DESDE 2013
https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/issue/archive
Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI
ISSN: 2007-6363

Publicación Semestral Pädi Vol. 10 No. Especial (2022) 127-133

Articulación de saberes matemáticos en el álgebra: Transición de lo concreto a lo abstracto
Articulation of mathematical knowledge in algebra: transition from concrete to abstract

P. Pliego-Pastrana [a,*], C. Rondero-Guerrero [b], M. Tetlalmatzi-Montiel [b], A. M. Castillo-Gálvez [c]

[a] *Escuela Preparatoria No. 1, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42060, Pachuca, Hidalgo, México.*
[b] *Área Académica de Matemáticas y Física, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México.*
[c] *Área Académica de Ingeniería Minero-Metalúrgica, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México.*

Resumen

Este trabajo tiene por objetivo analizar algunas de las posibles causas que originan las dificultades del aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes. Partimos de considerar la complejidad de los objetos matemáticos, en la cual están involucrados, entre otros, aspectos epistemológicos, históricos y cognitivos. Tal complejidad se agudiza cuando los estudiantes ingresan al nivel medio superior. El articular adecuadamente los saberes matemáticos, en el sentido de interrelacionar los diferentes conceptos, les puede permitir realizar en forma más apropiada la transición entre lo concreto y lo abstracto, y entre aritmética y álgebra. Se discute brevemente la vinculación entre Neuroeducación y Educación Matemática, lo que arroja elementos conceptuales adicionales sobre la problemática de interés. El estudio de lo anteriormente mencionado puede permitir reducir en parte los índices de reprobación y deserción escolar, relacionados con el desinterés de los estudiantes en el estudio de las matemáticas.

Palabras Clave: Articulación, saberes matemáticos, aritmética, álgebra, abstracto, concreto.

Abstract

The objective of this work is to analyze some of the possible causes that originate the difficulties of learning mathematics from students. We start from the consideration of the complexity of mathematical objects, in which epistemological, historical and cognitive aspects are involved, among others. Such complexity becomes more acute when students get to high school. To adequately articulate the mathematical knowledge, in the sense of interrelating the different concepts, could allow them to perform the transition between concrete and abstract, as well as between arithmetic and algebra, more appropriately. The link between Neuroeducation and Mathematics Education is briefly discussed, which provides additional conceptual elements on the problem described above. The study of the aforementioned, may partially reduce the rates of school failure and drop-out, related to the lack of interest of the students in the study of mathematics, and the exact sciences, in general.

Keywords: Articulation, mathematical knowledge, arithmetic, algebra, abstract, concrete.

1. Introducción

Las reflexiones sobre la complejidad de los objetos matemáticos, y la articulación de los componentes de esta complejidad, son frecuentes en muchos de los enfoques teóricos utilizados en el área de la Educación Matemática (Rondero y Font, 2015). Uno de los documentos que han tenido gran influencia sobre la enseñanza de las matemáticas, es el de los Principios y Estándares del National Council of Teachers of Mathematics (Ferrini-Mundy, 2000), pero en éstos sólo se considera el proceso de conexión, que es entendido como aquél que permite conectar diferentes contenidos matemáticos entre sí y que también permite conectar las matemáticas con contextos extra matemáticos. Sin embargo, aparte del proceso de conexión es importante también contemplar la doble mirada del proceso complejidad-articulación al aplicar estos procesos a los objetos matemáticos, permitiendo una mayor profundización en los mismos.

En Rondero y Font (2015) se menciona que, la articulación de los saberes matemáticos es fundamental en la tarea

*Autor para la correspondencia: ppliego@uaeh.edu.mx
Correo electrónico: ppliego@uaeh.edu.mx (Patricia Pliego-Pastrana), ronderocar@uaeh.edu.mx (Carlos Rondero-Guerrero), tmontiel@uaeh.edu.mx (Margarita Tetlalmatzi-Montiel), cgalvez@uaeh.edu.mx (Angélica María Castillo-Gálvez)

Fecha de recepción: 18/11/2021 Fecha de aceptación: 06/03/2022 Fecha de publicación: 22/04/2022
https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial.8324

didáctica, en el entendido de que articular conceptualmente tiene una mayor profundidad que la conexión temática o la abstracción en sí. Ya que, aparte de poseer los conocimientos y las conexiones entre ellos, con la articulación estos se interrelacionan para crear conceptos más complejos, es decir, es un proceso de creación. Con esto, en la articulación se encuentran involucrados aspectos epistemológicos, cognitivos y del significado de los mismos. Cuando se lleva a cabo un proceso de articulación se tiene la finalidad de generar una red de significados a partir de preguntas pertinentes que se realizan sobre los objetos matemáticos y sus diversas interrelaciones. Los profesores requieren conocer las características cognitivas de los estudiantes, así como las varias formas en que están articulados los saberes matemáticos en los diferentes niveles educativos. Más aún, aparte de los saberes matemáticos, sería muy deseable que la articulación conceptual también se aplique en la actividad docente relacionada con otras áreas del conocimiento**.**

