DESDE 2013
https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/icbi/issue/archive
Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI

ISSN: 2007-6363

Publicación Semestral Pädi Vol. 10 No. Especial (2022) 117-126

Juegos de mayoría ponderada redefinidos por ausentismo y abstencionismo: definición y su aplicación a la LXII y LXIV legislaturas mexicanas

Weighted majority games redefined by absenteeism and abstentionism: definition and its application to the LXII and LXIV Mexican legislatures

J. L. Larios-Ferrer[a], R. Ávila-Pozos[b,*]

[a] Academia de Ingeniería en Logística y Transporte, Universidad Politécnica de la Energía, 42842, Tula de Allende, Hidalgo, México.
[b] Área Académica de Matemáticas y Física, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, 42184, Mineral de la Reforma, Hidalgo, México.

Resumen

En este trabajo se hacen diferentes aportaciones a la Nueva Economía Política (NEP), abordando de manera específica el papel que tiene el ausentismo y abstencionismo dentro de un Juego de Mayoría Ponderada (JMP) grupal. La razón de estudiar este tipo de tópicos es porque no existe en la literatura política y económica una matematización de los conceptos y juegos que aquí se proponen. Se encuentra que, bajo ciertas condiciones, el ausentismo favorece a la coalición ganadora y el abstencionismo la perjudica. La aplicación de la teoría a dos de las más recientes Cámaras de Diputados de México, usando además simulaciones en Scilab, permitió comprobar que el ausentismo y abstencionismo juegan un papel interesante al coparticipar en la aprobación de los diferentes acuerdos.

Palabras Clave: Nueva Economía Política, Juego de Mayoría Ponderada, Juego redefinido por ausentismo, Juego redefinido por abstencionismo, simulaciones en Scilab, parlamentos mexicanos.

Abstract

This paper makes different contributions to the New Political Economy (NEP), specifically addressing the role of absenteeism and abstentionism within a group Weighted Majority Game (WGM). The reason for studying this type of topics is because there is no mathematization of the concepts and games proposed here in the political and economic literature. It is found that, under certain conditions, absenteeism benefits the winning coalition and abstentionism harms it. The application of the theory to two of the recent Chambers of Deputies in Mexico, also using Scilab simulations, allowed us to prove that absenteeism and abstentionism play an interesting role in co-participating in the approval of the different agreements.

Keywords: New Political Economy, Weighted Majority Game, Game redefined by absenteeism, Game redefined by abstentionism, simulations in Scilab, Mexican parliaments.

1. Introducción

La democracia sigue siendo tema de debate político de muchos países y proporciona amplio material de estudio de muchos centros académicos relacionados con la ciencia política y otras disciplinas sociales. Una república democrática se distingue por que su legitimidad surge de la voluntad de los ciudadanos. En muchos países democráticos existe la tendencia a que los ciudadanos se organicen en partidos políticos. Estas organizaciones, con sus candidatos, programas de gobierno y propuestas políticas, compiten por el voto para ocupar los distintos cargos de elección popular. Por la vía de los partidos políticos, se produce el diálogo y la negociación como la manera primordial de hacer política para llegar a una solución y a un entendimiento.

Los procesos electorales son de gran importancia en el desarrollo de los países democráticos, puesto que los resultados determinan el accionar de la vida política, y tienen un impacto en las políticas económicas, sociales y culturales. El análisis de la competencia entre los actores políticos, en particular ente los partidos políticos, se ha realizado desde múltiples perspectivas, incluyendo la modelación matemática.

*Autor para la correspondencia: ravila@uaeh.edu.mx
Correo electrónico leonel.larios@upenergia.edu.mx (José Leonel Larios-Ferrer), ravila@uaeh.edu.mx (Roberto Ávila-Pozos)

Fecha de recepción: 24/11/2021 Fecha de aceptación: 07/02/2022 Fecha de publicación: 22/04/2022
https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial.8350

En la competencia política, se distinguen dos enfoques desde el punto de vista matemático: la teoría espacial del voto y la teoría de juegos (Rodrigo, 2016).

En los juegos de competencia política se encuentran aquellos en los que las posturas políticas de una población de votantes se modelan mediante puntos en segmentos de recta, de manera que el centro representa las posturas moderadas y los extremos representan a las posiciones radicales de izquierda y derecha. Los jugadores representan a los partidos políticos que se distribuyen en este espacio de acuerdo con su postura ideológica (Rodrigo, López y Lantarón, 2019).

En el ámbito legislativo, se piensa que existen dos juegos superpuestos: la conformación de coaliciones a partir de los resultados de la elección anterior, y la negociación previa a la siguiente contienda (Clerici, 2018). Respecto a la conformación de coaliciones dentro las diferentes legislaturas, hay quienes votan de forma activa a favor o en contra de determinadas propuestas, pero también hay quienes se ausentan o se abstienen a la hora de la votación. De acuerdo con la Real Academia Española el ausentismo es el "abandono habitual del desempeño de funciones y deberes propios de un cargo", mientras que el abstencionismo es la "actitud o práctica consistente en no ejercer el derecho a participar en determinadas decisiones, especialmente en un proceso electoral". Así, dentro de los congresos y los juegos políticos a analizar se entenderá al ausentismo como aquella forma que los partidos o parte de ellos no participan en las votaciones de los acuerdos y redefinen entonces tanto la cuota de mayoría (siempre y cuando haya quórum) como el número de votantes presentes en dichos partidos. Por otro lado, el abstencionismo en las cámaras legislativas refiere a que los partidos o una parte de ellos asisten a la votación, pero no ejercen su voto de manera activa (ni a favor ni en contra) lo que redefine la cantidad de votantes activos de estos partidos, aunque la cuota de mayoría no se altera (de alguna manera, se valora su presencia).

De acuerdo con la teoría de la elección racional el abstencionismo electoral es una actitud o comportamiento del elector que no ejerce su derecho al sufragio. Un elector puede ser un activista político contrario al voto, desarrollando así una participación política y no votar (Mijangos González, 2014). El ausentismo se presenta cuando un votante estuvo ausente y no ejerció su derecho al voto; el ausentismo es un universo que contiene a los abstencionistas y a los que no lo son (Tuesta, 2003).

Siguiendo la teoría de la maldición del votante indeciso el abstencionismo es una estrategia óptima, porque maximiza la probabilidad de que los votantes informados decidan la elección (Feddersen, Timothy J.; Pesendorfer, Wolfgang, 1995).

Este trabajo surge de la necesidad de analizar matemáticamente la forma en que el ausentismo y el abstencionismo pueden incorporarse a los juegos políticos. Los juegos aquí presentados pueden ser analizados con la teoría de juegos cooperativos, específicamente con los Juegos de Mayoría Ponderada (JMP) los cuales son un caso particular de los juegos simples. En la literatura, usualmente a este tipo de tópicos se les coloca dentro del Análisis de Estabilidad de Coaliciones (AEC), misma que se aborda desde la teoría económica con la Nueva Economía Política[1] (NEP).

Algunas de las características de la NEP son: i) Usa la elección racional de los agentes; ii) El comportamiento político es maximizar la utilidad de los agentes; iii) Las políticas públicas son resultado de racionalidad e interacción entre agentes; y iv) Se usa un método deductivo. A grandes rasgos, siguiendo a Bonilla-Melendez y Gatica-Arreola (2005), la NEP se divide en las siguientes ramas: i) Teoría espacial del voto; ii) Teoría de juegos e información asimétrica aplicada a la competencia política; y iii) Ciclo político económico. De las dos primeras ramas es que se puede abordar al AEC políticas, usando para ello distintos modelos de teoría de juegos. El desarrollo de la Teoría Espacial del Voto (TEV) se le relaciona más con la teoría de juegos cooperativos, donde se ve, por ejemplo, cómo las coaliciones intentan retener el poder. Por su parte, la teoría de juegos e información asimétrica aplicada a la competencia política se maneja más con la teoría de juegos no cooperativos mediante conceptos como el Equilibrio de Nash.

