







Comparación entre los algoritmos de selección clonal y GRG en un portafolio de inversión. comparison between clonal selection algorithms and GRG in an investment portfolio.

G. Garduño-Ruiz ^{a,*}, J. García-Mejía ^{a,*}, E. Granda-Gutiérrez ^{a,*}, Y. Martínez-Garduño ^{a,*}, P. Lizola Margolis ^b,
L. Laurent-Martínez ^b

^a Universidad Autónoma del Estado de México Centro Universitario UAEM Atlacomulco Carretera Toluca- Atlacomulco Kilómetro 60, Estado de México.

^b Universidad Autónoma del Estado de México Facultad de Contaduría y Administración Cerro de Coatepec Toluca, Estado de México

Resumen

Un problema que enfrenta la población mexicana desde 1997 hasta 2022, son las pensiones debido a que el sector privado cobra comisiones altas por administración, dejando al trabajador en un estado de vulnerabilidad económica. Una alternativa para incrementar los ahorros se encuentra en la compraventa de acciones. El cálculo de los montos a invertir en un portafolio de inversión se realiza por la teoría del portafolio óptimo de Markowitz resuelto por el Gradiente Reducido Generalizado (GRG).

En este trabajo que se propone un algoritmo denominado Sistema Inmunológico Artificial de (SIA) de selección clonal, debido a que es una herramienta a la solución de problemas de optimización no lineales, constituyéndose en alternativa a otros algoritmos evolutivos como el presentado en CIRC- 2020 (Algoritmo Genético (García, et al, 2020)). El resultado dada la implementación del SIA en un portafolio de inversión es que diversifica los montos a invertir de mejor manera y tiene una convergencia más rápida con respecto al algoritmo genético.

Palabras Clave: Teoría del portafolio óptimo, Sistema Inmunológico Artificial, Gradiente Reducido Generalizado, Algoritmo Genético.

Abstract

A problem facing the Mexican population from 1997 to 2022 is pensions, because the private sector charges high commissions for administration, leaving the worker in a state of economic vulnerability. An alternative to increase savings is found in the purchase-sale of shares.

In this work, an algorithm called the Clonal Selection Artificial Immune System (SIA) is proposed, because it is a tool for solving nonlinear optimization problems, constituting an alternative to other evolutionary algorithms such as the one presented at CIRC-2020. (Genetic Algorithm (García, et al, 2020)). The result given the implementation of the SIA in an investment portfolio is that it diversifies the amounts to be invested in a better way and has a faster convergence with respect to the genetic algorithm.

Keywords: Optimal Portfolio Theory, Artificial Immune System, Generalized Reduced Gradient, Genetic Algorithm.

1. Introducción

En el área de finanzas existen diversas alternativas para obtener mayores incentivos, tal es el caso de los portafolios de inversión debido a que permiten tener una aproximación de cuanto serán las ganancias y/o pérdidas que puede generar el inversionista a la hora de comprar o vender acciones.

La finalidad de analizar las inversiones (portafolios de inversión) surge dado que el sistema actual de pensiones no logra cumplir su objetivo que es maximizar los ingresos de los individuos al llegar a una edad adulta, el sistema de pensiones en México, conviene especificar que se basa en la Ley del Instituto Mexicano del Seguro Social de 1997 es deficiente debido a que no cumple con la cobertura prevista lo que estima en que la población retirada sea pobre, todo a partir

*Autor para la correspondencia: ggardunor785@alumno.uaemex.mx

Correo electrónico: ggardunor785@alumno.uaemex.mx (Genaro Garduño Ruiz), fgarciam@uaemex.mx (Juan Fernando García Mejía), egrandag@uaemex.mx (Everardo Efrén Granda Gutiérrez), ymartinezg@uaemex.mx (Yenit Martínez Garduño), plizolam@uaemex.mx (Pedro Enrique Lizola Margolis), elurentm@uaemex.mx (Laura Leticia Laurent Martínez).

Historial del manuscrito: recibido el 23/04/2022, última versión-revisada recibida el 15/08/2022, aceptado el 19/08/2022, publicado el 05/10/2022. **DOI:** <https://doi.org/10.29057/icbi.v10iEspecial4.9337>

del problema demográfico, dado que la población envejecerá de manera notable en los siguientes años (Creuz et al,2019). Conviene recordar que el problema principal que surgió dado este proceso (1997) fue el otorgamiento de los fondos de pensiones a las AFP's (Administradoras de fondos de pensión), debido a que otorgan bajos rendimientos a las personas por administrar su capital, lo que provoca que en un futuro cuenten con menor capital al deseado (Duarte & Elizalde, 2011).