En este trabajo resulta de interés atender la transición entre la aritmética y el álgebra, esta conlleva a una problemática importante que corresponde a la relación existente entre lo concreto y lo abstracto, dado que en principio ello puede permitir entender y comprender a mayor profundidad los conceptos básicos de la aritmética y del álgebra. El lograr una adecuada articulación conceptual posibilita que esta se explicite a los estudiantes. Adicional a lo anterior, se discute brevemente la vinculación entre Neuroeducación y Educación Matemática, en forma tal que, la aportación de ambas disciplinas puede propiciar una perspectiva complementaria que permita dar cuenta de la problemática de interés, esto es, la articulación en la transición en el aprendizaje entre la aritmética y el álgebra y las relaciones conceptuales entre lo concreto y lo abstracto.

2. Lo concreto y lo abstracto en el álgebra

En sus trabajos, Piaget (2000) distingue los procesos de abstracción simples o empíricos de aquellos que denomina procesos de abstracción reflexiva. Los primeros son relativos a experiencias, implicando objetos materiales, estos determinan observables sobre la acción comprendida como proceso material (un movimiento, una posición, etc.), permitiendo extraer propiedades o informaciones propias a un cierto nivel de conocimiento. Sin embargo, Piaget remarca -evitando una asociación directa con el empirismo- lo que es identificado en un cierto plano de conocimiento como objeto de reflexión para ser elevado a un plano superior, no es el simple reflejo de las propiedades del mundo exterior, sino que proviene de las acciones del sujeto. La noción de "forma", por ejemplo, no es concebida como un aspecto intrínseco a los objetos, para Piaget, implica una cierta forma de interacción con los objetos materiales, es decir determinadas acciones específicas.

Los procesos de abstracción reflexiva están también vinculados con las interacciones del sujeto, pero las inferencias asociadas a estos procesos refieren a coordinaciones de acciones efectuadas sobre los objetos. Se trata de un proceso de reconstrucción reflexiva, en un sentido cognitivo, sobre el plano de la representación, a través del cual el sujeto se esfuerza por construir una comprensión conceptual de lo que percibe o cree percibir. Este tipo de abstracción puede permanecer sobre un plano inconsciente o manifestarse de manera consciente (por ejemplo, el análisis comparativo de dos procedimientos); es en este último caso que Piaget habla de abstracción reflexiva. En esta línea, la comparación entre dos fracciones numéricas requiere de una mayor abstracción reflexiva, que la comparación entre dos enteros positivos. Tal hecho debe tomarse en cuenta cuando se enseñan las fracciones, tanto en la escuela primaria como en secundaria.

Los procesos de abstracción son acompañados de procesos de generalización. En el caso de la abstracción empírica, las generalizaciones son frecuentemente inductivas, es decir, producidas mediante validación empírica o verificaciones de las relaciones establecidas en la interacción con los objetos materiales, sin intentar buscar "razones" que irían más allá de lo observable. Por otro lado, las generalizaciones extensivas y comprensivas que emergen de relaciones establecidas entre las acciones realizadas sobre los objetos conducen a la producción de nuevos contenidos (es decir, más allá de lo «observado») y se asocian a validaciones que superan la verificación empírica, lo que hace posible la conceptualización. Se trata, para Piaget, de generalizaciones constructivas vinculadas a la abstracción reflexiva que implican nuevas representaciones y permiten aportar diferentes explicaciones para una misma situación; al mismo tiempo, estas generalizaciones constructivas posibilitan evidenciar un proceso recurrente que se presenta en la construcción del conocimiento matemático.

En el caso específico del álgebra, las experiencias constitutivas de este dominio de saber no se refieren a objetos concretos, sino a acciones que se ejercen sobre ellos, y a coordinaciones más generales de estas acciones. Para Gonseth (1936), la abstracción matemática es la «forma» de la experimentación: La construcción de la noción de recta, por ejemplo, requiere conocimientos preliminares de ciertas realizaciones más o menos de uso cotidiano, tales como el borde de una regla, la línea que se trazar por medio de la regla, etc., pero la reflexión sobre las acciones efectivas y sus coordinaciones conduce a la creación de representaciones esquemáticas abstractas que dan forma al objeto matemático (en construcción permanente, según los niveles de abstracción implicados). Los objetos algebraicos son esquematizaciones que permiten expresar relaciones (ligadas a situaciones específicas) que se desean retener. Al mismo tiempo, cada esquematización puede tornarse como un objeto de estudio y así sucesivamente, obteniendo diferentes «capas» o niveles de abstracción vinculados a los objetos.