Algunos de los avances recientes dentro de la TEV se preocupan por seguir describiendo a los agentes políticos, por una parte, cuando éstos son los electores (ver por ejemplo los trabajos de Hinich y Munger (1994) y Bonilla-Melendez (2004)) y por otra donde estos agentes son los partidos o coaliciones de los mismos (ver por ejemplo el trabajo de Wittman (1983)). Para fines de este trabajo, la conducta del electorado se deja de lado, pero se toma en cuenta implícitamente como aquel que define las condiciones iniciales de los diferentes juegos abordados. Sin embargo, existen trabajos como el de Troumpounis (2011) donde se aborda el abstencionismo en los sistemas electorales desde la perspectiva de los votantes. En este trabajo se presenta dos reglas electorales (que tienen que ver con la variabilidad del tamaño del parlamento y la introducción de un quórum de participación) bajo las cuales la abstención influye en el resultado de la elección y la composición del parlamento. Argumentan que ambas reglas electorales pueden introducirse como una solución a los bajos niveles de participación.[2*] El autor encuentra que la abstención es menor en los países más ricos y democráticos (alrededor del 5 %) y sugiere que se debe incentivar a los partidos para que se preocupen por el nivel de participación de los votantes.

Adentrándose ya en los modelos con teoría de juegos, muchos autores han seguido haciendo algunas aportaciones importantes usándolos para explicar la competencia electoral (ver los trabajos de Przeworski (1991), Hunter (1998) y Geddes (1991)). También se ha usado la teoría de juegos para estudiar los parlamentos como es el caso de los trabajos de Carreras et al. (1992), Carreras y Owen (1995), Riker (2001), Nacif-Hernández (2003), Benton (2007), Rodríguez-Carrillo y Santacruz-Fernández (2016) y Hernández y Venegas (2017).

[1] Muchos de los autores de la NEP pertenecen también a la teoría de Elección Pública (EP), la cual a grandes rasgos estudia el comportamiento del gobierno y de los electores con un análisis de carácter positivo. Se pone en claro que, al compartir la misma metodología y los mismos supuestos teóricos de la NEP, la EP podría bien representar el marco teórico del presente trabajo, específicamente dentro de la Escuela de Rochester (cuyo principal representante es William Riker) en el análisis de formación de coaliciones y/o dentro de la Escuela de Virginia (cuyos representantes principales son James M. Buchanan y Gordon Tullock) en su estudio sobre legislaturas.

[2*] En general, altos niveles de participación en elecciones democráticas son deseables para garantizar la legitimidad de la elección.

El trabajo de Benton (2007) se refiere, aunque de manera indirecta, al concepto de “traición política”, la cual puede existir dentro de cada partido y que por lo mismo se tienda a formar subcoaliciones dentro del mismo. Dicha traición podría extenderse a una traición entre coaliciones y por tanto dividir a las mismas. En los congresos esto se puede presentar en formas directas de voto como lo es la aprobación o rechazo de las distintas propuestas que presenten los diferentes partidos, o bien, de maneras indirectas de voto como lo son la abstención y ausentismo. Trabajos como los de Nacif-Hernández (2003), de Benton (2007) y de Rodríguez-Carrillo y Santacruz-Fernández (2016), pasan por alto (o al menos no desarrollan formalmente) el papel que el “ausentismo” y el “abstencionismo” tienen dentro de sus juegos políticos para llegar a sus resultados.

Existen trabajos como el de Felsenthal y Machover (1997) en el cual se define a un juego de votación ternaria, donde además de votar por un “sí” o por un “no”, lo que comúnmente se conoce como juego binario, se considera la abstención como una tercera opción a ser elegida por los votantes. Esta propuesta de generalización de los juegos simples incluye la suposición de que los votantes actúan de manera independiente con igual probabilidad de 1/3 de elegir cualquiera de estas tres opciones de voto y por ello se trabaja con una variante del Índice de Banzhaf (con el ISS no se encuentran diferencias con respecto a los juegos binarios). Sin embargo, en este trabajo siempre se trata a los jugadores como jugadores individuales y no como posibles jugadores grupales.

En este trabajo se define a esta clase de juegos grupales desde un inicio, tomando en cuenta además del abstencionismo, un posible ausentismo y tomando en cuenta elementos como el Quórum del juego. El enfoque es diferente del abordado por Felsenthal y Machover (1997) pues se parte de la definición propia de los JMP grupales y donde se redefine la estructura de pesos de los jugadores (todo el tiempo se piensa que son jugadores grupales; gran cantidad de jugadores individuales) para el caso de los juegos redefinidos por abstencionismo y donde además se redefine la cuota de mayoría para el caso de los juegos redefinido por ausentismo. Se demuestra que, bajo ciertas condiciones, el ausentismo favorece al “sí” y el abstencionismo favorece al “no”. En nuestro caso, el IB y el ISS son obtenidos con base a esta nueva estructura de los juegos y no se muestra como tal una redefinición formal de los mismos.

Se coincide con lo señalado por Felsenthal y Machover (1997) respecto que en algunos sistemas legislativos se debe tratar al abstencionismo como una manera diferente y esencial de voto y que en trabajos como el de Straffin (1981) y Taylor (1995), se ignora esta forma de voto por simplicidad. Aunque Felsenthal y Machover (1997) presentan algunos casos prácticos del desarrollo de su teoría, son ejemplos donde intervienen pocos jugadores y son agentes individuales. En este trabajo se presentan simulaciones a partir de datos reales de algunas legislaturas mexicanas y donde se trata a los partidos como jugadores grupales. Se enfatiza que, en la práctica, el desarrollo de la teoría discutida puede llevarse a cabo en todos los parlamentos que sigan reglas parecidas a los parlamentos mexicanos.

Cabe mencionar que el trabajo aquí presentado aún se describe a los JMP con las CMG. Sin embargo, existen trabajos como el de Carreras y Freixas (1996) donde este tipo de juegos simples están determinados unívocamente, salvo isomorfismo, por un vector con componentes enteros positivos y una matriz con elementos enteros no negativos. Los autores argumentan que esto es más simple e intuitivo que establecer todas las coaliciones ganadoras del juego.

Una generalización de lo anterior donde se incorpora el abstencionismo se encuentra en el trabajo de Freixas et al. (2019) donde a su vez incorpora los juegos simples *tipo (j,k)* presentados en Freixas y Zwicker (2003). En los juegos simples *(j,k)*, cada votante individual expresa uno de los j niveles de entrada, y la salida consiste en uno de los k niveles de apoyo colectivo; en este caso el juego (2,2) es el juego binario y el juego (3,2) es el juego ternario donde se considera una tercera forma de voto: la abstención (en cierta manera se generaliza el juego ternario de Felsenthal y Machover (1997)). No obstante, para llegar a esta caracterización Freixas et al. (2019) definen una serie de conceptos como el de “influyentismo” y que para fines de nuestro trabajo no se toma en cuenta y por ende no es posible retomar a dicha caracterización. En su lugar y debido al abstencionismo, se redefinen las condiciones iniciales de un JMP donde se supone que los jugadores pueden ser de carácter grupal.

Los conceptos de ausentismo y abstencionismo se buscan definir formalmente y usarlos para los distintos juegos grupales a desarrollar dentro del presente trabajo. No se ha encontrado en la literatura una formalización matemática de juegos que incorporen el ausentismo y abstencionismo de los jugadores como la que aquí se presenta. Así, el objetivo de la presente investigación es proponer y analizar juegos de mayoría ponderada que incorporen el papel del ausentismo y abstencionismo de jugadores grupales, así como aplicar dicha teoría al estudio de dos de los más recientes parlamentos mexicanos.

Para lograr el objetivo anterior se describe de manera técnica a los juegos simples e índices de poder de decisión en un primer apartado. Después se presentan los juegos propuestos, los cuales incorporan el papel del ausentismo y abstencionismo. Para aplicar la teoría desarrollada se estudian a dos de las más recientes legislaturas mexicanas, usando para ello distintos códigos formulados en *Scilab*.[3*] Finalmente, se presentan las conclusiones de la investigación.

2. Juegos de mayoría ponderada: usuales y propuestos

En esta sección se presenta la teoría de los juegos de mayoría ponderada y la propuesta de juegos de mayoría ponderada que incluyen de manera formal el ausentismo y abstencionismo de los jugadores.