Es preciso tener presente que todo el proceso para adquirir y administrar un portafolio de inversión parte de la teoría de Markowitz (1952) debido a que es una técnica que se utiliza para determinar las proporciones (pesos) que deben de ser asignados a un cierto activo, con el fin de determinar el rendimiento del portafolio, tomando como principal objetivo la diversificación de la cartera, es decir, la inversión que se realizará se colocará en diferentes acciones que conforman el portafolio, por lo que se puede maximizar el rendimiento y minimizar el riesgo al que se verá expuesto el inversionista por lo tanto la principal función es determinar la relación rendimiento- riesgo.

La expresión matemática que se utiliza para determinar el rendimiento promedio de un portafolio de inversión se muestra en (1) y fue desarrollada por Markowitz.

$$\bar{r}_p = \bar{r}_1 * \omega_1 + \bar{r}_2 * \omega_2 + \bar{r}_3 * \omega_3 + \dots + \bar{r}_n * \omega_n \quad (1)$$

Con el fin de maximizar el rendimiento del portafolio y minimizar el riesgo, la aportación principal se ve reflejada en los valores esperados, así como en la matriz de covarianza de los rendimientos, como se muestra en las siguientes expresiones matemáticas.

$$MaxE(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i * E(R_i) \quad (2)$$

$$Min\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i * w_j * \sigma_{ij} \quad (3)$$

Donde:

\bar{r}_p Promedio de retorno del portafolio

\bar{r}_n Rendimiento esperado de las acciones 1,2, ..., n

ω_n Peso o monto otorgado a la acción 1,2, ..., n

x_i, x_j Proporciones por invertir en los activos financieros i-ésimos y j-ésimos respetivamente.

$\sigma^2(R_p)$ Varianza estadística de la cartera p.

σ_{ij} Covarianza de los rendimientos i-esimos y j-esimos

$E(R_i)$ Ganancias de los i-esimos activos financieros.

$E(R_p)$ Rendimiento esperado del portafolio p

$\forall i, j \geq 1, \dots, n$ sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (4)$$

Las ecuaciones (1), (2), (3), (4) permitirán calcular un monto para cada una de las acciones que conforman el portafolio, empleando la ecuación (2) permitirá aumentar la ganancia, mientras que la (3) permite minimizar el riesgo, además, las dos ecuaciones estas sujetas a la ecuación (4) dado que los pesos que se otorguen a cada una de las acciones deben sumar 1 (100% del presupuesto), por lo tanto, definiendo estas ecuaciones se pueden representar como un problema de optimización para determinar el resultado óptimo basándose en la relación rendimiento- riesgo.

Por otro lado, existen los algoritmos evolutivos que se encargan de optimizar las soluciones a los problemas, uno de estos es el algoritmo de selección clonal siendo una rama de los sistemas inmunológicos artificiales.

El problema presente en un portafolio de inversión es la volatilidad existente en el mercado, así motivar a que los inversionistas piensen en cual acción involucrar su capital, por lo que en este trabajo se plantea un algoritmo de selección clonal como alternativa al cálculo conocido como Gradiente Reducido Generalizado dado que se prevé obtener mejores resultados en los rendimientos esperados por que es un algoritmo de optimización.

Sin embargo, en ocasiones estas metodologías implementadas son superadas por técnicas de optimización que suelen ser más robustas y encuentran mejores soluciones como son los algoritmos evolutivos o de optimización multi objetivo, debido a la complejidad de los algoritmos se puede encontrar una solución que beneficie la cartera del inversionista, se obtuvo que el implementar este tipo de algoritmos mejora el rendimiento del portafolio de inversión, también diversifica mejor el portafolio por lo que el riesgo se minimiza en mayor medida (Rodríguez et al, 2021).

Otro factor que es de suma importancia es la selección de las acciones que formarán parte del portafolio de inversión con el fin de tener un riesgo diversificable, es decir, contemplar acciones que obtengan perdidas o ganancias respecto el comportamiento del mercado, por lo que se implementó el coeficiente beta, el cuál mide la exposición que tiene una acción con respecto a su índice, compensando el riesgo de mercado y diversificándolo, por lo tanto se eligieron 10 acciones que conforman el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC), el cuál mide el desempeño de todas las acciones que conforman el mercado bursátil mexicano, con el propósito de encontrar las acciones que tienen alzas cuando el mercado sube y obtener las acciones que tienen bajas cuando el mercado baja.

Por lo tanto, en este artículo, se propone implementar un algoritmo de un sistema inmunológico artificial (SIA) de selección clonal con el fin de construir un portafolio eficiente, obteniendo la relación rendimiento- riesgo más óptima dados los montos a invertir en cada una de las acciones seleccionadas, debido a que el principal funcionamiento de estos algoritmos es optimizar un problema dado, se encuentran oportunidades de aprendizaje en virtud que no existen implementaciones de SIA dentro de la optimización de portafolios.