El dominio de referencia sobre el cual se constituye el pensamiento algebraico no es particular sino matemático. Las actividades y las acciones refieren a objetos matemáticos ya constituidos, y permiten elaborar nuevos objetos. Las preguntas que orientan las relaciones a establecer (o las relaciones que se desean retener) son específicas e internas a las prácticas matemáticas. Otte (1992) afirma que las fórmulas algebraicas representan un estado de una forma de generalización (nunca acabada), un estado provisorio de un proceso de interacciones entre lo particular y lo general. Los modos de representación no son únicos, puesto que diferentes formulaciones pueden expresar características diferentes de un mismo objeto. Las relaciones entre lo particular y lo general, vinculando objetos, conceptos y signos, se elaboran contextualmente y son susceptibles de generalización en función de su eficacia hipotética en la resolución de actividades propias a la práctica matemática.

En el trabajo específicamente escolar, los dos tipos de generalizaciones mencionadas están presentes, por ejemplo, en actividades vinculadas a la identificación de regularidades obtenidas mediante el análisis de casos particulares (procesos inductivos), pero también mediante el uso de inferencias que conducen a un conjunto de relaciones organizadas deductivamente (procesos constructivos, validaciones universales).

En este contexto, nuevas formas de abstracción y generalización emergen basadas en la preservación de conceptos y de formas simbólicas previamente definidas (por ejemplo, la invención de nuevos números preservando las propiedades de los campos numéricos ya conocidos, como es el caso de transitar entre el campo de los números reales al campo de los números complejos). Si bien esta manera de producir objetos matemáticos ha enfrentado grandes dificultades, particularmente referidas a los fundamentos de las matemáticas, no se puede negar que, al interior de ciertos límites, ha sido y es una forma de producción en matemáticas que, desde un punto de vista didáctico, plantea ciertos obstáculos (Brousseau, 2006).

3. Configuraciones epistémicas

En el currículum de algunos países los tipos de "objetos matemáticos" que se consideran son sólo dos: conceptos y procedimientos. Se trata de una "ontología" demasiado simplista para analizar los objetos matemáticos que componen un texto matemático, y en general la actividad matemática, ya sea profesional o escolar. En el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción matemática (Godino *et a*l, 2009) se considera que es necesario contemplar una ontología más amplia formada por los siguientes elementos: 1) lenguaje, 2) situaciones-problema 3) conceptos, 4) procedimientos, técnicas, 5) proposiciones, propiedades, teoremas, etc. y 6) argumentaciones (figura 1). Estos seis tipos de elementos se articulan formando configuraciones epistémicas cuyo análisis nos informa de la "anatomía de un texto matemático", pero además se requiere que los profesores, incorporen tales configuraciones a su práctica docente, dada la relevancia de las mismas en el aprendizaje de las diferentes asignaturas de matemáticas, particularmente del álgebra. En lo que se refiere a los estudiantes, resulta importante incorporar en su formación, además del lenguaje matemático, conceptos y procedimientos adecuados para que, entre otros aspectos, se puedan enfrentar a diversos tipos de situaciones-problema, diseñando y aplicando estrategias de resolución adecuadas, teniendo control sobre las propiedades y en su caso teoremas, relacionados con los objetos matemáticos empleados. Adicionalmente, la participación de diferentes tipos de argumentaciones es un aspecto central en la formación matemática de los estudiantes, en forma tal que en la medida que, por parte de los profesores, los saberes matemáticos se presenten articulando adecuadamente las configuraciones epistémicas, se pueden propiciar mejores aprendizajes.

Figura 1. Configuración epistémica.

4. Vinculación entre Neuroeducación y Educación Matemática

Resulta de interés tratar, aunque someramente, la vinculación entre neuroeducación y educación matemática dado que es un tema actual que debe ser considerado, puesto que el desarrollo cerebral va muy relacionado con los procedimientos matemáticos que pueden realizar los individuos en el proceso del aprendizaje. En referencia a este tema Hadamard (1945) en un evento de matemáticas hizo un comentario, y se preguntó si los matemáticos sabían lo suficiente de neurociencia cognitiva o neuroeducación y sí los neurocientíficos sabían las suficientes matemáticas para comprender completamente cómo se procesan las matemáticas en el cerebro.

