

## Regulación de la tensión eléctrica de un convertidor CD-CD tipo Buck para una celda de electrocoagulación

### Voltage regulation of a DC-DC Buck type converter for an electrocoagulation cell

L. A. Cantera-Cantera <sup>a</sup>, J. L. Luna-Pineda <sup>b,\*</sup>, E. W. Zurita-Bustamante <sup>c</sup>, Á. Calvillo-Téllez <sup>d</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Ingeniería en Control y Automatización, Instituto Politécnico Nacional, ESIME, 07738, CDMX, México.

<sup>b</sup>Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos no. 9, Instituto Politécnico Nacional, 11400, CDMX, México.

<sup>c</sup>Departamento de Ingeniería Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, ESIME, 07738, CDMX, México.

<sup>d</sup>Instituto Politécnico Nacional, CITEDI, 22435, Tijuana, Baja California, México.

#### Resumen

La electrocoagulación (EC) es un proceso electroquímico para desestabilizar contaminantes presentes en el agua mediante la aplicación de energía eléctrica, a través de electrodos sumergidos en el agua. Uno de los factores que afectan el proceso de EC es el suministro de la energía eléctrica, ésta se cuantifica mediante la densidad de corriente, que relaciona la corriente aplicada y el área de los electrodos. Diferentes autores sugieren que, para obtener un mejor desempeño en el proceso de EC, la densidad de corriente se debe mantener constante. Sin embargo, debido a la variación en la resistividad del agua, existirán cambios en la densidad de corriente aplicada, disminuyendo la eficiencia de remoción de contaminantes. Con el objetivo de mantener constante a la tensión en una celda de electrocoagulación, este trabajo se presenta el modelado, diseño y simulación de controladores Proporcional Integral Derivativo (PID) y Proporcional Derivativo más un Observador Proporcional Integral Generalizado (PD+GPI por sus siglas en inglés) para la regulación de la tensión eléctrica en el proceso de electrocoagulación para el tratamiento de aguas grises mediante un convertidor CD-CD tipo Buck.

**Palabras Clave:** Electrocoagulación, Convertidor Buck, Controlador PID, Controlador PD+GPI, Regulación de tensión.

#### Abstract

Electrocoagulation (EC) is an electrochemical process to destabilize contaminants present in water by applying electrical energy through electrodes immersed in water. One of the factors that emerge from the EC process is the supply of electrical energy, this is quantified by the current density, which relates the applied current and the area of the electrodes. Different authors suggest that, to obtain a better performance in the EC process, the current density should be kept constant. However, due to the variation in the resistivity of the water, there will be changes in the applied current density, decreasing the efficiency of contaminant removal. With the objective of keeping the voltage constant in an electrocoagulation cell, this work presents the modeling, design and simulation of PID and PD+GPI controllers for the regulation of the electrical voltage in the electrocoagulation process for the treatment of gray water by a Buck type DC-DC converter.

**Keywords:** Electrocoagulation, Buck converter, PID controller, PD+GPI controller, Voltage regulation.

#### 1. Introducción

La electrocoagulación (EC) es un proceso que utiliza la electricidad para eliminar contaminantes en el agua que se encuentran suspendidos, disueltos o emulsificados. La técnica consiste en inducir corriente eléctrica en el agua residual a través de placas metálicas o electrodos. La corriente eléctrica provoca reacciones químicas que desestabilizan las formas

en las que los contaminantes se encuentran presentes en el agua, produciendo partículas que son menos coloidales y menos solubles. Cuando esto ocurre, los contaminantes forman componentes hidrofóbicos que se precipitan y/o flotan y se remueven fácilmente por algún método de separación secundario (Ana Patricia Restrepo Mejía, 2006; Garcia-Segura et al., 2017). El equipo básico para llevar a cabo el proceso EC son

\* Autor para correspondencia: [luis\\_luna@anahuac.mx](mailto:luis_luna@anahuac.mx)

**Correo electrónico:** [lcarterac@ipn.mx](mailto:lcarterac@ipn.mx) (Luis Alberto Cantera-Cantera), [luis\\_luna@anahuac.mx](mailto:luis_luna@anahuac.mx) (José Luis Luna-Pineda), [ewzurita@ipn.mx](mailto:ewzurita@ipn.mx) (Eric William Zurita-Bustamante), [acalvillo@ipn.mx](mailto:acalvillo@ipn.mx) (Ándres Calvillo-Téllez).