2. Fundamentación

2.1. Optimización.

La optimización es un problema de decisión debido a que se otorga un conjunto de métodos y resultados numéricos con el fin de evaluar todas las posibles alternativas teniendo como resultado final la mejor opción de todas las posibles soluciones. La expresión matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$P = \begin{cases} \text{Optimizar } f(x) \\ \text{Sujeto a:} \\ h(x) = 0 \\ g(x) \leq 0 \\ x = (x_1, \dots, x_n) \in X \subseteq R \end{cases}$$

$$P = \begin{cases} \text{Optimizar } f(x_1, \dots, x_n) \\ \text{Sujeto a:} \\ h_i(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, \dots, m \\ g_j(x_1, \dots, x_n) \leq 0 \quad j = 1, \dots, p \\ (x_1, \dots, x_n) \in X \subseteq R \end{cases}$$

Por lo tanto, se plantea lo siguiente dada la optimización dado el portafolio de inversión.

$$\text{Max } R(x) = x^T \bar{R} \tag{6}$$

Donde:

$R(x)$ = Rendimiento esperado del portafolio

x^T = Matriz transpuesta del vector de montos o pesos (x_1, x_2, \dots, x_n)

\bar{R} = Es el vector que muestra el rendimiento promedio de los instrumentos.

2.2. Gradiente Reducido Generalizado (GRG)

El gradiente reducido generalizado (GRG) es un algoritmo que se basa en la optimización no lineal creado por Leon Lasdon y Allan Waren, con la finalidad de encontrar técnicas para la determinación de la dirección de búsqueda, así mismo se basa en el método Quasi-Newton técnica que se basa en el gradiente, y el segundo método es el de gradiente conjugado (Mendoza et al, 2018).

A su vez García (2014) determina este algoritmo como una sola solución óptima local, dando una solución final que es cercana a la solución óptima global. La expresión matemática para determinar el resultado del GRG está determinado mediante la manipulación de matrices.

Partiendo del método del gradiente implementado por García (2014) supone que $\left(\frac{\partial h}{\partial x_D}\right)$ no es singular. Por lo tanto, el algoritmo, parte del punto factible x^k se calcula el gradiente reducido generalizado como:

$$(7)$$

Donde:

x_D son las variables dependientes de las restricciones.

x_I son las variables independientes de todo el conjunto de restricciones representadas en forma matricial.

Asimismo, al introducir el método de Newton la búsqueda de la mejor solución factible dentro de las variables se compone como:

$$x_D^{k+1} = x_D^k - \left[\frac{\partial h(x_I^k, x_D^k)}{\partial x_D^k} \right]^{-1} h(x_I^k, x_D^k) \tag{8}$$

Encontrando solamente un valor posible debido a que las restricciones pueden ser no lineales y puede llevar a valores no factibles.

Este método es eficiente para resolver problemas de optimización y es utilizado para encontrar una solución posible en el área de las finanzas en específico en encontrar un portafolio de inversión óptimo, cumpliendo las restricciones propuestas. Su implementación está dentro del programa Excel (Solver) como mencionan Brenes (2020), Cruz et al (2005) y García et al (2021), el método se implementa en la teoría moderna de Markowitz, es decir, su principal objetivo es

ejecutar la relación rendimiento- riesgo de un conjunto de instrumentos financieros (acciones, divisas, futuros, entre otros) debido a que otorga diferentes montos a cada uno de los instrumentos con el fin de cumplir esa relación en beneficio al inversionista.

2.3. Algoritmo Evolutivos.

Los primeros acercamientos a la evolución de las especies surgen en el libro de “El origen de las especies” creado por Darwin revolucionando las teorías de las especies y cómo éstas se pueden adaptar al medio ambiente (García, 2014).

Los algoritmos evolutivos son una herramienta útil para optimizar problemas, además, se tienden a adaptarse fácilmente a cualquier tipo de problemas sin importar la robustez. Además, se basa en implementar las propiedades metaheurísticas estocásticas con el fin de explorar todo el espacio de búsqueda de manera eficiente para encontrar la solución que se acerque al óptimo global, sin embargo, existen dificultades por lo que no garantiza que el algoritmo converge a un óptimo global, la creación de números aleatorios en operadores probabilísticos son el principal comportamiento de estos algoritmos (Coello et al, 2019).

Los algoritmos evolutivos se basan en la transformación y selección de una generación de números que optimizan el problema, es decir, parten de una combinación aleatoria, seguida por la recombinación de la población y selección, hasta cumplir con los criterios del problema, encontrando la mejor solución posible, el procedimiento que se requiere al realizar un algoritmo evolutivo se muestra en figura 1.

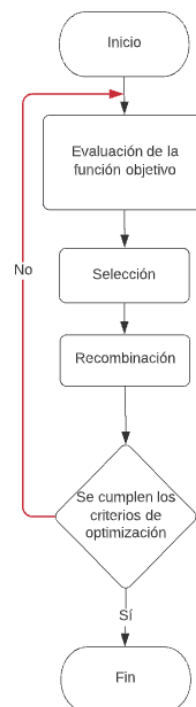


Figura 1: Diagrama de flujo del algoritmo evolutivo. Elaboración propia.