De lo anteriormente mencionado, resulta conveniente recurrir a la neurociencia y a la neuroeducación, dado que uno de los focos actuales de investigación es la localización de las áreas corticales que están involucradas en el desempeño de tareas cognitivas de alto nivel como ocurre con el procesamiento aritmético (Luria, 2012). Estudios clínicos previos han sugerido que la discalculia, o el cálculo aritmético deteriorado por lesiones en el cerebro, se asocia más comúnmente con lesiones en el hemisferio izquierdo (Dehaene y Cohen, 1997; Takayama *et al*, 1994; Warrington, 1982, Benson y Weir, 1972, Fasotti *el al*, 1992, Gerstmann, 1940, Warrington *et al*, 1986). Por lo general, la región crítica del daño que conduce a déficits en el procesamiento numérico se encuentra en la corteza parietal izquierda (Grafman *et a*l, 1982; Hecaen *et al*, 1961; Henschen, 1920; Mayer *et al*, 1999, Jackson y Warrington 1986).

Los estudios de imágenes cerebrales en humanos sanos han confirmado que varias áreas corticales, incluidas las cortezas parietal y prefrontal izquierda, desempeñan un papel central en el procesamiento de números (Burbaud *et al*, 1995; Chochon *el al*, 1999; Dehaene *et al*, 1999; Menon *et al*, 2000; Rickard *et al*, 2000; Roland y Friberg, 1985; Rueckert *et al*, 1995; Dehaene y Cohen, 1995; Gruber *et al*, 2001). Adicionalmente se puede remarcar que, la mayoría de las actividades que realizamos requieren la intervención conjunta de las funciones localizadas en los dos hemisferios (Panka, 2004).

Un mejor entendimiento de la relación de las matemáticas y el comportamiento y madurez del cerebro podría ayudar a prevenir problemas que afecten las actividades matemáticas de los alumnos. El desarrollo del cerebro inicia desde la etapa prenatal, y es en la adolescencia cuando alcanza madurez cognitiva, sin embargo, se requiere de estimulaciones adecuadas y constantes para que la corteza temporal superior alcance su nivel máximo (Radford y André, 2009). En tal caso, en el estudio de Zacharopoulos *et al* (2021), los autores concluyen que los estudiantes adolescentes que carecen de educación matemática exhiben niveles reducidos de inhibición cerebral (neuronas gabaérgicas) en un área clave del cerebro involucrada en el razonamiento y el aprendizaje cognitivo.

Por otra parte, la resolución de problemas aritméticos también requiere otros procesos mentales complejos, como la atención y la memoria de trabajo, que no son específicos de la tarea matemática *per se*. Por lo tanto, es posible que algunos de los déficits observados en pacientes con discalculia y las activaciones que se observan en los estudios de imágenes de resonancia magnética funcional, donde se examina el procesamiento matemático se deban en parte a estas funciones superpuestas (como la atención y la memoria de trabajo), mismas que requieren ser atendidas para propiciar la posible superación por parte de algunos estudiantes que manifiesten ciertos síntomas de discalculia. Una vez descartado algún problema de aprendizaje en los estudiantes, el material didáctico puede ser de gran ayuda para que, en los diversos niveles escolares, puedan tener un mejor aprendizaje de las matemáticas.

Por su parte, Dehaene (1995, 1996, 1997, 1999) demostró que los cálculos exactos simples y complejos se basan en un formato dependiente del idioma, mientras que los cálculos aproximados simples y complejos se basan en un formato independiente del idioma. Demostró que las respuestas difieren para el cálculo exacto y aproximado según el idioma (ruso, inglés) en el que se aprendieron. En particular, la suma exacta tenía un costo de tiempo de respuesta al cambiar a un nuevo idioma o hechos novedosos. Esto proporciona evidencia de que el conocimiento aritmético adquirido durante el entrenamiento de problemas exactos se basa en el lenguaje. Sin embargo, la aproximación de sumas fue equivalente tanto en el cambio a un nuevo idioma como en hechos novedosos (Dehaene 1995, 1996, 1997, 1999). En otras palabras, la aproximación se procesa bilateralmente (dos hemisferios) pero, el cálculo exacto unilateralmente (hemisferio izquierdo).

Además, Deheane examinó los circuitos cerebrales subyacentes al comportamiento observado utilizando dos técnicas de imágenes cerebrales, una con imágenes de resonancia magnética funcional (fMRI) de alta resolución espacial (Rickard *et al*, 2000) y la otra con potenciales relacionados con eventos (ERP) de alta resolución temporal (Magnum *et al*, 1997). Durante este experimento, los problemas se presentaron en números arábigos no mayores de 17. En fMRI, los lóbulos parietales mostraron una mayor activación bilateral durante la aproximación (Rickard *et al*, 2000). Las áreas activas ocuparon los surcos intraparietales izquierdo y derecho, extendiéndose anteriormente hasta la profundidad del surco postcentral y lateralmente hacia el lóbulo parietal inferior. Esto podría estar particularmente relacionado con la abstracción y a su vez con el aprendizaje del álgebra. En un estudio donde se trata de determinar las regiones corticales que pueden estar implicadas en la resolución de ecuaciones se obtuvieron principalmente 3 áreas corticales. La primera fue la corteza prefrontal relacionada también con la toma de decisiones. La segunda es la corteza parietal posterior que se activa cuando existen imágenes espaciales. Y la tercera zona fue la motora debido a que las respuestas se daban oprimiendo un botón (Anderson *et al*, 2003) Estas mismas zonas participan en el álgebra escolar (Qin *et al*, 2004).