2.1 Juegos simples e índices de poder

En esta subsección se discuten los principales conceptos para entender los juegos simples y ver a los juegos de mayoría ponderada como un caso particular de los mismos. Así también se presentan los principales índices de poder que se manejan

[3*] *Scilab* es un software para análisis numérico, con un lenguaje de programación de alto nivel para cálculo científico. Se usa este software por su analogía con *Matlab* pero de uso libre y por ser apto para dar solución a este tipo de problemas.

en la literatura para medir el poder de decisión de los jugadores en los juegos simples.

Se comienza entonces por analizar dos de los valores más comunes en los juegos de negociación en la teoría de juegos: los valores de Shapley (Shapley-Shubik) y de Banzhaf, dando antes la definición de un juego cooperativo.

Definición 1 (Juego cooperativo (Carreras et al., 1992: 108)). *Un juego cooperativo es un par* $\Gamma \equiv (N, v)$, *donde* N *es un conjunto de jugadores (llamada gran coalición) y* $v: 2^N \to R$ *es una función característica (donde* 2^N *denota el conjunto potencia de* N*) que asigna a cada coalición de jugadores un pago o valor, con* $v(\emptyset) = 0$.

Definición 2 (Índice de Shapley (IS) (Gilles, 2010: 75)). *Sea* $\Gamma = (N, v)$ *un juego cooperativo, con* $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ *el conjunto de jugadores y* v *su función característica. Denótese con* $S = \{n_1, n_2, \ldots, n_k\}$, $1 \le n_j \le n$, *una coalición en* N, *con* $n = |N|$ *y* $s = |S|$. *El Índice de Shapley (IS) se define como:*

$$S_i \equiv S_i(v) = \sum_{i \in S,\ S \subseteq N} \frac{(s-1)!\,(n-s)!}{n!} [v(S) - v(S \setminus \{i\})]$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i \in S,\ S \subseteq N} \frac{1}{{}_{n-1}C_{S-1}} [v(S) - v(S \setminus \{i\})],$$

$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$\text{donde } {}_{n-1}C_{s-1} = \binom{n-1}{s-1} = \frac{(n-1)!}{(n-s)!(s-1)!}.$$

En este índice de estabilidad se le da la misma probabilidad de ocurrencia a la formación de las coaliciones de tamaño $s = |S|$. Así, S_i es el valor esperado de la contribución marginal del jugador i cuando todos los órdenes de formación de la coalición son igualmente probables. Como se puede observar dicho índice depende de las combinaciones del tamaño de las diferentes coaliciones de las que el jugador i puede formar, pero sin contarse a él mismo, por ello es que se considera a ${}_{n-1}C_{s-1}$.

Definición 3 (Índice de Banzhaf (IB) (Sánchez, 1994: 103)). *En un juego cooperativo* (N, v), *como el de la definición 1, para todo* n *existe una función* β *tal que:*

$$\beta_i(v) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{S \in 2^N} [v(S) - v(S - \{i\})], \qquad \forall\, i \in N.$$

A $\beta_i(v)$ se le llama el Índice de Banzhaf (IB) correspondiente al jugador i.

Definición 4 (Juego Cooperativo Simple (JS) (Peleg y Sudholter, 2007: 16-17)). *Un Juego Cooperativo Simple o Juego Simple (JS)* v *es aquel donde para toda coalición* $S \subseteq N$ *se tiene que: i)* $v(S) = 0$ *o* $v(S) = 1$; *ii)* $v(N) = 1$; *y iii)* $v(S) \le v(T)$ *tal que* $S \subseteq T \subseteq N$.

Todo Juego Simple (JS) está determinado por la colección de coaliciones ganadoras (W) como sigue: $W = \{S \subseteq N : v(S) = 1\}$.

Observaciones: i) $N \in W$ y $\emptyset \notin W$ en todo juego v; y ii) Si $S \subseteq T$ y $S \in W \Rightarrow T \in W$.

Con base en la segunda observación, se puede acotar aún más al juego v considerando sólo la colección de coaliciones mínimas ganadoras (W^m) definida de la siguiente manera: $W^m = \{ S \subseteq T\}$.

Definición 5 (Juego de Mayoría Ponderada (JMP) (Peleg y Sudholter, 2007: 17)). *Un Juego de Mayoría Ponderada (JMP) es un caso particular de un juego (cooperativo) simple (definición 4). El juego* v *es de mayoría ponderada si existe una distribución de pesos* $w_1, w_2, \ldots, w_n$ *entre los jugadores y una cantidad de mayoría o cuota* (q) *tales que:*

$$S \in W \Leftrightarrow w(S) \ge q \Leftrightarrow v(S) = 1, \text{ con: } w(S) = \sum_{i \in S} w_i,\ \forall\, S \in W.$$

Usualmente, un JMP se representa por: $v \equiv [q;\ w_1, w_2, \ldots, w_n]$.

Definición 6 (Índice de Shapley-Shubik (ISS) (Carreras et al., 2003: 121)). *El Índice de Shapley-Shubik (ISS) es el IS restringido a juegos simples para cada jugador* i, *i.e., es un índice* $SS_i = S_i|_{JS}$ *con las siguientes características:*

i) *El jugador* i *es nulo* $\Leftrightarrow SS_i = 0 \Leftrightarrow i \notin S, \forall\, S \in W^m$.

ii) *Los jugadores* i *y* j *son equivalentes* $\Leftrightarrow SS_i = SS_j \Leftrightarrow$ *si aparecen de manera simétrica en* W^m.

iii) *Existe eficiencia* $\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} SS_i = 1$.

El IS es más apropiado cuando todos los jugadores tienen un valor común al juzgar una propuesta; esto mismo pasa para el ISS, si éstos actúan de manera dependiente. Por su parte, el IB se ajusta más cuando todos los jugadores tienen su propio valor al juzgar una propuesta determinada.

1.1 *JMP Grupal (JMPG): ausentismo y abstencionismo*

En esta subsección se discute lo que se propone como un JMP Grupal (JMPG) y lo concerniente al ausentismo y abstencionismo dentro del JMPG. Las definiciones, convenciones y resultados que aquí se discuten son de gran utilidad a la hora de modificar un JMP, mismas que son usadas durante el desarrollo de la siguiente sección aplicada. Se comienza con una definición que muestra cuándo será posible llevar a cabo un JMP en general.

Definición 7 (Existencia de Quórum). *Sea* $v = [q; w]$ *un JMP. Se tendrá existencia de Quórum cuando haya la suficiente asistencia para poder llevar a cabo el juego de votación.*

Dado que lo que se desea es trabajar con una especie de jugadores grupales, se da a continuación una definición formal de lo que es un JMP Grupal; aunque en principio parezca un caso particular de un JMP usual, en adelante se requiere ver de manera separada para que algunas definiciones y resultados tengan sentido.

Definición 8 (JMP Grupal (JMPG)). *Un JMP Grupal (JMPG) es un JMP de la forma v = [q;w], con w =* $(w_1, \ldots, w_n)$, *donde cada* w_i *es el peso de un i-ésimo jugador grupal, el cual a su vez está conformado por entes (jugadores) individuales.*

Un caso particular de un JMPG es cuando los jugadores grupales son partidos políticos. Como se puede ver, un JMPG es un caso especial de un JMP usual, de hecho, un JMP usual es un caso particular de un JMPG donde todos los jugadores grupales son jugadores individuales. Se podría hablar así de una "generalización" de un JMP usual. La razón por la que se decide referir de manera especial a un JMPG es porque más adelante se ve la necesidad de dividir al jugador de un JMP, lo cual únicamente tiene sentido si éste es grupal.

En las definiciones que siguen se trabaja con un JMPG; en más de una ocasión se refiere al jugador grupal simplemente como jugador, cuando se ha puesto en claro que se está frente a un JMPG y no a un JMP usual. Se estudia a continuación dos de los conceptos a utilizar a lo largo del desarrollo del trabajo: el ausentismo y el abstencionismo.

1.1.1 *Ausentismo*

Se comienza por definir a un JMPG donde algunos jugadores (grupales) o parte de ellos se ausentan, dando lugar a una nueva reconfiguración del juego original.

