

https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/investigium/issue/archive

Boletín Científico INVESTIGIUM de la Escuela Superior de Tizayuca

InvESTigium

ISSN: 2448-4830

Publicación semestral, Vol. 10, No. Especial (2024) 1-8

"Tercer Congreso Internacional de Investigación e Innovación en Tendencias Globales y Primer Coloquio de Posgrado en Gestión y Desarrollo de Nuevas Tecnologías" 22 –25 de octubre de 2024

Diseño e Implementación de un Exoesqueleto Mecatrónico Programable para Rehabilitación de Miembro Superior

Design and Implementation of a Programmable Mechatronic Exoskeleton for Upper Limb Rehabilitation

Z. I. Bautista Bautista ^a, J. Herrera Espinosa ^b, J. A. Mejía Domínguez ^c

Abstract:

This paper presents the design and implementation of a prototype for upper limb rehabilitation. This system is a programmable mechatronic exoskeleton, which interacts with the user to assist in the pathology of muscular dystrophy. The type of muscular dystrophy is determined, the biomechanics of the upper limb are analyzed, and the requirements are established for the exoskeleton to emulate the behavior of the upper limb. The analysis of the position of the proposed mechanisms is carried out and the kinematic problem of the exoskeleton is developed. Programming in Matlab® is used to check the synthesis of the mechanism and the results of the kinematics, as well as the user interface of the prototype.

Keywords:

Design, Implementation, Mechatronics, Exoskeleton, Programming.

Resumen:

Este trabajo presenta el diseño e implementación de un prototipo para rehabilitación de miembro superior. Dicho sistema es un exoesqueleto mecatrónico programable, que interactúa con el usuario para asistir en la patología de distrofia muscular. Se determina el tipo de distrofia muscular, y se analiza la biomecánica del miembro superior, estableciendo los requerimientos necesarios para que el exoesqueleto emule el comportamiento del miembro superior. Además se realiza el análisis del cálculo de posiciones de los mecanismos propuestos y se desarrolla el problema cinemático del exoesqueleto. La programación en Matlab® comprueba la síntesis del mecanismo y los resultados de la cinemática, así como la interfaz de usuario del prototipo.

Palabras Clave:

Diseño, Implementación, Mecatrónico, Exoesqueleto, Programación.

Introducción

En la actualidad es más frecuente enfrentarse con enfermedades crónicas y degenerativas provocadas por los genes de los padres, como la distrofia muscular. Se sabe que los genes son los que producen las características de cada ser humano, por ejemplo el tipo de cabello, de piel, color de ojos, etc., y en el caso de esta

DOI: https://doi.org/10.29057/est.v10iEspecial.13648

enfermedad no es la excepción ya que los genes juegan un papel muy importante.

Ante las inminentes discapacidades que van dejando la distrofia muscular y los intensos dolores que se producen en los miembros superiores e inferiores del paciente, los movimientos de su cuerpo se vuelven casi nulos y por tanto su nivel de vida es muy sugestionable. De acuerdo con lo anterior es posible identificar, la necesidad de

Fecha de recepción: 04/09/2024, Fecha de aceptación: 23/09/2024, Fecha de publicación: 13/12/2024

^a Autor de Correspondencia, Instituto Politécnico Nacional | Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Zacatenco | Ciudad de México | México, https://orcid.org/0000-0001-8614-6032, Email: zbautista@ipn.mx

b.c Instituto Politécnico Nacional | Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Zacatenco | Ciudad de México | México, https://orcid.org/0009-0003-8608-9447, Email: jaherrerae@ipn.mx; https://orcid.org/0000-0002-8111-4821, Email: jmejiad@ipn.mx

22 - 25 de octubre de 2024

desarrollar un dispositivo para miembro superior que emule algunos movimientos realizados por el brazo y antebrazo, ayudando a que los pacientes puedan alimentarse sin ayuda de nadie, que pueden sujetar algún objeto y sobre todo que se vuelvan a sentir seres independientes, además de realizar los movimientos cotidianos, se obtendrá una circunstancia y/o efecto que los beneficiará a corto plazo, dado que los músculos tendrán movimiento y se podrán rehabilitar las zonas afectadas por la enfermedad.

Desde hace tiempo los robots han formado parte del desarrollo tecnológico de los países de primer mundo, es por esta razón que su aplicación crece exponencialmente y cada día son involucrados en diferentes tareas, que hasta hace pocos años se pensaba que no podían realizarse sin la intervención del ser humano [1].

