones de cobertura mostradas en la expresión (5), las cuales indican que todos los asentamientos deben quedar cubiertos por al menos un CD. En la Ec. 6 se tienen las restricciones que no permiten que en algunas zonas se abran CD’s por situaciones de inexistencia de espacio u otras causas. Por lo tanto, esas variables de decisión deben tomar el valor de 0.

3. Resultados y Análisis

Tanto el modelo de ida, como el modelo de ida y vuelta al correrlo en el complemento Solver de Excel (Winston y Albright, 2018), no tienen solución si se ocupa el parámetro de distancia k igual a 5. El modelo de ida tiene solución en el caso de que la distancia máxima permisible k se aumente a 7.4 km, mientras que el modelo de ida y vuelta muestra solución hasta que la distancia máxima permisible k se aumenta hasta los 15 km.

Debido a lo anterior, se decidió hacer un análisis de sensibilidad sobre el parámetro k en ambos modelos y mostrar a partir de qué valor hay solución. En la Figura 3 se muestra la gráfica del análisis de sensibilidad hecho sobre el modelo de ida y en la Figura 4 se muestra el gráfico correspondiente del modelo del viaje redondo.

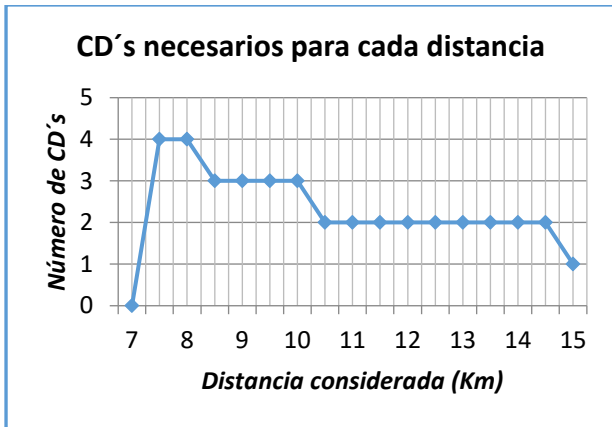


Figura 3: Análisis de sensibilidad sobre el parámetro k (modelo de ida).

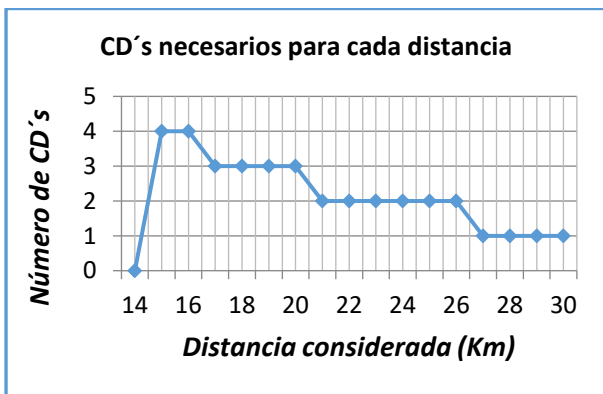


Figura 4: Análisis de sensibilidad sobre el parámetro k (modelo de ida y vuelta).

Del análisis de sensibilidad se observó una gran correspondencia entre la Figura 3 y 4 ya que de cierto modo cada número óptimo de CD para cada distancia en el modelo del viaje redondo, corresponde el mismo número de CD's en el modelo de ida, sin embargo, aunque se necesita del mismo número de CD's, estos no se deben de abrir en el mismo lugar, para prueba de ello se hizo la comparación entre los resultados obtenidos para la distancia de 7.5 km en el modelo de ida y 15 km para el modelo de ida y vuelta, como se muestra en la Figura 5.