**Historial del manuscrito:** recibido el 06/04/2022, última versión-revisada recibida el 07/10/2022, aceptado el 07/10/2022, publicado el 30/11/2022. **DOI:** <https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial6.8958>



una fuente de alimentación y un reactor electroquímico, el cual, prácticamente es un depósito de agua en el que se sumergen los electrodos para llevar a cabo las reacciones electroquímicas (Cantera-Cantera et al., 2020; Cantera-Cantera and Calvillo-Téllez, 2020).

Es sabido que el decremento en la conductividad de algún electrolito es provocado por el incremento en su resistividad (Martínez Cruz et al., 2019), puesto que la conductividad es el inverso de la resistividad, además, la resistividad es directamente proporcional a la resistencia descrita por la siguiente ecuación

$$R = \rho \frac{L}{A}, \quad (1)$$

donde  $R$  es la resistencia en Ohms [ $\Omega$ ],  $\rho$  es la resistividad o resistencia específica en [ $\Omega m$ ],  $L$  es la separación entre dos electrodos en [ $m$ ] y  $A$  es el área de los electrodos en [ $m^2$ ]. Si se considera que la resistencia  $R$  de la ecuación (1), es la resistencia dentro del reactor electroquímico durante el proceso de EC, ésta experimenta cambios debido a las reacciones electroquímicas, lo que significa que se presentan cambios en la resistencia del electrolito y por ley de Ohm se puede afirmar que la corriente va a disminuir cuando la resistencia aumente y viceversa, lo que resulta en variaciones en la densidad de corriente que circula por los electrodos.

Con base en lo anterior, se vuelve necesaria la regulación de la tensión eléctrica que alimenta al proceso de EC para tener una densidad de corriente constante y por lo tanto un proceso de tratamiento efectivo en la limpieza del agua al desestabilizar los contaminantes inmersos. Para lograr la regulación de la tensión eléctrica, se pueden utilizar convertidores de potencia de corriente directa tipo Boost (Velázquez-Velázquez et al., 2020; Omaña-Butrón et al., 2020), sin embargo, en este trabajo se propone el uso de un convertidor CD-CD tipo Buck, mediante la implementación de un controlador PD+GPI y se compara su desempeño con un controlador PID.

La organización del artículo es la siguiente, en la sección 2 se presenta el modelado matemático del convertidor Buck considerando a las variaciones de resistencia dentro del reactor electroquímico, como una resistencia de perturbación  $R_p$  en paralelo a la resistencia de carga del convertidor, en la sección 3 se presenta el diseño de los controladores PID y PD+GPI para la regulación de la tensión eléctrica. En la sección 4 se presentan las simulaciones del convertidor con los controladores diseñados. Por último, en la sección 5 se presentan las conclusiones.

## 2. Modelado matemático

En la Figura 1 se muestra el circuito eléctrico del convertidor Buck, en éste se considera que tiene un interruptor ideal, por lo que tiene dos condiciones de operación: Interruptor encendido  $u(t) = 1$  e interruptor apagado  $u(t) = 0$ .

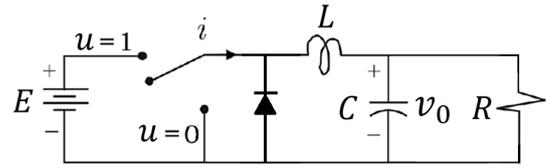


Figura 1: Convertidor Buck ideal (Sira-Ramirez and Silva-Ortigoza, 2006).

A continuación se presenta el modelado matemático del convertidor cuando el interruptor está encendido.

### 2.1. Interruptor encendido

En la Figura 2 se muestra el circuito eléctrico equivalente del convertidor Buck, cuando el interruptor está encendido.