Definición 9 (Juego redefinido por ausentismo en un JMPG). *Sea $v = [q; w]$ un JMPG con $w = (w_1, \dots, w_n)$ y donde $w_s = w_1 + \cdots + w_n$. Cuando algunas partes de algunos de los jugadores grupales i, $i = 1, \dots, n$, deciden no entrar al juego, se dirá que tales "jugadores parciales" se ausentan. Lo anterior lleva a un nuevo JMPG siempre y cuando exista quórum. A dicho JMPG se le denominará JMPG redefinido por ausentismo el cual tendrá la siguiente forma:*

$$\underline{v} = \left[\underline{q}, \underline{w}\right], \text{ con } \underline{w} = w \setminus \{a_i w_i\}, \quad 0 < a_i \leq 1,$$

donde $w \setminus \{a_i w_i\}$ quiere decir que no se toma en cuenta la parte de los pesos de los jugadores i ausentes. Por su parte, $\underline{q}$ es la cuota correspondiente al considerar los pesos en $\underline{w}$; dicha cuota debe representar el mismo porcentaje que q representa con respecto a w_s del juego original. Si $a_i = 1, \forall\, i$ que se ausenta, se dirá que el ausentismo es grupal (o total); si $0 < a_i < 1, \forall\, i$ que se ausenta, se dirá que el ausentismo es parcial puro.

No es difícil convencerse que al heredar $\underline{v}$ las propiedades de v, se tenga que $\underline{v}$ también sea un JMPG. Es aquí donde se ve la importancia de tratar al JMPG como un caso especial del JMP usual, pues en este último no se podría hablar con certeza de un *jugador parcial* por la indivisibilidad de sus jugadores; por jugador parcial se refiere tanto a *jugadores parciales puros* como no puros (*jugadores grupales*). Más adelante surgirán nuevos conceptos que pongan en evidencia la relevancia de tratar al JMPG de manera especial. Acerca de la Definición 9, se puede decir aún más acerca de la forma de a_i para no caer en la indivisibilidad de sus jugadores individuales. En este sentido, a_i debe ser de la forma $a_i = \beta / |w_i|$ con $\beta \in Z^+ \cap [1, |w_i|]$, es decir, las proporciones manejadas en la definición anterior tienen sentido cuando a_i es una fracción, donde el numerador es un entero positivo entre la unidad y el peso del jugador grupal i y donde el denominador es este último. Más aún, si cada jugador individual representa un voto, entonces $|w_i| = w_i$. Para lo que sigue, se denotará al conjunto de jugadores ausentes como AU y a la coalición ganadora como CG.

Proposición 1 (Ausentismo en pro de la CG). *Sea $v = [q; w]$ un JMPG, con $q = \alpha w_s$ donde $ws = \sum_{i \in N} w_i$. Sea $\underline{v} = [\underline{q};\ \underline{w}]$ un JMPG redefinido por ausentismo, donde $AUAF = \gamma AU$ y $AUEC = (1 - \gamma) AU$, donde $0 \leq \gamma \leq 1$; con $AUAF$ y $AUEC$ el conjunto de jugadores parciales que están ausentes a favor y en contra de alguna propuesta, respectivamente. Entonces, si $\alpha > \gamma$, a medida que crece el ausentismo (siempre y cuando exista quórum) éste aumenta el margen de ganancia (mg) de una coalición ganadora (o mínima ganadora). En este sentido el ausentismo favorece al sí (sí como CG).*

Demostración. Sea $\underline{v_j} = [\underline{q_j}\ ;\ \underline{w}^j\ ]$, un JMPG redefinido por ausentismo de v donde $\underline{q_j} = \alpha \underline{w}_{sj}$ ($\underline{w}_{sj}$ la suma total de pesos en $\underline{v_j}$), para $j = 1, 2$. Supóngase que para $j = 1, 2$ el número de ausentes en $\underline{v_j}$ es au_j, con $au_1 > au_2$. Por demostrar que el margen de ganancia (mg) es mayor en $\underline{v_1}$. En general, si $S \in W$ (o a W^m) el margen de ganancia está dado por $mg = w(S) - q \geq 0$, con $w(S) = \sum_{i \in S} w_i$. Sea S una CG (mínima o no) en v_j, los JMPG originales, y tal que $\underline{S} = S - AU_{jAF}$ sigue siendo CG (quizás ya no mínima) tanto en v_1 como en v_2 cuando no se contemplan a los jugadores parciales en AU_{jAF}. Por convención, los jugadores en S son jugadores que votan a favor por lo que permítase redefinir a S como S_{AF} para hacer alusión a lo antes dicho. Así, si $au_{AF} = \gamma_j au_j$ y $au_{jEC} = \left(1 - \gamma_j\right) au_j$ con $\alpha > \gamma_j$ para $j = 1, 2$, se tendrían los siguientes márgenes de ganancia para $\underline{v}_1$ y $\underline{v}_2$, respectivamente:

$$\begin{aligned}
\underline{mg_1} &= \underline{w}^1\left(\underline{S}_{AF}\right) - \underline{q_1} \\
&= \sum_{i \in S_{AF}} w_i - au_{1AF} \\
&\quad - \alpha\left[\sum_{i \in \underline{N}_1} \underline{w}_i^1 - au_1\right], \\
\underline{mg_2} &= \underline{w}^2\left(\underline{S}_{AF}\right) - \underline{q}_2 \\
&= \sum_{i \in S_{AF}} w_i - au_{2AF} \\
&\quad - \alpha\left[\sum_{i \in \underline{N}_2} \underline{w}_i^2 - au_2\right].
\end{aligned}$$

Restando $\underline{mg_2}$ de $\underline{mg_1}$, se obtiene:

$$\begin{aligned}
\underline{mg_1} - \underline{mg_2} &= au_{2AF} - au_{1AF} + \alpha(au_1 - au_2) \\
&= \gamma_2 au_2 - \gamma_1 au_1 + \alpha(au_1 - au_2) \\
&= (\alpha - \gamma_1) au_1 - (\alpha - \gamma_2) au_2,
\end{aligned}$$

y si $\rho = min(\alpha - \gamma_1\ ,\ \alpha - \gamma_2) > 0$, se tiene: $\underline{mg_1} - \underline{mg_2} > \rho^{\frown > 0}\ (au_1 - au_2)^{\frown p.h. > 0} > 0 \Rightarrow \underline{mg_1} > \underline{mg_2}$, demostrando lo que se quería. ■

Definición 10 (Ausentismo en contra en un JMPG). *En un JMPG redefinido por ausentismo se dirá que los jugadores ausentes coparticipan con la oposición o que simplemente juegan en contra, en caso de no ausentarse, si no tienen incentivos suficientes para votar a favor, aun cuando votar a favor signifique estar en la CG.*

Definición 11 (Ausentismo a favor en un JMPG). *En un JMPG redefinido por ausentismo se dirá que los jugadores ausentes coparticipan con el sí o que simplemente juegan con la CG, en caso de no ausentarse, si no tienen incentivos suficientes para votar en contra.*

2.2.2 Abstencionismo

Se estudia ahora un JMPG donde algunos jugadores grupales o jugadores parciales se abstienen, lo que modifica la estructura del JMPG original.

Definición 12 (Juego redefinido por abstencionismo en un JMPG). *Sea $v = [q;\, w]$, con $w = (w_1, \ldots, w_n)$ un JMPG. Cuando algunas partes de algunos jugadores i, $i = 1, \ldots, n$, deciden entrar al juego, pero no participar, se dirá que tales jugadores parciales se abstienen. Siempre y cuando exista quórum, la situación anterior llevará a un nuevo JMPG. Se referirá a tal JMPG como JMPG redefinido por abstencionismo, mismo que se representará como:*

$$\underline{v} = [q, \underline{w}],\ con\ \underline{w} = w \setminus \{a_i w_i\},\ 0 < a_i \leq 1,$$

donde q se mantiene igual que en el JMPG original y donde $\underline{w}$ es el vector de pesos sin tomar en cuenta los pesos de los jugadores parciales que se abstienen. Si $a_i = 1, \forall\, i$ que se abstenga, se dirá que el abstencionismo es grupal (o total); si $0 < a_i < 1$, $\forall\, i$ que se abstenga, se dirá que el abstencionismo es parcial puro.