5. Metodología

Considerando la problemática del aprendizaje del álgebra en donde la transición entre lo concreto y lo abstracto, o bien de la aritmética al álgebra, es un aspecto que se requiere atender y, adicionalmente, tomando en cuenta los altos índices de reprobación observados en matemáticas en la preparatoria 1 de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (UAEH), ver Tabla 1 (datos obtenidos de (PIAA, 2021)), decidimos diseñar un multimedio. La metodología empleada consistió en un pre-test, el diseño del multimedio y la aplicación del post-test.

Tabla 1. Índice de reprobación de asignaturas de Matemáticas en la Escuela Preparatoria Número 1 de la UAEH.

	Semestre:	Asignatura:	Índice de Reprobación (%)
Enero-Junio 2019	1	Álgebra	35,54
	2	Trigonometría	24,4
	3	Geometría Analítica	26,63
	4	Cálculo Diferencial	26,87
	5	Cálculo Integral	20,88
Julio-Diciembre 2019	1	Desarrollo del pensamiento lógico algebraico	24,14
	2	Trigonometría	50,81
	3	Geometría Analítica	20,87
	4	Cálculo Diferencial	42,75
	5	Cálculo Integral	23,9
	6	Estadística	22,66
Enero-Junio 2020	1	Desarrollo del pensamiento lógico algebraico	33,2
	3	Geometría Analítica	20,87
	4	Cálculo Diferencial	9,56
	5	Cálculo Integral	4,18
	6	Estadística	2,64
Julio-Diciembre 2020	1	Desarrollo del pensamiento lógico algebraico	30,96
	2	La medición y la matemática de los triángulos	53,96
	4	Cálculo Diferencial	20,64
	5	Cálculo Integral	8,01
	6	Estadística	15,33
Enero-Junio 2021	1	Desarrollo del pensamiento lógico algebraico	43,45
	2	La medición y la matemática de los triángulos	20,07
	3	Modelos Matemáticos Básicos y su Conocimiento	35,13
	4	La Matemática del Cambio	16,7
	5	Cálculo Integral	36,87
	6	Estadística	11,7

Respecto al pre-test, se implementó un cuestionario elaborado en Google Forms, que denominamos *CUESTIONARIO PRE-TEST*, el cual indaga sobre la formación académica y el nivel educativo actual que cursaban los estudiantes que lo contestaron. Esencialmente se divide en 2 partes. En la primera parte se recaba información general sobre: Edad, sexo, nivel educativo, semestre que se cursa actualmente, turno, si el alumno es de Bachillerato o Licenciatura, además se le pregunta si está cursando o recursando la asignatura de álgebra y otras de matemáticas.

En la segunda parte del CUESTIONARIO PRE-TEST se evaluaron las habilidades aritméticas y algebraicas que posee el alumno, sea cual fuere su nivel educativo. Consiste en un listado de 10 preguntas (7 identificadas con referencia a lo concreto o aritmético y 3 identificadas como abstracto o algebraico). Cada una con 4 opciones de respuesta (1 correcta y 3 distractores), en las cuales se pregunta por la realización de operaciones algebraicas elementales tales como: el resultado de multiplicar un número entero por sí mismo, ¿qué significa elevar un número entero al cuadrado?, la suma de 2 números al cuadrado, cómo se representa geométricamente un cuadrado cuyo lado mide “a”, las unidades de área (metros cuadrados, centímetros cuadrados, etc.), ¿Cuál sería el área total de un cuadrado cuyo lado mide “a” y luego se incrementa en 2 unidades más (a+2)?. Las respuestas seleccionadas por los alumnos se registraron en una hoja de cálculo de Google.

Para diseñar el multimedio educativo titulado Transición entre lo concreto y lo abstracto: de la aritmética al álgebra (http://ceca.uaeh.edu.mx/concreto_abstracto/), se tomó en cuenta algunos de los aspectos tratados anteriormente. En esencia el objetivo del multimedio fue aportar a los estudiantes algunas formas en las que se puede presentar la transición y articulación entre la aritmética y el álgebra, en estudiantes de nivel medio superior y licenciatura de la UAEH (1993). Y todo esto con la finalidad de mejorar sus aprendizajes.