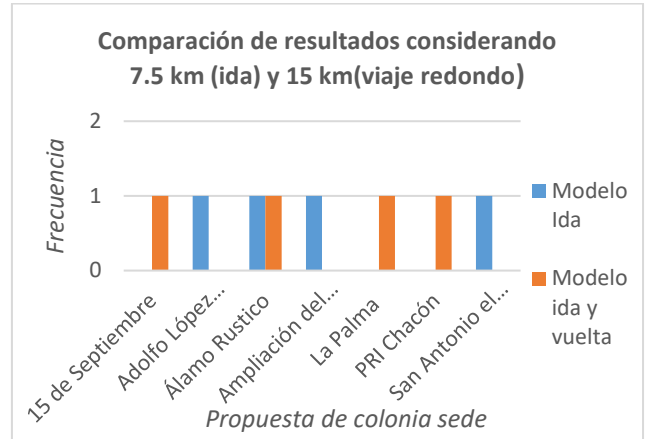


Figura 5: Comparación de soluciones entre distancias correspondientes de ambos modelos.

Como se mencionó, aunque el número óptimo de CD's es 4 en ambos modelos, las valores que toman las variables de decisión son distintas, por lo que de acuerdo con esos resultados los CD se deben instalar en distintos lugares, esto lleva a plantear las preguntas; ¿qué modelo es mejor?, o ¿cuál es la solución que se debería elegir para satisfacer mejor las necesidades de los usuarios? Para responder esa pregunta se probaron las soluciones arrojadas de cada modelo sobre el modelo opuesto y se verificó la funcionalidad de la solución de un modelo sobre el otro y viceversa, lo que resulto en la Tabla 1, donde muestra que el modelo que considera el viaje redondo funciona mejor sobre el modelo de ida. La funcionalidad f está definida por la ecuación 8:

$$f = 1 - \frac{NC}{68} \tag{8}$$

Siendo NC el número de colonias descubiertas al aplicar la solución del modelo opuesto.

Tabla 1. Comparación de funcionalidad de la solución sobre el modelo opuesto

| Comparación de funcionalidad de la solución de un modelo sobre el otro | | | | | |
|--|-----------------------------|-------------------------|---|---|---|
| Modelo | Distancia considerada en Km | Solución | Funcionalidad de la solución aplicada al modelo opuesto | Número de colonias descubiertas utilizando la solución del modelo apuesto | Colonias descubiertas por la solución opuesta |
| Ida | 7.5 | Adolfo López Mateos | 91.18% | 3 | Paseo de los Solares |
| | | Álamo Rustico | | | Paseos de Chavarría |
| | | Ampliación del Palmar | | | San Alfonso |
| | | San Antonio el Desmonte | | | |
| Ida y vuelta | 15 | 15 de septiembre | 95.59% | 6 | Las Fuentes |
| | | Álamo Rustico | | | Magisterio |
| | | La Palma | | | Paseo de los Solares |
| | | PRI Chacón | | | San Alfonso |
| | | | | | Juan C. Doria |
| | | | | | Pachuquilla |

De la Tabla 1 se puede concluir que la solución del modelo de ida aplicada al modelo de ida y vuelta considerando las distancias de 7.5 y 15 km respectivamente, es menos funcional que si se aplica la solución del modelo de ida y vuelta sobre el

modelo de ida, por tal, si se tiene que elegir entre utilizar una solución u la otra, se recomienda utilizar la solución ofrecida por el modelo de ida y vuelta, ya que, asegura que todas las colonias que son consideradas en este estudio no recorran más de 15 km en ir y volver de un CD y también asegura que un 95.59% de las colonias consideradas en este estudio no recorrerán una distancia mayor a 7.5km para llegar a un CD.

4. Conclusiones y Estudios Futuros

Por medio de ambos modelos de programación entera y de la adaptación del problema cobertura de conjuntos, se determinó que el número óptimo (mínimo) de centros de distribución de mercancías, que podrían sustituir la actual CA, es de cuatro para la zona conurbada de Pachuca de Soto y que de las 2 opciones que se tienen, es preferible utilizar la solución que ofrece el resultado del modelo del viaje redondo, ya que inconscientemente las personas que deciden ir al CD no piensan el recorrido de regreso.