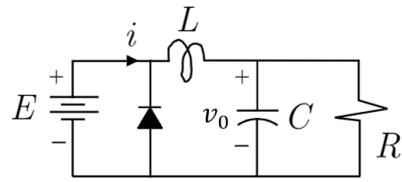


Figura 2: Posición del interruptor  $u(t) = 1$  (Sira-Ramirez and Silva-Ortigoza, 2006).

Considerando que no existe caída de tensión en el diodo de la Figura 2, aplicando ley de tensiones de Kirchoff a la malla de la fuente se obtiene que

$$E = V_L + V_C, \quad (2)$$

aplicando la fórmula que describe el comportamiento de la tensión en el inductor

$$E = L \frac{di_L(t)}{dt} + V_C. \quad (3)$$

Por leyes de corrientes de Kirchoff se obtiene que

$$i_L = i_C + i_R, \quad (4)$$

donde

$$i_C = C \frac{dV_C(t)}{dt}, \quad (5)$$

$$i_R = \frac{V_C}{R}. \quad (6)$$

Sustituyendo (5) y (6) en (4) se obtiene

$$C \frac{dV_C(t)}{dt} = i_L - \frac{V_C}{R}. \quad (7)$$

Las ecuaciones (3) y (7) definen el sistema de ecuaciones

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{1}{L} (E - V_C), \quad (8)$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} \left( i_L - \frac{V_C}{R} \right). \quad (9)$$

### 2.2. Interruptor apagado

Por otro lado, el modelo matemático cuando el interruptor del convertidor Buck está apagado se obtiene a partir de la Figura 3.

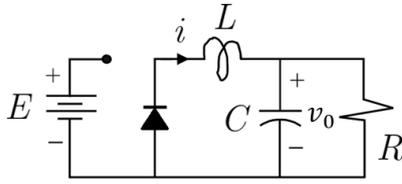


Figura 3: Posición del interruptor  $u(t) = 0$  (Sira-Ramirez and Silva-Ortigoza, 2006).

Aplicando leyes de tensiones de Kirchoff a la malla del inductor y capacitor

$$V_C + V_L = 0, \quad (10)$$

por lo tanto

$$V_C + L \frac{di_L(t)}{dt} = 0. \quad (11)$$

Las ecuaciones (11) y (7) definen el sistema de ecuaciones

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{1}{L}V_C, \quad (12)$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} \left( i_L - \frac{V_C}{R} \right). \quad (13)$$

Las ecuaciones (8), (9), (12) y (13) definen el siguiente modelo matemático que representa los dos modos de operación del interruptor del convertidor Buck.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t), \quad (14)$$

donde  $u(t) \in [0, 1]$  es la ley de control.

Para representar el cambio en la resistencia del agua  $R_{EC}$ , que se experimenta durante la electrocoagulación, se considera una resistencia  $R_p$  en paralelo como se muestra en la Figura 4.

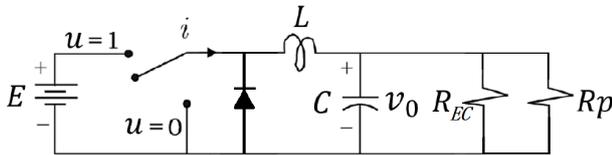


Figura 4: Circuito del convertidor tipo Buck con perturbación.

En la Figura 4,  $R_{EC}$  representa la resistencia inicial del agua. Realizando un análisis en las resistencias del circuito se obtiene que

$$R_T = R_{EC} \left[ \frac{R_p}{R_{EC} + R_p} \right], \quad (15)$$

con la condición de que  $R_p > 0$ . Graficando la ecuación (15) donde  $R_{EC}$  es fija y  $R_p$  variable se obtienen la Figura 5.