La viabilidad y funcionalidad de nuestro multimedio educativo se evaluó entre los estudiantes participantes por medio de un segundo formulario de Google, denominado CUESTIONARIO POST-TEST, el cual contiene preguntas de mayor complejidad (5 identificadas como aritméticas, otras 5 algebraicas y dos más para recabar la opinión sobre el multimedio), con la finalidad de evaluar el aprendizaje de los estudiantes después de haber interactuado con el multimedio educativo.

En un breve análisis comparativo podemos mencionar que el cuestionario PRE-TEST se aplicó a una muestra de 621 estudiantes, como muestra la columna SOLO PRE-TEST de figura 3: el 53.6% son de nivel Medio Superior y 46.4% son de licenciatura, el 46.4% son mujeres y el 53.6% son hombres y, el 87.6% cursaron la asignatura de álgebra en el nivel medio superior y el 12.4% nunca la habían cursado.

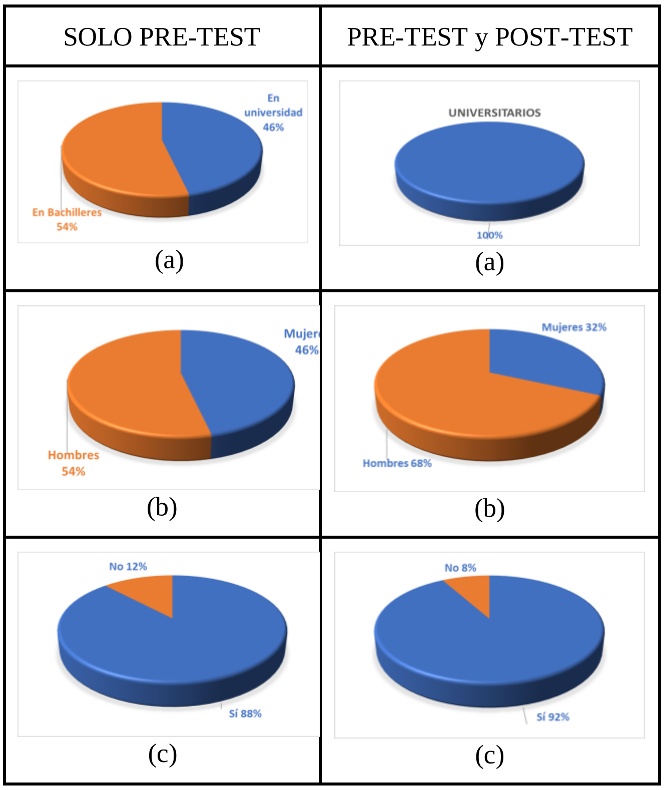

Figura 3. Características de los estudiantes encuestados: (a) Nivel que estudian, (b) Sexo, (c) Cursan o han cursado álgebra al momento de presentar el PRE-TES.

Cabe señalar que ambos cuestionarios, CUESTIONARIO PRE-TEST y CUESTIONARIO POST-TEST se aplicó a una población de 148 estudiantes, de nivel universitario, y de los cuales el 68% son mujeres y el 32% restante son hombres (columna PRE-TEST y POST-TEST en la figura 3). Dado que este estudio no ha concluido, los resultados se presentarán en un trabajo posterior.

En referencia a los resultados indicados en la Tabla 2, se puede mencionar lo siguiente: la pregunta 5 del pre-test se relaciona con la uno del post-test, el porcentaje de acierto pasó del 79% al 91% después de interactuar con el multimedio. Esto es, articularon el concepto de elevar un número al cuadrado con el cálculo del área de un cuadro y con las unidades correspondientes.

En la pregunta 7, relacionada con la 2, pasaron del 93% al 82% respectivamente, podemos resaltar que el 14% respondió al distractor que era muy parecido a la respuesta correcta, aquí detectamos un posible problema de detenerse a razonar con cuidado las posibles respuestas.

En la pregunta 9 del pre-test, asociada con la 5 del post-test, pasaron del 77% al 92%, respectivamente, indicando que lograron articular las partes correspondientes a un binomio al cuadrado, resaltando que en ambas preguntas se trabaja más en la parte abstracta o algebraica.

La pregunta 10 del pre-test, comparada con la 7 del post-test, pasan del 70% al 46%, respectivamente, posiblemente porque requieren identificar que lo único que cambia son las variables, aunado al hecho de que la pregunta del post-test es más de razonamiento. Nuevamente, se nota la falta de articulación entre lo memorizado mecánicamente y lo aplicado.

Cabe señalar que la interacción con el multimedio no es suficiente en muchos casos para superar la desarticulación en los saberes matemáticos. Se requiere seguir trabajando en colaboración con docentes y estudiantes.