Al igual que en el juego redefinido por ausentismo, en este juego redefinido a_i también debe ser de la forma $a_i = \beta/|w_i|$ con $\beta \in Z^+ \cap [1, |w_i|]$, donde $|w_i| = w_i$ cuando cada jugador individual aporta un voto. De forma general, el abstencionismo ocurre cuando a pesar de estar presentes los jugadores parciales en un JMPG, éstos deciden no emitir un voto nominal (ni sí, ni no). Así, la única opción que les queda a los jugadores individuales en este JMPG redefinido es optar por ausentarse en lugar de abstenerse. Así, si se denota a AB como el conjunto de jugadores parciales que se abstienen y AF, AU y EC como antes, se tiene el siguiente resultado.

Proposición 2 (Abstencionismo en contra de la CG). *Sea $v = [q; w]$ un JMPG, con $\alpha = w_s$ ($ws = \sum_{i \in N} w_i$). Sea $\underline{v} = [q; \underline{w}]$ un JMPG redefinido por abstencionismo. Supóngase que en el conjunto $AU = \underline{AU}$ es constante. Entonces, en cuanto más aumenta el abstencionismo (siempre y cuando exista quórum) éste disminuye el margen de ganancia (mg) de la CG. En este sentido el abstencionismo perjudica al sí (sí como CG) o lo que es lo mismo, favorece al no (a la oposición).*

Demostración. Sea $\underline{v_j} = [q_j;\, \underline{w_j}]$ un JMPG redefinido por abstencionismo de v, donde $q_j = \alpha \underline{w}_{sj}$ (con $\underline{w}_{sj} = \sum_{i \in \underline{N_j}} \underline{w}_i^j$ la suma total de pesos en $\underline{v_j}$), para $j = 1, 2.$ Sea ab_j el número de abstenientes en $\underline{v_j}$, para $j = 1, 2$, donde $ab_1 > ab_2$. Se debe demostrar que el mg es menor en $\underline{v_1}$. Para $j = 1, 2$, se tiene que: $\underline{N_j} = AF + EC - \underline{AU} + AB_j$. Sea $\underline{n_j} = |\underline{N_j}|$. De la suma de conjuntos anteriores se tiene que $\underline{n_1} - \underline{n_2} = ab_1 - ab_2$; como $ab_1 > ab_2$, entonces $ab_1 - ab_2 > 0$ y por tanto $\underline{n_1} > \underline{n_2}$. Lo anterior implica que el quórum es menor en $\underline{v_2}$ que en $\underline{v_1}$ y que, por tanto:

$$\sum_{i \in \underline{N_2}} \underline{w}_i^2 < \sum_{i \in \underline{N_1}} \underline{w}_i^1. \tag{1}$$

Por otro lado, sea $S = S_{AF}$ (S_{AF} por convención) una CG (mínima o no) en v_j y tal que $\underline{S}_{AF}$ lo sigue siendo en $\underline{v}_j$ cuando no se contemplan a los ausentes en el conjunto constante $\underline{AU}$ y cuando se toman en cuenta a sus conjuntos AB_j correspondientes. Ahora, tomando en cuenta que $AU = \underline{AU}$, entonces $au = |AU| = \underline{au}$ y por tanto $au_{AF} = \underline{au}_{AF}$ son constantes para ambos juegos redefinidos. Así, se tienen los siguientes márgenes de ganancia para $\underline{v}_1$ y $\underline{v}_2$, respectivamente:

$$\underline{mg_1} = \underline{w}_1(\underline{S}_{AF}) - q_1 = \sum_{i \in S_{AF}} w_i - \underline{au}_{AF} - \alpha\Big[\sum_{i \in \underline{N_1}} \underline{w}_i^1 - \underline{au}\,\Big],$$

$$\underline{mg_2} = \underline{w}_2(\underline{S}_{AF}) - q_2 = \sum_{i \in S_{AF}} w_i - \underline{au}_{AF} - \alpha\Big[\sum_{i \in \underline{N_2}} \underline{w}_i^2 - \underline{au}\,\Big],$$

Haciendo $\underline{mg_1} - \underline{mg_2}$, se tiene:

$$\underline{mg_1} - \underline{mg_2} = \overbrace{\alpha}^{>0}\Big(\sum_{i \in \underline{N_2}} \underline{w}_i^2 - \overbrace{\sum_{i \in \underline{N_1}} \underline{w}_i^1}^{<0,\ por\ \text{¨}(1)\text{¨}}\Big) < 0 \Rightarrow \underline{mg_1} < \underline{mg_2}. \ \blacksquare$$

Ambos juegos redefinidos en esta sección modifican la estructura del JMPG original, donde el primero de ellos (el modificado por ausentismo) altera tanto la cuota como la distribución de pesos, a diferencia del segundo (el modificado por abstencionismo) que sólo cambia la distribución de pesos, pues los jugadores que se abstienen en realidad sí están participando en el JMPG, pero con una especie de voto nulo. Se ha demostrado que el ausentismo favorece al sí (sí como CG) y por su parte, el abstencionismo favorece al no (la coalición perdedora).

3. Aplicación de los juegos al caso mexicano

En esta sección se presentan resultados representativos de la LXII y LXIV Legislaturas donde se ha aplicado la teoría desarrollada en la sección anterior. Se aclara que el hecho de trabajar con estas dos legislaturas es para fines comparativos entre las primeras legislaturas de dos periodos presidenciales diferentes. Sin embargo, se pone de manifiesto que la teoría propuesta se puede aplicar a cualquier otra legislatura nacional o local, inclusive de otros países donde se tenga un sistema político como el mexicano.

Las elecciones electorales de 2012 en México pusieron fin a 12 años de administraciones panistas y devolvió al PRI a la presidencia y una mayoría considerable en las cámaras de diputados y senadores. Tras estas elecciones, en la LXII CdD el PAN pasaría a ser segunda fuerza política y el PRD se quedaría con la tercera posición, después de que su candidato a la presidencia Andrés Manuel López Obrador (AMLO) fallara en su segundo intento por ganar la Presidencia, ocasionando descontento social en algunos sectores de la sociedad. La composición completa de la LXII CdD se muestra en el Cuadro 1, donde se presenta a los siete partidos ordenados de mayor a menor en número de escaños; dichos partidos, serán los jugadores que intervengan en los JMPG analizados.

Cuadro 1. Composición de la LXII CdD, periodo 2012-2015

Jugador	Partido	Escaños
1	PRI (Partido Revolucionario Institucional)	213
2	PAN (Partido Acción Nacional)	114
3	PRD (Partido de la Revolución Democrática)	101
4	PVEM (Partido Verde Ecologista de México)	28
5	MC (Movimiento Ciudadano)	20
6	PT (Partido del Trabajo)	14
7	PANAL (Partido Nueva Alianza)	10
Total		500

Fuente: Elaboración propia con información de Cámara de Diputados LXII Legislatura (s.f.).

Como cuota (o umbral) del JMPG se usa la mayoría relativa calificada (o simplemente mayoría calificada) que es la que se necesita para aprobar reformas constitucionales, representada por las dos terceras partes del total, es decir de $q = 334$ (se toma la parte entera redondeada hacia arriba).[4] Con lo anterior, se puede formular el siguiente JMPG:

$$v = [334;\ 213, 114, 101, 28, 20, 14, 10].$$

En el Cuadro 3 se redefinirá este juego con la ausencia y abstinencia de los partidos PVEM y PANAL.

Seis años después llegarían las elecciones del 2018, donde el PRI llegaba con un antecedente nada halagador pues su presidente en el poder, Enrique Peña Nieto, contaba con un 86 % de desaprobación para el año 2017 (Soto, 2017). Además, desde la Legislatura anterior, el partido Movimiento de Regeneración Nacional (MRN) había comenzado a ganar terreno dentro de las cámaras legislativas (en particular en la CdD) y las expectativas de un triunfo presidencial por parte de AMLO a la Presidencia en su tercer intento eran altas. El efecto de la popularidad de AMLO trajo como consecuencia un gran cambio en la configuración de los parlamentos políticos, donde MRN tendría incluso la mayoría absoluta en la LXIV CdD, relegando por mucho al PAN y al PRI a ser segunda y tercera fuerza política de dicha legislatura, respectivamente. La composición completa de la LXIV Legislatura con los nueve jugadores, incluyendo un nuevo partido y un grupo de candidatos independientes, se puede ver en el Cuadro 2.