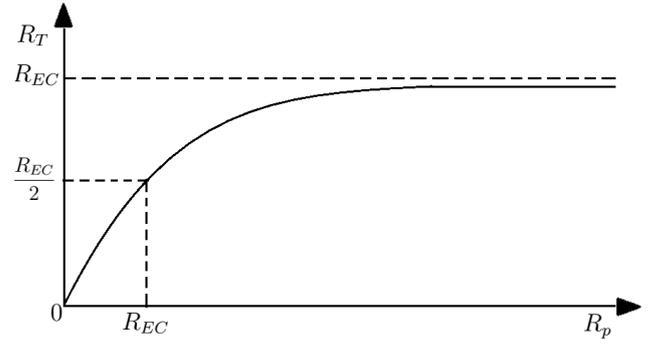


Figura 5: Gráfica de la resistencia de carga total del convertidor Buck.

Como se puede ver en la Figura 5, si  $R_p$  es igual a  $R_{EC}$ , la resistencia del agua en la celda de electrocoagulación se reduce a la mitad. Por lo tanto, la resistencia  $R_p$  en paralelo supone que la resistencia en la celda de electrocoagulación disminuye.

El modelo matemático del convertidor Buck con resistencia de perturbación queda de la siguiente manera

$$L \frac{di_L}{dt} = -V_C + Eu, \quad (16)$$

$$C \frac{dV_C}{dt} = i_L - \frac{V_C}{R_{EC}} - i_p, \quad (17)$$

donde  $i_p = \frac{V_C}{R_p}$ .

### 3. Diseño de controladores

Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones (16) y (17) y resolviendo para  $V_C(t)$  se obtiene la ecuación diferencial

$$\dot{V}_C(t) + \frac{1}{R_{EC}C} \dot{V}_C(t) + \frac{1}{LC} V_C(t) = \frac{E}{LC} u(t) - \frac{\dot{i}_p(t)}{C}, \quad (18)$$

donde  $\dot{i}_p(t)$  representa las perturbaciones debido al decremento de la resistividad. A continuación se presentan los controladores PID (Åström and Häggglund, 2009; Ogata, 2003) y PD+GPI (Zurita-Bustamante et al., 2011; Garrido and Luna, 2017) para el sistema (18).

#### 3.1. Controlador PID

La ley de control PID  $u(t)$  para el sistema (18) está definido por

$$u = \frac{LC}{E} \left[ k_p e(t) - k_d \dot{V}_C(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \right], \quad (19)$$

donde

$$\dot{V}_C(t) = \frac{500}{s + 500} V_C(t) \quad (20)$$

representa el filtro para la acción derivativa, el error está definido por  $e(t) = V_r - V_C(t)$ , donde  $V_r$  es la tensión eléctrica de referencia o deseada y  $V_C(t)$  es la tensión eléctrica de salida.

### 3.2. Controlador PD+GPI

A continuación se desarrolla el diseño del controlador PD+GPI. Reescribiendo el modelo (18) como sigue

$$\ddot{V}_C(t) + a_1 \dot{V}_C(t) + a_2 V_C(t) = bu(t) - d(t), \quad (21)$$

$$\text{donde } a_1 = \frac{1}{R_{EC}C}, a_2 = \frac{1}{LC}, d(t) = \frac{\dot{i}_p}{C}, b = \frac{E}{LC}.$$

El modelo (21) se puede representar en variables de estado, designando  $x_1 = V_C(t)$ ,  $x_2 = \dot{V}_C(t)$ . Las derivadas con respecto al tiempo de estas variables son

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \dot{V}_C(t) = x_2, \\ \dot{x}_2(t) &= \ddot{V}_C(t) = bu(t) - a_2x_1(t) - a_1x_2(t) - d(t). \end{aligned}$$

Si se considera que  $d(t)$  es una perturbación acotada y un estado más a estimar, que agrupa las perturbaciones y/o dinámicas no consideradas del sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= bu - a_2x_1(t) - a_1x_2(t) + x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) &= \delta(t), \end{aligned}$$

donde  $x_3(t) = -d(t)$  y  $\delta(t) = \dot{d}(t)$  y además  $\|x_3(t)\| < \infty$  y  $\|\dot{x}_3(t)\| < \infty$ .