Tabla 2. Resultados en PRE-TEST y POST-TEST. Los colores verde, amarillo, gris y rojo indican las preguntas relacionadas

PRE-TEST		POST-TEST	
Pregunta	% responde correctamente	Pregunta	% responde correctamente
1	93	1	91
2	98	2	82
3	87	3	58
4	95	4	79
5	79	5	92
6	67	6	35
7	93	7	46
8	77	8	57
9	77	9	53
10	70	10	75

En referencia al multimedio, en la pregunta ¿Te fue de utilidad el video que observaste? el 90.7% dijo que sí. Además, algunas de las opiniones relevantes de los estudiantes fueron por ejemplo *"que todas las actividades pueden llevarse de lo concreto a lo abstracto y mejoran el aprendizaje o la forma en que se ve"; "Es necesario conocer bien la aritmética para poder entender y realizar las operaciones del álgebra"; "Es una forma dinámica para reforzar estos temas, y saber cómo relacionarlos"; "creo que lo abstracto te ayuda mucho como ejemplo para entender mejor el tema y facilita la resolución de las operaciones concretas"; Estaría super que nos los mostraran así, a veces sabemos las cosas pero no sabemos cómo aplicarlo."*

Interpretando algunas de estas resoluciones los estudiantes reconocen implícitamente la necesidad de articular saberes matemáticos relacionados con lo concreto y lo abstracto en la aritmética y el álgebra. Valoran como lo abstracto ayuda a facilitar las operaciones concretas y viceversa, al identificar que conocer bien la aritmética ayuda a realizar las operaciones algebraicas.

6. Reflexiones Finales

Este estudio preliminar sobre la articulación de saberes concretos y abstractos, en cuanto a la referida transición entre la aritmética y el álgebra, en los alumnos de nivel medio superior y superior nos ha permitido comprender más a fondo sobre algunos problemas cognitivos y de razonamiento que presentan los estudiantes al resolver problemas sencillos de aritmética y álgebra elemental. Una propuesta de nuevas herramientas didácticas es la creación y el uso de material digital que tome en cuenta, entre otros aspectos, la necesaria explicitación de la transición entre lo concreto y lo abstracto cuando se estudia de manera articulada la aritmética y el álgebra, además de la integración de los distintos sentidos, hace que la multimodalidad del pensamiento active varias regiones cerebrales. Las modalidades sensoriales como son la visión, el oído y el tocar o escribir están integradas con la parte motora, planeación y toma de decisiones. La colaboración entre la parte sensorial hace posible la aparición de conceptos abstractos (Radford y André, 2009). Entonces, el apoyo que pueden proporcionar las neurociencias a la problemática es un tema de gran interés que propicia un trabajo interdisciplinario muy valioso. Una consideración adicional es el hecho de que resulta recomendable que los profesores incorporen a su práctica docente la transición entre lo concreto y abstracto, en la aritmética y el álgebra, así como su adecuada articulación conceptual en sus diferentes aspectos, por ejemplo, en las aplicaciones. En referencia al multimedio educativo es de reconocerse que tanto profesores como estudiantes requieren mayor interacción además del diseño e implementación de otros materiales que sirvan como reforzamiento para lograr la articulación de los saberes matemáticos.

Referencias

Anderson, J. R., Qin, Y., Sohn, M., Stenger, V. A. & Carter, C. S. (2003). An information-processing model for the BOLD response in symbol manipulation tasks. Psychonomic Bulletin & Review 10 (2), 241-261.

Benson, D. F., & Weir, W. F. (1972). Acalculia: acquired anarithmetia. Cortex, 8(4), 465-472.

Bergeron, L., & Gordon, M. (2017). Establishing a STEM pipeline: Trends in male and female enrollment and performance in higher level secondary STEM courses. International Journal of Science and Mathematics Education, 15(3), 433-450.

Broin, D. (2002). Arithmétique et algèbre élémentaires scolaires. Thèse de doctorat dirigée par Brousseau, Guy Mathématiques et informatique. Didactique des mathématiques. Université Bordeaux 1.

Brousseau, G. (2006). Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 19, 1970-1990. Springer Science & Business Media.

Burbaud, P., Degreze, P., Lafon, P., Franconi, J., Bouling, B., Bioulac, B., . . . Allard, M. (1995). Lateralization of prefrontal activation during internal mental calculation: A functional magnetic resonance imaging study. Journal of Neurophysiology, 74, 2194-2200.

Chevallard, Y. (1989). On didactic transposition theory: Some introductory notes. In Proceedings of the international symposium on selected domains of research and development in mathematics education (pp. 51-62). Bratislava, Czechoslovakia: Comenius University.

Chochon, F., Cohen, L., & van de Moortele, P. (1999). Differential contribution of the Left & Right Inferior Parietal lobules to Number Processing. Journal of Cognitive Neuroscience, 11, 617-630.