Cuadro 2. Composición de la LXIV CdD, periodo 2018-2021

Jugador	Partido	Escaños
1	MRN (Movimiento Regeneración Nacional)	258
2	PAN (Partido Acción Nacional)	78
3	PRI (Partido Revolucionario Institucional)	47
4	PES (Partido Encuentro Social)	28
5	PT (Partido del Trabajo)	28
6	MC (Movimiento Ciudadano)	28
7	PRD (Partido de la Revolución Democrática)	12
8	PVEM (Partido Verde Ecologista de México)	11
9	IND (Grupo independiente o sin partido)	10
Total		500

Fuente: Elaboración propia con información de Cámara de Diputados LXIV Legislatura (s.f.).

Cabe mencionar que para los juegos de la LXIV Legislatura, al grupo de diputados independientes, denominado IND, se hizo la consideración que votan en un sólo bloque, ello como una manera de tener un mayor contrapeso respecto a los demás partidos políticos.[5] Se pudo comprobar con los JMPGs de esta legislatura, que, de tratar a cada diputado independiente como un solo jugador, sus índices de poder eran prácticamente nulos (menores al 0.01 % en el caso del JMPG redefinido por ausentismo y menores al 0.33 % en el caso del JMPG redefinido por abstencionismo) y donde los resultados para los demás partidos políticos eran análogos con un ligero beneficio a los partidos con más diputados (con mayor diferencia para MRN y el PRI en el JMPG redefinido por ausentismo y abstencionismo, respectivamente).

Usando la misma cuota de mayoría que en la LXII Legislatura, se puede formular el siguiente JMPG (mismo juego que se redefine en el Cuadro 3 con la ausencia y abstinencia del PAN):

$$v = [334;\ 258, 78, 47, 28, 28, 28, 12, 11, 10].$$

Con este contexto en mente y con la información presentada en el Cuadro 1 y Cuadro 2, se presenta en el Cuadro 3, a manera de ejemplo de aplicación de la teoría desarrollada en la sección anterior, juegos redefinidos por ausentismo y por abstencionismo: dos juegos para la LXII CdD y dos juegos para la LXIV CdD. Se considera un Quórum de 375 miembros de la CdD, una cuota de mayoría calificada de 334 votos y los pesos de cada partido en cada legislatura correspondiente. Cabe mencionar que el ausentismo y abstencionismo dentro de las cámaras se pudieron identificar como una práctica real de los diputados durante diferentes acuerdos; ejemplo de ello fue la manera en la que se votaron las distintas reformas estructurales durante la LXII Legislatura derivadas del “Pacto por México” y de la votación de los diferentes presupuestos de egreso durante esa misma legislatura (ver Cámara de Diputados (2012a, 2012b, 2012c, 2013a, 2013b, 2013c, 2013d, 2013e, 2014)).

En lo que respecta a la LXII Legislatura, debido al constante apoyo de los partidos PVEM y PANAL al partido en el poder durante esa legislatura, el PRI, se hace la suposición que sean dichos partidos los que se ausenten o se abstengan en los dos primeros juegos presentados del Cuadro 3. En lo que respecta a la LXIV Legislatura, se supuso la ausencia o abstinencia del PAN, ello para ver su papel en este tipo de participación de los juegos al ser dicho partido la principal oposición de MRN durante esta legislatura.

Los casos representativos presentados son sólo algunos de muchos otros que se pueden analizar. En el trabajo de Larios-Ferrer (2019) se presentan otros escenarios para ambas legislaturas, donde se analiza la división de los partidos más grandes, es decir, donde una parte de ellos se ausenta o se abstiene. Por ejemplo, para el caso de la LXII Legislatura, se pudo comprobar que el ausentismo de la mitad del PAN y de la mitad del PRD, conlleva a que dichos partidos igualen en su poder de decisión y que el PRI aumente su poder en casi un 10 %; por otro lado, al abstenerse ambos partidos en esa misma

[4] Con información de Sistema de Información Legislativa [SIL] (s.f.).

[5] Importante recordar que es a partir de la reforma político-electoral de 2014 que esta figura se vuelve una realidad tangible y viable para los siguientes procesos electorales, quedando establecido en el artículo 35, fracción II (Morales-Martínez, 2019). En la LXII Legislatura no se contó con este tipo de diputaciones.

proporción, los dos (PAN y PRD) comparten el mismo poder de decisión, pero ahora el PRI disminuye de manera considerable su poder en casi un 23 % del mismo.[6]

El resultado de cada juego (cada fila del Cuadro 3) incluye el número de CGs, el número de CMGs (dándolas a conocer en este caso) y los índices de poder de decisión: ISS e IB, para cada partido. En la primera columna de dicho cuadro se presentan los partidos que se ausentan o abstienen; en la segunda columna el JMPG redefinido donde la primera entrada del vector representa la cuota de mayoría y las demás entradas representan los votos de los partidos, ordenados de mayor a menor; en la tercera columna se presenta solamente el número de CGs (no se presentan las coaliciones como tal por no considerarse tan relevantes como sí lo son las CMGs); en la cuarta columna se presenta el total de CMGs y donde cada vector del conjunto W^m representa una CMG y donde los números que hay en dicho vector representan los partidos políticos con base a la numeración de los cuadros 1 y 2, dependiendo de la legislatura analizada; por último, en la quinta y sexta columna se encuentran los valores otorgados a cada partido por el ISS e IB, respectivamente, donde el valor de la i-ésima fila le corresponde al índice de poder del i-ésimo partido con la numeración antes mencionada. Se considera que tanto el IB como el ISS proporcionan información complementaria pues ambos índices miden tanto la capacidad de un jugador para aprobar una propuesta como para bloquearla (ver Dubey y Shapley (1979)). La diferencia entre tomar uno u otro resultado de las simulaciones realizadas radica en el tipo de propuesta y la valoración de esta por parte de los partidos políticos, donde es recomendable tomar el valor del ISS cuando se considere que éstos actúen de manera dependiente y al IB si se considera que los partidos son más independientes de juzgar dicha propuesta.

En la LXII legislatura al tratar a los “aliados naturales” del PRI, es decir, al jugador 4 (el PVEM) y al jugador 7 (el PANAL) como ausentes, se vio un cambio radical en la repartición de poder en el JMPG redefinido con respecto al JMPG original. En ausencia del PVEM y del PANAL, el poder se reparte entre las tres principales fuerzas y donde el PRI aumenta su poder de decisión en un 6%; sin embargo, al considerar a estos aliados naturales del PRI como abstinentes, el PRI se ve afectado en un 7%; todo lo anterior tomando en cuenta al ISS (con el IB se obtienen resultados similares).

Dentro de la LXIV legislatura, se encontró que con MORENA en el poder su papel de primera fuerza sería más marcada (por arriba del PRI en legislaturas recientes), ya que en casi todos los escenarios le bastaba con sus aliados (el PT y el PES) para aprobar acuerdos de manera mínima. Algo interesante que se observó es que, ante la ausencia completa del PAN, MRN aumenta su poder a poco más del 80%, un porcentaje mayor al 66% de poder inicial con el juego original, es decir donde no existe ausentismo. Por otro lado, con la total abstinencia del PAN el partido MORENA tiene el menor poder de todos los casos analizados al contar con menos del 54% del poder de decisión.

Los casos representativos presentados son sólo algunos de muchos otros que se pueden analizar. En el trabajo de Larios-Ferrer (2019) se presentan otros escenarios para ambas legislaturas, donde se analiza la división de los partidos más grandes, es decir, donde una parte de ellos se ausenta o se abstiene. Por ejemplo, para el caso de la LXII Legislatura, se pudo comprobar que el ausentismo de la mitad del PAN y de la mitad del PRD, conllevaban a que dichos partidos igualaran en su poder de decisión y que el PRI aumentara su poder en casi un 10 %; por otro lado, al abstenerse en esa misma proporción ambos partidos, los dos (PAN y PRD) comparten el mismo poder de decisión, pero ahora el PRI disminuye de manera considerable su poder en casi un 23 % del mismo.[7]

También, dentro de las simulaciones, se pueden considerar aquellas configuraciones no naturales donde existen partidos políticos con una forma de voto a conveniencia (sin respetar ideologías). Algo de esto se hace en el trabajo de Larios-Ferrer (2019) pero para el valor coalicional de Owen, donde se analizan coaliciones naturales (debido al carácter ideológico de sus partidos) así como coaliciones no naturales.