2.4. Sistemas Inmunológicos Artificiales (SIA) de selección clonal.

Los sistemas inmunes artificiales parten de los algoritmos evolutivos, por lo tanto, pueden procesar información de manera eficaz teniendo como principales características la memoria, aprendizaje y autorregulación. Dichos sistemas en los seres vivos tienen la función de mantener libre el organismo de agentes dañinos, además de reparar células dañadas, estas funciones las realizan los antígenos que son moléculas que son reconocidas dentro del sistema inmune.

Existen diversos modelos dentro los sistemas inmunológicos artificiales, como lo son el modelo de selección clonal, el modelo de red inmune, modelo de teoría del peligro, entre otros, sin embargo, se retomará el modelo de selección clonal para este problema planteado en el artículo.

La selección clonal se basa en la teoría clonal de la inmunidad adquirida, la cual plantea la selección de anticuerpos (posibles soluciones candidatas) basadas en la afinidad, por medio de la comparación de un patrón de antígenos. Al seleccionar los anticuerpos se genera la clonación permitiendo el valor de afinidad.

También el sistema inmune artificial es utilizado para resolver problemas de optimización numérica, dado que se caracteriza en aumentar el tamaño de la población en la etapa de clonación, por lo que mantiene la diversidad de la población asegurando la convergencia del algoritmo (Diaz et al, 2013).

Como menciona Herrera (2011) el problema general de un SIA se puede expresar de la siguiente manera:

$$Sea \text{un } \vec{x} \text{ que optimice } f(\vec{x}) \text{ sujeta a:}$$

$$g_i(\vec{x}) \leq 0, i = 1, \dots, n \tag{9}$$

$$h_j(\vec{x}) = 0, j = 1, \dots, p \tag{10}$$

Donde:

\vec{x} = Vector de r variables del problema \vec{x} =

n = Número de restricciones de desigualdad.

p = Número de restricciones de igualdad.

También, se menciona el proceso que conlleva realizar el método de selección clonal:

1.- Inicialización: Se genera la población inicial nombrados anticuerpos dentro del algoritmo, generados aleatoriamente.

2.- Manejo de la población: Cada antígeno debe de hacer:

2.1 Selección: Se seleccionan los anticuerpos con mayor afinidad con respecto al antígeno, teniendo en cuenta las soluciones dentro de la función objetivo.

2.2 Clonación y variación genética: Se clonan los anticuerpos en proporción a la afinidad, debido a que una afinidad alta, se clonaran más. Además, cada uno de los clones es mutado de menor manera si tiene una afinidad alta.

2.3 Evaluación de la afinidad: Se evalúa la afinidad de cada anticuerpo mutado con el antígeno.

2.4 Autorregulación: Cuando se extraen los antígenos, debe devolver a sus valores normales, eliminando el exceso de anticuerpos.

3. Ciclo: Se repite el paso 2 hasta que se alcance el criterio de convergencia.

El número de clones de cada anticuerpo dentro de la población seleccionada se determina por:

$$N_c = \sum_{i=1}^n \text{round} \left(\frac{\beta * N}{i} \right) \tag{11}$$

Donde:

N_c = Número de clones.

N = Número de anticuerpos de la población.

β = Factor multiplicativo (igual a 1)

i = Posición del anticuerpo dentro del ranking, tomando $i = 1$, el mejor de los anticuerpos

La siguiente tabla 1 refleja las equivalencias que se tendría al aplicar el modelo SIA a un portafolio de inversión, cumpliendo todas las restricciones que conlleva.

Tabla 1: Tabla de equivalencias de variables de SIA a optimización de portafolios

Sistema inmunológico humano.	Sistema Inmunológico artificial.
	Función objetivo en el portafolio de inversión, relación ganancia- riesgo.
Antígenos: Agente externo al organismo.	$\text{Max } E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i * E(R_i)$ $\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i * w_j * \sigma_{ij}$
Linfocitos: Detección y eliminación de antígenos.	Conjunto de posibles soluciones. $\vec{r}_p = \vec{r}_1 * \omega_1 + \vec{r}_2 * \omega_2 + \vec{r}_3 * \omega_3 + \dots + \vec{r}_n * \omega_n$ Matriz de varianza – covarianza = σ_{ij}
Maduración de la afinidad: Proceso de selección de linfocitos, respuesta inmune.	Selección de mejores linfocitos dado su nivel de reconocimiento para poder producirse.
Reproducción: Creación de nuevos linfocitos.	Se clonan los mejores linfocitos para tener una mejor respuesta a la solución de antígenos.
Hipermutación somática: Mantener a los anticuerpos e incrementarlos en relación con el estímulo selectivo.	Los linfocitos mutan para reconocer de mejor manera a los antígenos para una mejor solución posible.