Entonces, el observador GPI está definido de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1(t) &= \hat{x}_2(t) + k_1(x_1(t) - \hat{x}_1(t)), \\ \dot{\hat{x}}_2(t) &= bu - a_2\hat{x}_1(t) - a_1\hat{x}_2(t) + x_3(t) + k_2(x_1(t) - \hat{x}_1(t)), \\ \dot{\hat{x}}_3(t) &= k_3(x_1(t) - \hat{x}_1(t)), \end{aligned}$$

donde  $\hat{x}_1(t)$ ,  $\hat{x}_2(t)$  y  $\hat{x}_3(t)$  son los valores estimados de  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  y  $x_3(t)$ , respectivamente. Utilizando el siguiente polinomio se calculan las ganancias del observador

$$s^3 + 3\theta s^2 + 3\theta^2 s + \theta^3, \quad (22)$$

donde  $k_1 = 3\theta$ ,  $k_2 = 3\theta^2$ ,  $k_3 = \theta^3$ . Entonces, la ley del control PD+GPI está dada por

$$u_{PD+GPI}(t) = \frac{1}{b} [k_p e(t) - k_d \dot{\hat{x}}_2(t) - \hat{x}_3(t)], \quad (23)$$

donde el valor de  $\theta$  se ajusta experimentalmente.

A continuación se presenta la simulación del convertidor tipo Buck con los controladores PID y PD+GPI diseñados.

## 4. Simulación de controladores

Para la simulación del convertidor Buck y controladores se utilizó *Simscape* y *Simulink* de MATLAB. En la Figura 6 se muestra el circuito de simulación del convertidor en lazo abierto con la resistencia de perturbación  $R_p$ . Los valores empleados de los componentes eléctricos para la simulaciones fueron  $E = 24V$ ,  $R = 0,02\Omega$ ,  $L = 0,003H$ ,  $C = 47 \times 10^{-6}F$ ,  $R_{EC} = 10\Omega$  y  $R_p = 10\Omega$ . La simulación de la carga variable se hace a través de la activación y desactivación de la resistencia de perturbación  $R_p$ . Se hizo la programación para que la tensión de salida

deseada del convertidor Buck sea de 12V y 6V. En la Figura 7 se muestra la tensión en  $R_{EC}$  en lazo abierto con perturbación.

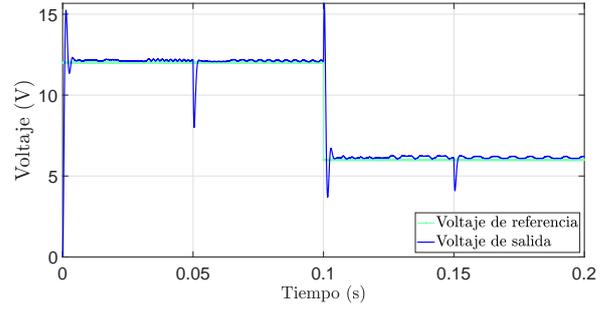


Figura 7: Tensión en  $R_{EC}$  en lazo abierto con perturbación.

Para disminuir los efectos de la perturbación en la tensión de salida que se muestran en la Figura 7 se aplican los controladores PID y PD+GPI como se muestran en las Figuras 8 y 9 respectivamente.

Para medir el desempeño se utiliza el índice del error cuadrático definido como

$$IEC = \int_0^{0,05} e^2 dt \quad (24)$$

En la Figura 10 se muestra la tensión en la resistencia de electrocoagulación  $R_{EC}$  con perturbación y control PID.

En la Figura 11 se muestra la tensión en la resistencia de electrocoagulación  $R_{EC}$  con perturbación y control PD+GPI.

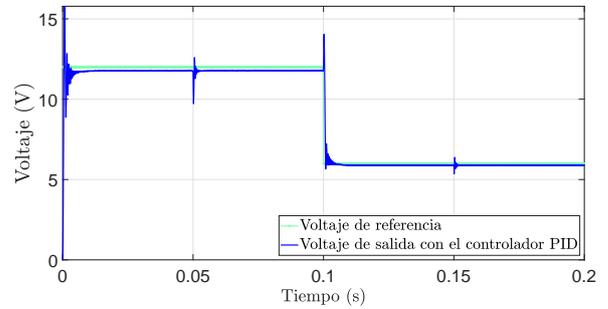


Figura 10: Tensión en  $R_{EC}$  con perturbación y controlador PID.