Dehaene, S. (1996). The organization of brain activation in number comparison: Event-related potentials and the additive-factors methods. Journal of Cognitive Neuroscience, 8, 47-68.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. Mathematical Cognition, 1, 83-120.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of Arithmetic. Cortex, 33, 210-250.

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence. Science, 284, 970-974.

Fasotti, L., Eling, P., & Bremer, J. (1992). The internal representation of arithmetical word problem sentences: Frontal and posterior-injured patients compared. Brain and Cognition, 20, 245-263.

Ferrini-Mundy, J. (2000). Principles and standards for school mathematics: A guide for mathematicians. Notices of the American Mathematical Society, 47(8).

Gerstmann, J. (1940). Syndrome of finger agnosia disorientation for right and left agraphia and acalculia. Archives of Neurology and Psychiatry, 44, 398-408.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2008). Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Paradigma, 27(2), 221-252.

Gonseth, F. (1936). Les Mathématiques et la Réalité. Essai sur la méthode axiomatique. Paris: Librairie Félix Alcan.

Grafman, J., Passafiume, D., Faglioni, P., & Boller, F. (1982). Calculation disturbances in adults with focal hemispheric damage. Cortex, 18, 37-50.

Gruber, O., Indefrey, P., Steinmetz, & Kleinschemidt. (2001). A Dissociating Neural Correlates of Cognitive Componentes in Mental Calculation. Cerebral Cortex, 11, 350-359.

Hadamard, J. (1945). An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press.

Hécaen, H., Angelergues, R., & Houillier, S. (1961). Les variétés cliniques des acalculies au cours des lésions rétrolandiques: Approche statistique du problème. Revue Neurologique, 105, 85–103.

Henschen, S. (1920). Klinische und anatomische Beiträge zur Pathologie des Gehirns, 5. Tein: Über Aphasie, Amusie und Akalkulie. Stockholm: Nordiska Bokhandeln.

Jackson, M., & Warrington, E. (1986). Arithmetic skills on patients with unilateral cerebral lesions. Cortex, 22, 610-620.

Luria, A. (2012). Higher cortical functions in man. Springer Science & Business Media.

Mangun, G., Hopfinger, J., Kusmaul, C., Fletcher, E., & Heinze, H. (1997). Covariation in PET and ERP measures of the spatial selective attention in humans extrastriate visual cortex. Hum. Brain Map, 5, 273-279.

Mayer, E., Martory, M.D., Pegna, A.J., Landis, T., Delavelle, J., & Annoni, J.M. (1999). A pure case of Gerstmann syndrome with a subangular lesion. Brain. Jun;122 (Pt 6):1107-20. doi: 10.1093/brain/122.6.1107. PMID: 10356063.

Menon, V., Rivera, S., White, C., Glover, G., & Reiss, A. (2000). Dissociating prefrontal and parietal cortex activation during arithmetic processing. NeuroImage, 12, 157-365.

Otte, M. (1992). Constructivism and Objects of Mathematical Theory. En J. Echeverría, A. Ibarra, & T. Mormann, The Space of Mathematics (págs. 296-313). De Gruyter.

Panka, R. (2004). Neuroeducación: ¿Cómo aprende el cerebro humano y cómo deberían enseñar los docentes? NEUROEDUCACIÓN.

PIAA. Programa Institucional de Asesorías Académicas (2021). https://www.uaeh.edu.mx/tutorias/programas/asesorias-academicas/index.html

Piaget, J. (1975). Introducción a la epistemología genética. Buenos Aires. Edit. Paidós.

Piaget, J. (2000). Dove va l'educazione. Armando Editore.

Radford, L., & André, M. (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 12(2), 215-250.

Rickard, T. C., Romero, S. G., Basso, G., Wharton, C., Flitman, S., & Grafman, J. (2000). The calculating brain: an fMRI study. Neuropsychologia 38(3):325-35. doi: 10.1016/s0028-3932(99)00068-8. PMID: 10678698.

Roland, P., & Friberg, L. (1985). Localization of cortical areas activated by thinking. Journal of Experimental Neurophysiology, 53, 1219-1243.

Rondero, C., & Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 29-49.

Rueckert, L., Lange, N., Partiot, A., Appollonio, I., Le Bihan, D., & Grafman, J. (1995). Visualizing cortical activation during mental calculation with functional MRI. Neuroimage, 3, 97-103.

Qin, Y., Carter, C. S., Silk, E. M., Stenger, V. A., Fissell, K., Goode, A. & Anderson, J.R. (2004). The change of the brain activation patterns as children learn algebra equation solving. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 101(15), 5686–5691.

Sierpinska, A. (2012). L'arbre banyan de l'expérience d'un formateur. En J. Proulx, C. Corriveau, & H. Squalli, Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques. Pratiques, orientations, recherches (págs. 91-98). Montréal, QC: Presses de l'Université du Québec.Keohane, R., (1958).