El diagrama de flujo para representar cómo funciona un algoritmo de selección clonal se muestra a continuación, con el fin de representar los pasos a seguir de manera eficiente para la codificación del método.



Figura 2: Diagrama de flujo del algoritmo SIA de selección clonal. Elaboración propia.

Tabla 2. Síntesis de trabajos relacionados

Objetivo de Estudio: Diseño de un modelo difuso del proceso de Markowitz por Sistemas Inmunológicos Artificiales	
Ejes	<p>Es posible ordenar los trabajos que se relacionan con la construcción de Redes neuronales en los siguientes ejes temáticos</p> <ol style="list-style-type: none"> Algoritmos genéticos Sistemas Inmunológicos Artificiales. Redes neuronales profundas Lógica difusa con redes neuronales <p>Los trabajos del eje a se caracterizan por:</p> <ul style="list-style-type: none"> Problemas de optimización. Uso de técnicas deterministas. <p>Los trabajos del eje b se caracterizan por:</p> <ul style="list-style-type: none"> Uso de metodologías inmunes Optimizar problemas teniendo buenos resultados <p>Los trabajos del eje c se caracterizan por:</p> <ul style="list-style-type: none"> Uso de las redes neuronales profundas (multicapa) y datos de representación. Por medio del uso de los DNN se puede obtener mejor predicción de los rendimientos de las acciones. <p>Los trabajos del eje d se caracterizan por:</p> <ul style="list-style-type: none"> Uso de estrategias multiobjetivo Generación y reequilibrio de la cartera <p>Los trabajos del eje a se caracterizan por:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usan algoritmo genético para encontrar la optimización del portafolio (NSGA-II, BLX-α). Plantean el método numérico para que este en los reales la optimización. <p>Los trabajos del eje b se caracterizan por:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usan Sistemas Inmunológicos de selección clonal. Pueden maximizar de manera eficiente los problemas.
Puntos por resaltar	<p>Los trabajos del eje c se caracterizan por:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usan algoritmo de redes neuronales (RNA) para la predicción del rendimiento de las acciones. Análisis de componentes principales (PCA) Pueden mejorar el rendimiento del Sharpe. <p>Los trabajos del eje d se caracterizan por:</p> <ul style="list-style-type: none"> Pueden basarse en componentes principales Puede operarse mediante funciones triangulares
Esquema por resaltar	<p>Del estado del arte es posible plantear un modelo a partir de:</p> <ol style="list-style-type: none"> Un algoritmo donde se plantee el uso de los sistemas inmunológicos artificiales en un portafolio de inversión. Comparación de técnicas de optimización en un portafolio de inversión para analizar su eficacia cumpliendo con la teoría de Markowitz. Combinación de diferentes algoritmos de sistemas inmunológicos artificiales para mejorar la optimización.

2.5 Selección de acciones dentro del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC).

Con el fin de minimizar el riesgo del portafolio que se presenta en este artículo, se seleccionó 10 empresas dentro de las 145 empresas que conforman el IPC, mediante el coeficiente Beta, que permite diversificar el riesgo dentro de un conjunto de acciones. Como menciona Cala et al (2014), el coeficiente Beta indica el comportamiento que tiene una acción con respecto a su índice bursátil, además, permite estimar la volatilidad de t

todo el conjunto de las acciones que se van a comparar dentro del portafolio contra su índice bursátil en este caso el IPC.

También, Támara et al (2017) menciona que el coeficiente Beta dentro del mercado permite medir el riesgo agregado a una cartera diversificada por lo que no mide el riesgo total, dejando solo el riesgo relativo de un activo su expresión matemática se representa como:

Al obtener el resultado del coeficiente Beta de todas las empresas que conforman el IPC, se interpreta su resultado mediante lo siguiente:

1. Beta mayor a 1: Indica que el activo financiero tiene mayor variabilidad que el índice, es decir, si el índice aumenta el activo financiero lo hará de la misma forma o de manera más relevante.
2. Beta igual a 1: Indica que el activo financiero se comporta de igual manera que el índice bursátil.
3. Beta menor a 1: Indica que el activo financiero se comporta de manera contraria a su activo, es decir, si el índice aumenta el activo financiero disminuye de manera proporcional.

Gbmintbo: Es un fondo de inversión de Renta Variable, otorga altos rendimientos en el sector financiero.

Herdez: Es una compañía de alimentos, teniendo gran variedad de productos.

Lamosa: Empresa fabricante de cerámica.

Fortale: Empresa de cementos.

Maxcoma: Empresa de telecomunicaciones.

Cemexpo: Empresa de cementos.

Volara: Compañía de aviación.

Gfnorteo: Grupo financiero

Tlevisacpo: Empresa de telecomunicaciones

Al interpretar los resultados, se seleccionaron 10 activos financieros, los cuales se representan en la tabla 3, asimismo, se visualiza una pequeña interpretación de los activos financieros que conforman el portafolio en contraste con el IPC.