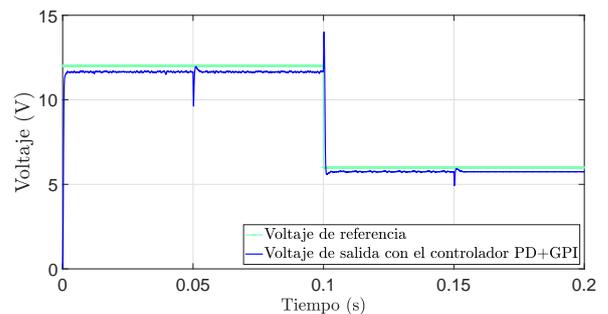


Figura 11: Tensión en  $R_{EC}$  con perturbación y controlador PD+GPI.

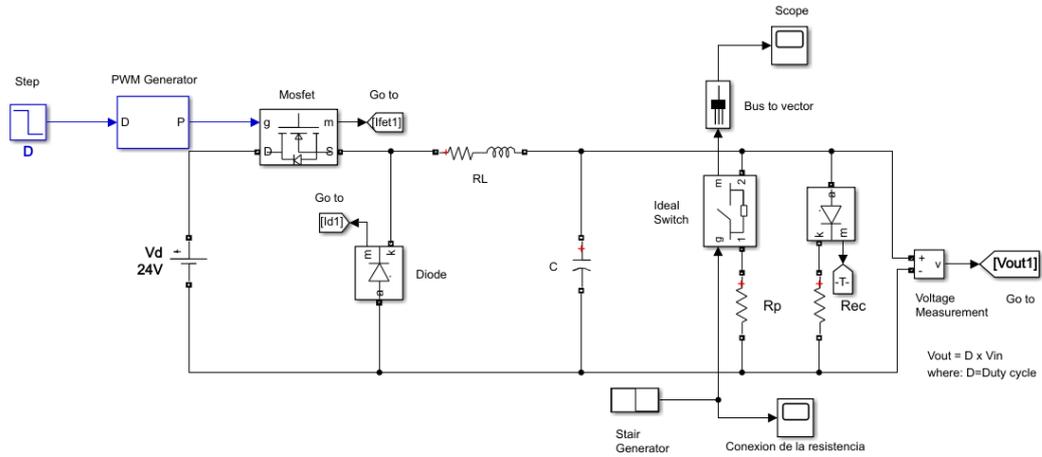


Figura 6: Circuito de simulación del convertidor Buck con perturbación.