Los robots han sido parte de nuestra vida desde hace algunas décadas proporcionando su apoyo en cualquier tarea y/o circunstancia. Por tal motivo es preciso conocer las diferentes etapas que han sufrido dichos mecanismos a lo largo de la historia de la humanidad.

Exoesqueleto de miembro superior

En el presente trabajo se desarrolla un exoesqueleto de miembro superior (Hombro. Brazo, Antebrazo), el cual emula los movimientos del brazo y antebrazo con el propósito de mejorar la calidad de vida las personas con Distrofia Muscular de Duchenne.

Para la realización de este proyecto se identifican los aspectos importantes relacionados con la evolución de los exoesqueletos y así mismo se enfatiza en los equipos de rehabilitación, para establecer las características con las que cuentan y los grandes beneficios que han aportado a la humanidad. Se aborda la sintomatología, distrofia muscular y sus variantes, así como los tipos de rehabilitación que se usan para las personas que sufren de dicha patología.

Después se realiza y establece el problema cinemático, se efectúa una comprobación en un programa de simulación matemática para corroborar cada uno de los datos correspondientes, posteriormente se efectúa la selección de los mecanismo a utilizar y el cálculo correspondiente de cada uno de ellos, al concluir cada cálculo se comprueban los resultados en el programa de simulación matemática para verificar que las dimensiones seleccionadas sean las adecuadas. Posteriormente se realiza el prototipo del exoesqueleto robótico, además se propone la interfaz de usuario para dicho exoesqueleto.

Se muestra en la figura 1, un ejemplo de exoesqueleto de miembro superior.



Figura 1. Exoesqueleto para asistencia de problemas de movilidad miembro superior.

Estos mecanismos han sido clasificados de la siguiente manera para diferenciarlos uno de otro según se muestra a continuación:

Mecanismos para soporte postural: Prácticamente se encargan de corregir una mala postura o limitar algún movimiento para curar o descansar algún músculo por medio de algún tipo de mecanismo para lograrlo.

Mecanismos de rehabilitación: Consiste en un mecanismo que emula los movimientos de alguna extremidad paulatinamente para regresar la movilidad a algún miembro lastimado, y evitar que una persona emule estos movimientos en la persona afectada.

Mecanismos de asistencia o sustitución de funciones del cuerpo humano: Para aquellas personas que pierden la movilidad de alguna extremidad, por lo que estos mecanismos son de uso permanente para el operador, y tienen que ser diseñados específicamente para cada persona [2].

Cálculo de mecanismos

Para comprender más el prototipo, se realiza el cálculo del mecanismo de 4 barras que se utiliza para obtener las magnitudes y longitudes de las barras de dicho mecanismo, así como la posición de los ángulos del mecanismo, que será de una secuencia abierta de eslabones.

La posición de los ángulos se observa en la figura 2 para cadena abierta y en la figura 3 para cadena cerrada, que representan el mecanismo de 4 barras que se utiliza [3].

22 - 25 de octubre de 2024

Se realiza el cálculo de análisis de posiciones del mecanismo propuesto para el prototipo. Este mecanismo así como su análisis de posiciones se utiliza para dos, de los tres movimientos del exoesqueleto, el primer grado de libertad será la flexión y extensión del brazo (codo) y el segundo será la rotación del hombro, este análisis se realiza mediante cadena abierta y cadena cerrada.

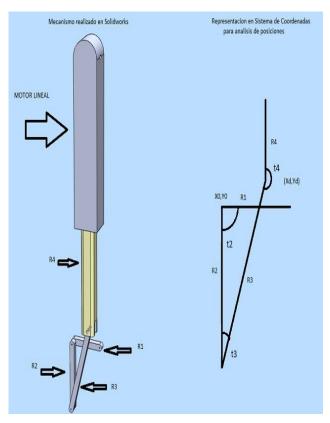


Figura 2. Mecanismo de 4 barras para exoesqueleto robótico (cadena abierta).