Por lo tanto, las empresas seleccionadas son:

Cadua: CADU inmobiliaria es una empresa que se encarga de desarrollar construir y comercializar viviendas.

3. Resultados

La implementación del GRG obtuvo grandes resultados, teniendo un portafolio que minimiza el riesgo maximizando la ganancia, sin embargo, como se puede visualizar en la tabla 4, el GRG no logra diversificar el 100% en todas las acciones, dejando sin porcentaje al activo financiero TLEVISACPO, por lo tanto, no cumple la teoría de diversificación de Markowitz.

Tabla 3: Selección de activos financieros mediante el coeficiente Beta.

Nº	Emisora	Beta	Interpretación
1	Cadua	-0.175576	Si el IPC aumentara en 1%, CADUA cambiaría, aproximadamente, en una proporción de -0.1755.
2	Gbmintbo	-0.181839	Si el IPC aumentara en 1%, Gbmintbo cambiaría, aproximadamente, en una proporción de -0.18183.
3	Herdez	0.4962	Si el IPC aumentara en 1%, Herdez cambiaría, aproximadamente, en una proporción de 0.4962.
4	Lamosa	-0.01274	Si el IPC aumentara en 1%, Lamosa cambiaría, aproximadamente, en una proporción de -0.01274.
5	Fortale	0.643543	Si el IPC aumentara en 1%, Fortale cambiaría, aproximadamente, en una proporción de 0.643543.
6	Maxcoma	0.00210	Si el IPC aumentara en 1%, Maxcoma cambiaría, aproximadamente, en una proporción de 0.00210.
7	Cemexcpo	6.070933	Si el IPC aumentara en 1%, Cemexcpo cambiaría, aproximadamente, en una proporción de 6.070933.
8	Volara	6.40266	Si el IPC aumentara en 1%, Volara cambiaría, aproximadamente, en una proporción de 6.40266.
9	Gfnorteo	6.773226	Si el IPC aumentara en 1%, Gfnorteo cambiaría, aproximadamente, en una proporción de 6.773226.
10	Tlevisacpo	6.84533	Si el IPC aumentara en 1%, Tlevisacpo cambiaría, aproximadamente, en una proporción de 6.84533.

El rendimiento que otorga el GRG maximizando el rendimiento es de 2.114% con un riesgo 0.1957%, cumpliendo con la finalidad de obtener un rendimiento mayor a su riesgo, además, al minimizar el riesgo se obtuvo un rendimiento 0.8162% y un riesgo 0.087% (véase en la tabla), por lo tanto, el GRG es un buen método para poder invertir dentro de este sistema financiero, sin embargo, al no diversificar todo el monto, tiene dificultades para optimizar de mejor manera la relación rendimiento- riesgo.

Por otro lado, al ejecutar el algoritmo genético se observa en la figura 3 que la convergencia que tiene el algoritmo es bastante lenta debido a que después de las 1,000 generaciones encuentra el máximo de la función objetivo, se visualiza que en las primeras generaciones el algoritmo no avanza hasta pasar la generación 5 comienza a encontrar mejores máximos locales.

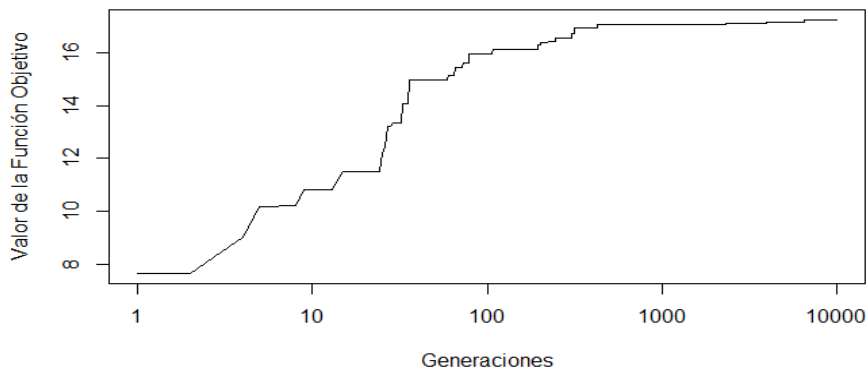


Figura 3: Gráfico de convergencia del algoritmo genético. Elaboración propia.