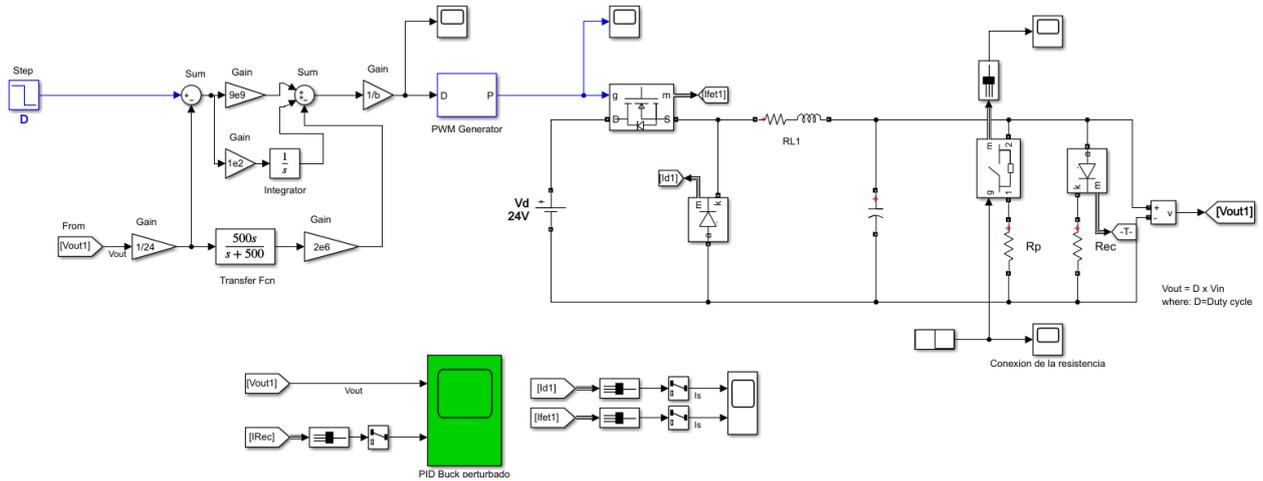


Figura 8: Convertidor Buck con perturbación y control PID.

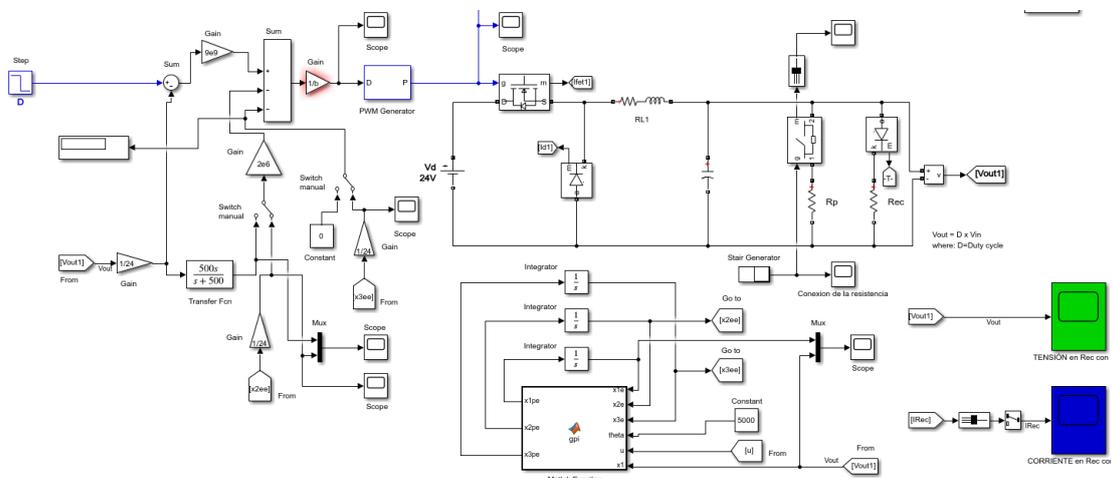


Figura 9: Convertidor Buck con perturbación y control PD+GPI.

Como se puede observar en la Figura 10, el controlador PID disminuye los efectos de la variación de la resistencia en la celda de electrocoagulación. Sin embargo, en la Figura 11, el control PD+GPI reduce en mayor proporción la variación de la tensión en la salida del convertidor debida a la variación de la resistencia en comparación con el controlador PID. Como se puede observar en la Tabla 1 el desempeño del convertidor mejora al usar el control PD+GPI ya que el valor del índice es menor, lo cual nos indica que existen menos oscilaciones en el transitorio. En la Figura 12 se muestra el desempeño del controlador en lazo abierto, con el controlador PID y con el controlador PD+GPI. Se observa que al usar las estrategias de control diseñadas el impacto del cambio de resistencia es compensado por el control PID y el control PD+GPI.

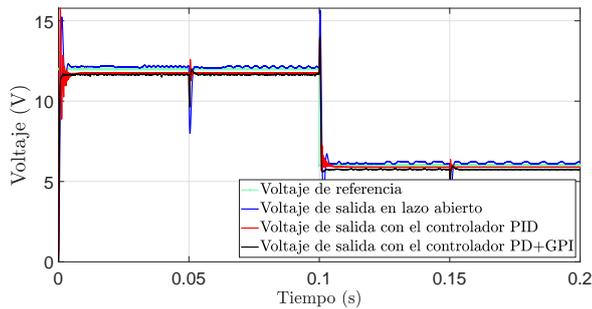


Figura 12: Comparación de la salida con los diferentes estrategias de control.