El modelo presentado en este trabajo es de aplicación general para cualquier otra ciudad en donde haya la necesidad de reubicar instalaciones de suministro de víveres a la población.

Estas propuestas aun requieren un análisis más profundo que se podría realizar en otra etapa del estudio, considerando factores como lo son: costos de las nuevas instalaciones, tamaño de población que viaja hacia los CD's (flujo de personas), incluso el impacto ambiental (flujo vehicular y contaminación) de ubicar los CD's en las zonas elegidas y así plantear un modelo multiobjetivo.

Referencias

- Anaya, J. J. (2007). *Logística Integral: la gestión operativa de la empresa*. ESIC Editorial: Madrid.
- Clemen, R. T., Reilly, T. (2001). *Making Hard Decision with Decision Tools Suite*. Belmont, CA: Duxbury Press.
- Google Maps [WWW Document]. URL <https://www.google.com.mx/maps/> (acceso 10/10/2020).
- De Neufville, R., Keeney, R. L. (1972). *Use of decision analysis in airport development for Mexico City*. In: Analysis of Public Systems, Drake, A. W., Keeney, R. L., y Morse, P. M., eds. Cambridge, MA: MIT Press.
- González, G., González, F. (2006). *Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos. Un caso de estudio*. Parte 1: formulación del problema de Ingeniería e Investigación, 26(3), 149-156. <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/html/643/64326319/64326319.html>
- INEGI [WWW Document]. URL <http://cuentame.inegi.org.mx/>, (acceso 10/10/2020).
- Kirkwood, C. (1982). A case history of nuclear power plant site selection. *Journal of the Operational Research Society*, 33, 353–363.
- Merkhofer, M., Keeney, R. (1987). A multi-attribute utility analysis of alternative sites for the disposal of nuclear waste. *Risk Analysis*, 7, 173–194.
- Montufar-Benítez, M., Montaña-Arango, O., Corona-Armenta, J., Rivera-Gómez, H. (2019). Aplicación del Modelo de Cobertura de Conjuntos a la Localización de Centros de Distribución de Mercancías dentro de la Ciudad de Pachuca. *Boletín Científico del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería* 7, 76–96. DOI : <https://doi.org/10.29057/icbi.v7i13.3444>
- Pérez, J., (marzo, 2019). Apoyan iniciativa privada y Profeco nueva central de Abastos en Pachuca. *El Sol de Hidalgo*, Hidalgo. Recuperado el 15/10/20 de: <https://www.elsoldehidalgo.com.mx/local/apoyan-iniciativa-privada-y-profeco-nueva-central-de-abastos-en-pachuca-3163372.html>
- Šarac, D., Kopic, M., Mostarac, K. (Julio, 2016). Application of set covering location problem for organizing the public postal network. *Promet – Traffic & Transportation*, 28, 403-413. DOI: 10.7307/ptt.v28i4.1962
- Taha H. (2017). *Investigación de Operaciones*. (10ª ed.). Pearson.
- Tompkins, J., White, J., Bozer, Y., Tanchoco, J. M. A. (2015). *Facilities Planning*. John Wiley & Sons Inc. DOI: 10.3923/ijbc.2010.190.202
- Torres, M. (2015). *Los reyes de la pasarela, modelos matemáticos en las ciencias*. (1ª ed.). Buenos Aires: Fundación de Historia Natural Félix de Azarga.
- Rajagalopan, H., Vergara, F., Saydam, C., Xiao, J. (2007). Developing effective meta-heuristics for a probabilistic location model via experimental design. *European Journal of Operational Research*, 1(1) 20-39. DOI: 0.1016/j.ejor.2005.11.007
- Ravindran, R., Warsing, D.P. (2017). *Supply Chain Engineering: Models and Applications*. CRC Press.
- Winston, W., Albrigh, C. (2018). *Practical Management Science*. (6ª ed.). Cengage.