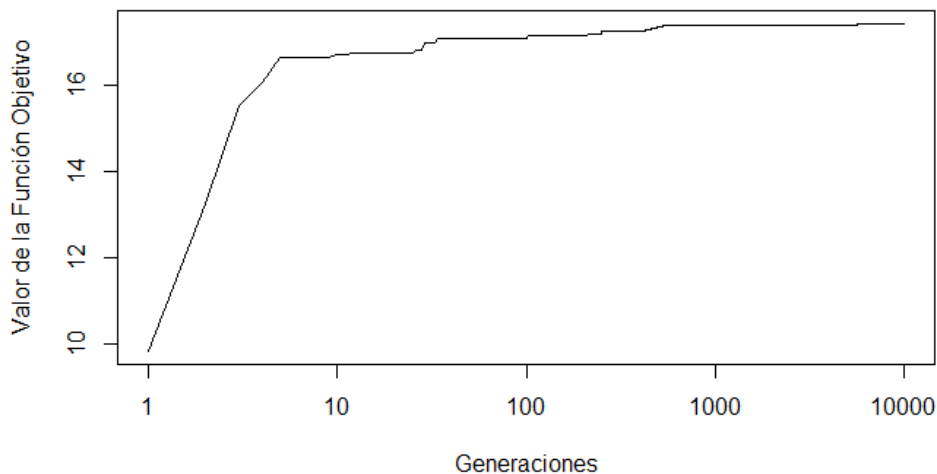


Figura 4: Gráfico de convergencia del algoritmo de SIA de selección clonal. Elaboración propia.

En comparación con el algoritmo de selección clonal, su convergencia es lenta, se puede visualizar en la figura 4 la convergencia del algoritmo de SIA, encontrando rápidamente la mejor solución posible, se puede percibir que antes de la generación 10 casi logra llegar a su máximo, encontrando velozmente pequeños máximos locales antes de converger a una mejor solución óptima posible, que cumpla todas las restricciones del problema.

El comparar con las iteraciones los métodos es una manera eficaz de saber cuál de los dos (genético y selección clonal) tiene mejor efectividad para resolver el problema de optimización, no se compara con el tiempo debido a que esto dependerá de la potencia del procesador de cada una de las maquinas que cuenta el servidor a la hora de ejecutar el código, dado que la complejidad del algoritmo es complicada (Gómez y Cervantes, 2014).

Tabla 5. Prueba Kolmogorov- Smirnov.

Kolmogorov-Smirnov	P-valor
Algoritmo Genético	0.4911
Selección clonal	0.00000000002509

Al obtener estos resultados de p-valor para el algoritmo genético y SIA de selección clonal se infiere que los algoritmos son diferentes, debido a que el algoritmo genético tiene resultados estadísticamente diferentes al algoritmo de selección clonal, véase en la tabla 5, los resultados obtenidos en la relación rendimiento riesgo en el caso del algoritmo genético siguen una distribución normal al tener un p- value

mayor a 0.05, por otro lado el algoritmo de selección clonal tiene un p-valor pequeño, por lo tanto la prueba de Kolmogorov- Smirnov indica que no sigue una distribución normal, es por ello que se puede determinar que los algoritmos son diferentes entre sí y se pueden comparar. Al verificar estadísticamente los algoritmos, los montos que cada uno de los algoritmos calcularon se muestran en la siguiente tabla 6.

Tabla 6. Montos por invertir en cada una de las acciones mediante los métodos implementados.

Método	Cadua	Gbmintbo	Fortale	Lamos a	Herdez	Maxcoma	Cemexpo	Volara	Gfnorteo	Tlevisap o
GRG	11%	36%	7%	22%	6%	4%	5%	1%	8%	0%
Algoritmo Genético	1.26%	39.94%	6.08%	32.95%	4.17%	1.48%	7.10%	3.29%	3.63%	0.63%
Selección clonal	0.00015%	40.20%	5.74%	33.97%	4.48%	0.0034%	7.94%	3.81%	3.82%	0.00020%

Al obtener los montos a invertir (*tabla 6*) en cada una de las acciones, se puede observar que se cumple la teoría de Markowitz en dos de los 3 métodos implementados (Algoritmo genético y algoritmo de selección clonal), además, se refleja en la *tabla 6* debido a que es un problema de optimización numérica por lo tanto, no es recomendable realizar matrices de confusión dado que son herramientas que visualizan un problema de clasificación estadística, asimismo, mientras que en el método GRG no se cumple debido a que no tiene ningún

porcentaje de inversión en el activo Tlevisapco, sin embargo, la *tabla 7* muestra que algoritmo es más eficiente basándose en la relación rendimiento- riesgo y se puede visualizar que el algoritmo de selección clonal es el más alto con 17.338 teniendo mejor resultado comparándose con los demás métodos, , por lo que invertir en una estrategia basada en el método de selección clonal otorgará mayores incentivos que otra técnica propuesta en este estudio.

Tabla 7. Relación rendimiento- riesgo de los métodos implementados.

	Minimizar Riesgo con GRG	Maximizar Rendimiento con GRG	Algoritmo Genético	Algoritmo de Selección Clonal
Relación Rendimiento- Riesgo	9.099	10.8022	17.277	17.338

4. Conclusiones

La teoría de Markowitz basada en la diversificación de activos financieros es un problema complicado debido a la cantidad de combinaciones que puede generar un algoritmo,

teniendo una complejidad computacional. El algoritmo de sistema inmunológico artificial propuesto demostró ser más rápido debido a que converge velozmente con respecto al algoritmo genético. Así mismo, cumple con la teoría de diversificación y al visualizar la *tabla 6*, tiene mayor relación

Rendimiento- Riesgo, por lo tanto, este algoritmo demostró tenacidad en el problema de optimización con respecto al Gradiente Reducido Generalizado y el Algoritmo Genético.