4. Conclusiones

El presente trabajo propone juegos de mayoría ponderada (JMPs) con la incorporación del ausentismo y abstencionismo en su análisis, así como la aplicación de dicha teoría a la estabilidad de las coaliciones en la composición más reciente de las cámaras mexicanas. En este trabajo fue necesario recurrir a la Nueva Economía Política (NEP), específicamente a la teoría de juegos. El óptimo desarrollo de este trabajo se complementó con el uso de códigos de programación desarrollados en *Scilab*. Dentro de la teoría desarrollada se logró dar una generalización de los JMPs a los JMPGs, pues el primero de ellos estaría representado por un JMPG donde todos los jugadores grupales son jugadores individuales.

La definición del JMPG permite presentar de manera formal a los juegos redefinidos por ausentismo y por abstencionismo, originando dos tipos de ausencia y abstinencia: grupal o parcial pura. Se demostró, bajo ciertas hipótesis, que el ausentismo favorece a la coalición ganadora y que el abstencionismo perjudica a dicha coalición. Estas definiciones y resultados sirvieron para probar la “coparticipación” de los jugadores ausentes o en abstención en los casos prácticos referentes al estudio de dos cámaras mexicanas totalmente diferentes en su composición. Dicho papel de coparticipación por lo regular es llevado a cabo por la oposición, la izquierda para la legislatura LXII y la derecha para la LXIV y LXV. En este tipo de juegos es de gran ayuda tener aliados naturales para poder hacer uso de ellos cuando sea necesario y poder ganar los juegos. Así como hubo relativa estabilidad política durante la primera legislatura del anterior sexenio priista se esperaba que con MORENA también existiera dicha estabilidad de coalición, al menos dentro de su primera legislatura (2018-2021). La agenda futura de investigación es amplia; por ejemplo, se puede analizar este

[6] Para estos resultados del ausentismo, ver Larios-Ferrer (2019: 171-172) y para los resultados del abstencionismo consultar Larios-Ferrer (2019: 179-180). En el caso de la LXIV Legislatura, en este mismo trabajo se pueden consultar este tipo de escenarios para el ausentismo y abstencionismo, pero usando una configuración un poco diferente a la presentada en este artículo, pues en su momento para esta legislatura se usaron algunos pronósticos de su configuración.

[7] Para estos resultados del ausentismo, ver Larios-Ferrer (2019: 171-172) y para los resultados del abstencionismo consultar Larios-Ferrer (2019: 179-180). En el caso de la LXIV Legislatura, en este mismo trabajo se pueden consultar este tipo de escenarios para el ausentismo y abstencionismo, pero usando una configuración un poco diferente a la presentada en este artículo, pues en su momento para esta legislatura se usaron algunos pronósticos de su configuración.

mismo ejercicio de una manera más amplia para otras legislaturas locales o de carácter nacional, como para la Cámara de Senadores, así somo estudiar cómo se modifica el poder de decisión de las coaliciones a lo largo de una legislatura. La importancia de la matematización de este tipo de tópicos es que con ayuda de simulaciones se pueden obtener múltiples formas de ganar los juegos y evitar así que se estanquen los acuerdos, lo que resulte en el incumplimiento de varios compromisos de campaña y desatar así un enojo social y generar incertidumbre en más variables económicas.

Cuadro 3. Resumen de algunos casos de un JMPG redefinido por ausentismo y abstencionismo de la LXII y LXIV CdD, con periodos legislativos 2012-2015 y 2018-2021, respectivamente

Jugadores i[(1)]	**JMPG Redefinido (por ausentismo o abstencionismo) [(1)]**	**Núm. de CGs[(2)]**	**Núm. de CGs Mínimas (CMGs)[(3)]**	**ISS[(4)]**	**IB[(5)]**
Ausentismo en LXII: 4 (PVEM) 7 (PANAL)	$v = [308;\ 213, 114, 101, 20, 14]$	12	2 en total: $W^m = ((1,2)\ (1,3)\ )$	$(0.6666\ 0.$	$(0.6000\ 0.$
Abstencionismo en LXII: 4 (PVEM) 7 (PANAL)	$v = [334;\ 213, 114, 101, 0, 20, 14, 0]$	36	$4\ en\ total$ $W^m = ((1,2,3)\ (1,2,5)$	$(0.5333\ 0.$	$(0.4285\ 0.$
Ausentismo en LXIV: 2 (PAN)	$v = [282;\ 258, 47, 28, 28, 28, 12, 11, 10]$	121	$5\ en\ total$ $W^m = ((1,3)\ (1,4)\ (1,$	$(0.8035\ N$	$(0.7960\ N$
Abstencionismo en LXIV: 2 (PAN)	$v = [334;\ 258, 0, 47, 28, 28, 28, 12, 11, 10]$	148	13 en total. Las de menor tamaño: $W^m = (\ (1,3,4,5)\ \ (1,$	$(0.5357\ 0$	$(0.3737\ 0$

Notas: Cada fila del cuadro representa un juego diferente. La primera columna contiene información de los jugadores que se ausentan o abstienen; en la segunda columna se presenta el JMPG redefinido correspondiente usando información de los cuadros 1 y 2; los resultados incluyen información de CGs (columna 3), información de CMGs (columna 4) y los índices de poder de decisión: ISS e IB, para cada partido (columnas 5 y 6, respectivamente). (1) La numeración y peso de cada jugador se hace con respecto a los cuadros 1 y 2; (2) Coaliciones ganadoras; (3) Coaliciones mínimas ganadoras; (4) Índice de Shapley-Shubik; (5) Índice de Banzhaf; (6) Se refiere a que no participa.

Fuente: Elaboración propia con información de Cámara de Diputados LXII Legislatura (s.f.) y Cámara de Diputados LXIV Legislatura (s.f.).

5. Referencias

Benton, A. L. (2007). The strategic struggle for patronage: political careers, state largesse and factionalism in Latin America. *Journal of Theoretical Politics*, 19(1), 55-82. Doi: 10.1177/0951629807071019

Bonilla-Melendez, C. A. (2004). A Model of Political Competition in the Underlying Space of Ideology. *Public Choice-Springer*, *121*(1/2), 51-67. Doi: 10.1007/s11127-004-6157-y

Bonilla-Melendez, C. A. y Gatica-Arreola, L. A. (2005). Economía Política Neoclásica y la América Latina: Una mirada a la bibliografía. *El Trimestre Económico-FCE*, *72*(285-1), 179-211.

Cámara de Diputados (2012a). De la Comisión de Presupuesto y Cuenta Pública, con proyecto de decreto de Presupuesto de Egresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal de 2013 (votación). *Gaceta Parlamentaria*, *3671-A:* 1-126. Disponible en: <http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2012/dic/20121220-A.pdf> [Consultado el 20 de agosto de 2019].

Cámara de Diputados (2012c). Minuta con proyecto de decreto, que reforma y adiciona diversas disposiciones de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en materia de educación (votación). *Gaceta Parlamentaria*, *3672-II:* 1-13. Disponible en: <http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2012/dic/20121221-II.pdf> [Consultado el 20 de agosto de 2019].

Cámara de Diputados (2013a). De la Comisión de Hacienda y Crédito Público, con proyecto de decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones de la Ley del Impuesto al Valor Agregado, de la Ley del Impuesto Especial sobre Producción y Servicios, de la Ley Federal de Derechos y se expide la Ley del Impuesto sobre la Renta (votación). *Gaceta Parlamentaria*, *3887-IX:* 1-918. Disponible en: <http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/oct/20131017-IX.pdf> [Consultado el 20 de agosto de 2019].

Cámara de Diputados (2013a). De la Comisión de Hacienda y Crédito Público, con proyecto de decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones de la Ley del Impuesto al Valor Agregado, de la Ley del Impuesto Especial sobre Producción y Servicios, de la Ley Federal de Derechos y se expide la Ley del Impuesto sobre la Renta (votación). *Gaceta Parlamentaria*, *3887-IX:* 1-918. Disponible en: <http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/oct/20131017-IX.pdf> [Consultado el 20 de agosto de 2019].