Controlador	$K_p$	$K_d$	$K_i$	$\theta$	IEC
PID	9e9	2e6	1e2	-	0.043
PD+GPI	9e9	2e6	-	5000	0.039
Lazo abierto	-	-	-	-	0.0551

Tabla 1: Resultados experimentales de los controladores PD+GPI y PID con perturbaciones

## 5. Conclusiones

Ante la necesidad de regular la tensión eléctrica en el proceso de electrocoagulación, para obtener una máxima eficiencia en el tratamiento de aguas grises, en este trabajo se consideró la perturbación del cambio de resistencia que experimenta una celda de electrocoagulación para el tratamiento de aguas grises. Esta dinámica se incluyó en el modelo matemático de un convertidor CD-CD tipo Buck para la regulación de la tensión eléctrica aplicada en la celda de electrocoagulación, mediante controladores PID y PD+GPI.

La comparación de las simulaciones realizadas con los diferentes controladores para el convertidor Buck, muestran que la regulación de la tensión eléctrica con la implementación del controlador PD+GPI fue la más efectiva para el rechazo activo de la perturbación debida a cambios en la resistencia del agua en la celda de electrocoagulación, en comparación con el controlador PID. Como trabajos futuros se considera la construcción del convertidor tipo Buck y su implementación con el controlador PD+GPI en un sistema de electrocoagulación.

## Agradecimientos

Este trabajo fue apoyado por la Secretaría de Investigación y Posgrado del Instituto Politécnico Nacional (SIP-IPN) bajo los proyectos 20221223 y 20221588.

## Referencias

Ana Patricia Restrepo Mejía, Álvaro Arango Ruiz, L. F. G. G. (2006). La electrocoagulación: retos y oportunidades en el tratamiento de aguas.

Åström, K. J. and Häggglund, T. (2009). *Control PID avanzado*. Pearson, Madrid.

Cantera-Cantera, L. A. and Calvillo-Téllez, A. (2020). Photovoltaic solar power for a wastewater electrocoagulation prototype alimentación solar fotovoltaica para un prototipo de electrocoagulación de aguas residuales. *Journal of Scientific and Technical Applications*, pages 32–36.

Cantera-Cantera, L. A., Calvillo-Téllez, A., and Lozano-Hernández, Y. (2020). Turbidity, dissolved oxygen and ph measurement system for grey water treatment process by electrocoagulation. *Journal of Technological Development*, pages 4–14.

García-Segura, S., Eiband, M. M. S., de Melo, J. V., and Martínez-Huitle, C. A. (2017). Electrocoagulation and advanced electrocoagulation processes: A general review about the fundamentals, emerging applications and its association with other technologies. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 801:267–299.

Garrido, R. and Luna, J. L. (2017). Micro-posicionamiento de un motor piezoeléctrico ultrasónico lineal basado en observadores proporcionales integrales generalizados.

Martínez Cruz, G., García Osornio, A., Hernández Palacios, V. O., and Ramírez Salgado, M. d. R. (2019). *Manual de conductividad de electrolitos*.

Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación.

Omaña-Butrón, A. J., Leines-Martínez, A., Ramírez-Díaz, A., Galván-Guerra, R., Velázquez-Velázquez, J. E., et al. (2020). Implementación de controladores por modos deslizantes en un convertidor boost. *Pádi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, 8(15):82–91.

Sira-Ramírez, H. J. and Silva-Ortigoza, R. (2006). *Control design techniques in power electronics devices*. Springer Science & Business Media.

Velázquez-Velázquez, J.-E., Galván-Guerra, R., Ortega-Pérez, J.-A., Lozano-Hernández, Y., and Villafuerte-Segura, R. (2020). Finite-time current tracking in boost converters by using a saturated super-twisting algorithm. *Complexity*, 2020.

Zurita-Bustamante, E. W., Linares-Flores, J., Guzmán-Ramírez, E., and Sira-Ramírez, H. (2011). A comparison between the gpi and pid controllers for the stabilization of a dc-dc buck converter: A field programmable gate array implementation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(11):5251–5262.