Agradecimientos

Agradezco al CONACYT por su programa nacional de becas para maestría.

Agradezco a la coordinación de la maestría de ciencias computacionales de la Universidad Autónoma del Estado de México, Centro Universitario de Atlacomulco.

Referencias

- Rodríguez López, E., García Mejía, J., & Martínez Garduño, Y. (2021, marzo 5). *Diseño de un portafolio de inversión con algoritmos evolutivos*. *Tecnología, Diseño E Innovación*, 6(1), 51-70. Recuperado a partir de <https://ojs.unae.unae.edu.py/index.php/facat/article/view/261>
- Cruz, L. M. C., Muñoz, P. C. & Castro, G. Á., (2019). *Impacto económico de alternativas de inversión para el sistema de pensiones en México*. *Revista de Economía*, 38(1), 48.
- Bazan, M. L., Morales, R. C. & López, F., (2014). *Evaluación del coeficiente beta como medida del riesgo mercado o sistemático en el mercado accionario mexicano de 2003 a 2013*. *XIX Congreso Internacional De Contaduría Administración e informática*, 14.
- Díaz Díaz, N. E., Luna Martínez, L. J., Gómez Bueno, W. A. & Bautista Rozo, L. X., (2013). *Algoritmo Inmune de Selección Clonal*. *Conference: IV Congreso Internacional de Computación e Informática del Norte de Chile*, 8.
- Duarte Ojeda, J. R. & Elizalde Sánchez, C. C., (2011). *La década de los fondos de pensiones en los países latinoamericanos*. *Revista Venezolana de Análisis de Coyuntura*, XVII (1), 72.
- De Greiff, S. & Rivera, J.C. (2018). *Optimización de portafolios de inversión con costos de transacción utilizando un algoritmo genético multiobjetivo: caso aplicado a la Bolsa de Valores de Colombia*. *Estudios Gerenciales*, 34(146), 74-87.
- Clara Elena Mendoza-González, Javier Alexis Traslaviña-Carrillo & Alfonso Gutiérrez-López, (2018). *Empleo del algoritmo GRG Nonlinear en el cálculo de intensidades de lluvia*. *Revista NTHE*.
- José Alberto García Gutiérrez (2014). *Análisis e implementación de algoritmos evolutivos para la optimización de simulaciones en ingeniería civil*. *Universidad Católica San Antonio*.
- Rafael Rivera-López, Efrén Mezura-Montes, Alicia Morales-Reyes, Mario Graff, Daniela Moctezuma, Eric S. Tellez, Sabino Miranda-Jiménez, Carlos Segura, Joel Chacón-Castillo, Calos A. Brizuela, Julio Juárez, Hugo Terashima- Marín, Santiago Enrique Conant- Pa-los, José Carlos Ortiz- Bayliss e Iván Mauricio Amaya-Contreras (2019). *Computación evolutiva*. *Academia Mexicana de Computación*. Amexcomp.
- Eduardo Arturo Cruz, Jorge Hernan Restrepo & John Jairo Sánchez (2005). *Portafolio de inversión en acciones optimizado*. *Scientia et Technica*, XI, 27, 175-180.
- Humberto Antonio Brenes- González (2020). *Aplicación de la programación lineal en la maximización del desempeño de los rendimientos de un portafolio compuesto por dos activos, utilizando Solver*. *Revista Electrónica de investigación en ciencias económicas*, 16, 8, 24-39.
- Juan Carlos Herrera- Lozada (2011). *Sistema Inmune Artificial con población reducida para optimización numérica*.
- Luis Antonio Cala- Cala, Marcos Traslaviña- Sosa & Alfonso Enrique Gualdrón- López (2014). *Beta como variable que mide el riesgo*. *Innovando en la U*, 6, 85-92.
- Armando Lenin Támara- Ayús, Ignacio Emilio Chica- Arrieta & Anibal Montiel- Ensuncho (2017). *Metodología de cálculo del Beta: Beta de los activos, Beta apalancado y Beta corregido por Cash*. *Espacios*, 38, 15-36.
- Juan Fernando García- Mejía, Elsa T. Rodríguez- López, Mineli de Jesús- Navarrete & Yenit Martínez- Garduño (2020). *Diversificación de un portafolio de inversión por medio de un Algoritmo Genético con codificación real*. *CIRC2020*, 148- 156.
- María del Carmen Gómez- Fuentes & Jorge Cervantes- Ojeda (2014). *Introducción al análisis y al diseño de algoritmos*. *Universidad Autónoma Metropolitana*, 166 ,5- 8