Cámara de Diputados (2013b). De la Comisión de Presupuesto y Cuenta Pública, con proyecto de decreto de Presupuesto de Egresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal de 2014 (votación). *Gaceta Parlamentaria*, *3906-A:* 1-130. Disponible en: <http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/nov/20131113-A.pdf> [Consultado el 20 de agosto de 2019].

Cámara de Diputados (2013c). De las Comisiones Unidas de Hacienda y Crédito Público y de Justicia, con proyecto de decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones en materia financiera y se expide la Ley de Agrupaciones Financieras (votación). *Gaceta Parlamentaria*, *3859-II-A:* 1-756. Disponible en: <http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/sep/20130910-IIA.pdf> [Consultado el 20 de agosto de 2019].

Cámara de Diputados (2013d). Minuta de la Cámara de Senadores, con proyecto de decreto que reforma, adiciona y deroga diversas disposiciones de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en materia político-electoral (votación). *Gaceta Parlamentaria*, *3921-II:* 1-60. Disponible en: <http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/dic/20131205-II.pdf> [Consultado el 20 de agosto de 2019].

Cámara de Diputados (2013e). Minuta de la Cámara de Senadores, con proyecto de decreto, por el que se reforman y adicionan diversas disposiciones de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en materia de energía (votación). *Gaceta Parlamentaria*, *3925-VIII:* 1-34. Disponible en: <http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2013/dic/20131211-VIII.pdf> [Consultado el 20 de agosto de 2019].

Cámara de Diputados (2014). De la Comisión de Presupuesto y Cuenta Pública, con proyecto de decreto de Presupuesto de Egresos de la Federación para el Ejercicio Fiscal de 2014 (votación). *Gaceta Parlamentaria*, *4155-A:* 1-114. Disponible en: <http://gaceta.diputados.gob.mx/PDF/62/2014/nov/20141113-A.pdf> [Consultado el 20 de agosto de 2019].

Cámara de Diputados LXII Legislatura (s.f.). Composición porcentual de los Grupos Parlamentarios en la Cámara de Diputados. Recuperado el 22 de junio de 2019 de http://www.diputados.gob.mx/

Cámara de Diputados LXIV Legislatura (s.f.). Composición porcentual de los Grupos Parlamentarios en la Cámara de Diputados. Recuperado el 22 de junio de 2019 de http://www.diputados.gob.mx/

Carreras, F., Amer, R. y Magaña, A. (2003). Juegos simples e índice de poder de Shapley-Shubik. *Revista de estudios políticos (Nueva Época)*, *121*, 107-136.

Carreras, F., García-Jurado, I. y Pacios, M. A. (1992). Estudio coalicional de los parlamentos autonómicos españoles de régimen común. *Documento de Trabajo 92-13 (Serie de Economía 08)*, 1-21.

Carreras, F. y Freixas, J. (1996). Complete simple games, *Mathematical Social Sciences*, 32: 139-155.

Carreras, F. y Owen, G. (1995). Valor coalicional y estrategias parlamentarias. *Revista Española de Investigaciones Sociológicas*, *71/72*, 157-176.

Disponible en: http://reis.cis.es/REIS/PDF/REIS_071_072_08.pdf [Consultado el 15 de marzo de 2019].

Clerici, P. (2018) Coaliciones electorales y desempeño legislativo: dos juegos desconectados. *Revista de la Sociedad Argentina de Análisis Político*, 12(1), 157-177.

Dubey, P. y Shapley, L. S. (1979). Mathematical properties of the Banzhaf power index. *Mathematics of Operations Research*, 4, 99-131.

Felsenthal, D. y Machover, M. (1997). Ternary Voting Games. *International Journal of Game Theory*, 26, 335-351.

Doi: 10.1007/BF01263275.

Freixas, J., Tchantcho, B. y Tsague, B. P. (2019). A parameterization for a class of complete games with abstention. *Discrete Applied Mathematics-Elsevier*, 255, 21-39. Doi: 10.1016/j.dam.2018.07.032.

Feddersen, Timothy J.; Pesendorfer, Wolfgang (1995). The Swing Voter's Curse, Discussion Paper, No. 1064, Northwestern University, Kellogg School of Management, Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science, Evanston, IL.

Freixas, J. y Zwicker, W.S. (2003). Weighted voting, abstention and multiple levels of approval, *Social Choice and Welfare*, 21: 399-431.

Gilles, R. P. (2010). *The Cooperative Game Theory of Networks and Hierarchies*. USA: Springer.

Geddes, B. (1991). A Game Theoretic Model of Reform in Latin American Democracies. *American Political Science Review*, *85*(2), 371-392. Doi: 10.2307/1963165

Hernández, O. I. y Venegas, F. (2017). Contienda entre dos partidos políticos racionales: Un enfoque de juegos diferenciales estocásticos. *Economía y Sociedad*, XXI (36), 111-126.

Hinich, M. J. y Munger, M. C. (1994). *Ideology and the Theory of Political Choice*. Ann Arbor, USA: University of Michigan Press.

Hunter, W. (1998). Negotiating Civil-Military Relations in Post-Authoritarian Argentina and Chile. *International Studies Quarterly*, *42*(2), 295-317.

Larios-Ferrer, J. L. (2019). *Análisis de la estabilidad en las coaliciones políticas mexicanas y su impacto en el riesgo país* [Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma Metropolitana]. http://hdl.handle.net/11191/6129

Mijangos González, C.U. (2014). Nuevas formas para explicar la participación y el abstencionismo electorales en el Estado de México, *Apuntes electorales*, Año XIII núm. 51, 141-188.

Morales-Martínez, G. N. (2019). Candidaturas independientes: una nueva figura en México. En Espíndola-Morales, L. y Flores-Pantoja, R. (Coord.), Diálogos democráticos (pp. 173-188). Querétaro, México: IEEQ.

Nacif-Hernández, B. (2003). Policy Making Under Divided Government in Mexico. *Working Paper 305*, Kellogg Institute.

Peleg, B. y Sudholter, P. (2007). *Introduction to the Theory of Cooperative Games (2nd Ed.)*. USA: Springer.

Przeworski, B. (1991). *Democracy and the Market: Political and Economic Reforms in Eastern Europe and Latin America*. Nueva York, USA: Cambridge University Press.

Riker, W. H. (2001). Teoría de juegos y de las coaliciones políticas. En A. Batlle (Ed.), *Diez textos básicos de ciencia política* (pp. 151-169). Barcelona, España: Editorial Ariel.

Rodrigo, J. (2016) Matemáticas y competición política. *Pensamiento matemático*, VI(1), 93-106.

Rodrigo, J; López, M. y Lantarón, R. (2019) Estudio del equilibrio mínimo en un modelo circular de competición política. *Pensamiento matemático*, IX(1), 27-40.

Rodríguez-Carrillo, J. M. y Santacruz-Fernández, R. (2016). Coaliciones legislativas ganadoras en la Cámara de Diputados de México en la LXII Legislatura (2012-2015). *TLA-MELAUA, Revista de Ciencias Sociales, BUAP*, 39, 33-56. Disponible en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1870-69162016000100032 [Consultado el 12 de enero de 2019].

Sánchez, S. F. (1994). *Introducción a la matemática de los juegos*. DF, México: Siglo XXI Editores.

Sistema de Información Legislativa-SIL. (s.f.). Mayoría calificada. Recuperado el 22 de junio de 2019 de http://sil.gobernacion.gob.mx/Glosario/definicionpop.php?ID=152

Soto, Elidet (31 de agosto de 2017). Así llega Enrique Peña Nieto a su Quinto Informe de Gobierno. Nación 321. Consultado el 10 de enero de 2022.

Troumpounis, O. (2011). *Electoral systems and forms of abstention* [Tesis de Doctorado, Universidad Autónoma de Barcelona]. https://digital.csic.es/bitstream/10261/46323/1/tesis-Orestis-Troumpounis.pdf

Tuesta Soldevilla, F. (2003). Abstencionismo y ausentismo, ¿son iguales?, *Elecciones*, 2, 51-58.

Wittman, D. A. (1983). A Synthesis of Alternative Theories. *The American Political Science Review*, *77*(1), 142-157.