Cadena abierta: El análisis de posiciones por cadena abierta sirve solo para encontrar el X_d y Y_d , del sistema de coordenadas para el mecanismo de 4 barras que se está calculando en el cual se obtiene las ecuaciones 1-4.

$$X_d = X_0 + r_2 \cos \phi_2 + r_3 \cos \phi_3 \tag{1}$$

$$Y_d = Y_0 + r_2 \sin \phi_2 + r_3 \sin \phi_3$$
 (2)

$$r_3 \cos \phi_3 = X_d - X_0 - r_2 \cos \phi_2$$
 (3)

$$r_3 \operatorname{sen} \phi_3 = Y_d - Y_0 - r_2 \operatorname{sen} \phi_2$$
 (4)

Cadena cerrada: La ecuación 5 representa el orden particular del mecanismo a utilizar:

$$r_1 + r_2 = r_3 + r_4 \tag{5}$$

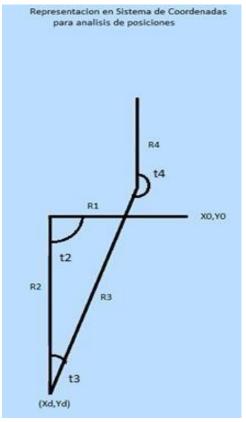


Figura 3. Mecanismo de 4 barras para exoesqueleto robótico (cadena cerrada).

Se hace notación polar por vector, como se muestra en la ecuación 6:

$$r_1 e^{j\phi_1} + r_2 e^{j\phi_2} = r_3 e^{j\phi_3} + r_4 e^{j\phi_4}$$
 (6)

La ecuación 7 se resuelve mediante el Teorema de Euler para cada una de las exponenciales y se obtiene la ecuación 8 y 9:

$$r_1 e^{j\phi_1} + r_2 e^{j\phi_2} = r_3 e^{j\phi_3} + r_4 e^{j\phi_4}$$
 (7)

$$r_1(\cos \phi_1 + j \sin \phi_1) + r_2(\cos \phi_2 + j \sin \phi_2) =$$

 $r_3(\cos \phi_3 + j \sin \phi_3) + r_4(\cos \phi_4 + j \sin \phi_4)$ (8)

$$r_1 \cos \phi_1 + r_1 j \sin \phi_1 + r_2 \cos \phi_2 + r_2 j \sin \phi_2 =$$

 $r_3 \cos \phi_3 + r_3 j \sin \phi_3 + r_4 \cos \phi_4 + r_4 j \sin \phi_4$ (9)

Se agrupan la parte real y se muestra el resultado en la ecuación 10 y la parte imaginaria en la ecuación 11 y se obtienen 2 ecuaciones simultáneas:

$$r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 + r_4 \cos \theta_4$$
 Real (10)

$$r_1 j \operatorname{sen} \phi_1 + r_2 j \operatorname{sen} \phi_2 + r_3 j \operatorname{sen} \phi_3 + r_3 j \operatorname{sen} \phi_4 \operatorname{Ima}(11)$$

22 -25 de octubre de 2024

La ecuación anterior se resuelve para \emptyset_3 eliminando \emptyset_4 mediante la identidad trigonométrica unitaria, como se muestra en la ecuación 12:

$$sen^2\emptyset + cos^2\emptyset = 1 \tag{12}$$

El sistema de ecuaciones no es lineal así que el término j se cancela y por último se despejan los términos que contienen a \emptyset_4 mostrados en las ecuaciones 13 y 14.

$$r_4 \cos \theta_4 = -r_3 \cos \theta_3 + r_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2$$
 (13)

$$r_4 \operatorname{sen} \phi_4 = -r_3 \operatorname{sen} \phi_3 + r_1 \operatorname{sen} \phi_1 + r_2 \operatorname{sen} \phi_2$$
 (14)

Las ecuaciones anteriores se elevan al cuadrado y se suman teniendo como resultado las ecuaciones 15, 16 y 17, considerando las constantes **A**, **B** y **C**:

$$A = 2r_3(r_1\cos\phi_1 + r_2\cos\phi_2)$$
 (15)

$$\mathbf{B} = 2r_3(r_1 \operatorname{sen} \phi_1 + r_2 \operatorname{sen} \phi_2) \tag{16}$$

$$C = r_3^2 + r_1^2 + r_2^2 - r_4^2$$

$$+2r_1r_2(\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2)$$
 (17)

Se plantea la fórmula en la figura 18, para conocer ϕ_3 y ϕ_4 .

$$\emptyset_3 = tan^{-1} \frac{-B \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - A}$$
(18)

Para encontrar la \emptyset_4 se realiza un cálculo similar como el que se realizó para calcular \emptyset_3 .

Ahora se consideran las constantes **D**, **E** y **F**, quedando las ecuaciones 19, 20 y 21 de la siguiente manera:

$$\mathbf{D} = 2r_4(r_1\cos\phi_1 + r_2\cos\phi_2) \quad (19)$$

$$\mathbf{E} = 2r_4(r_1 \operatorname{sen} \phi_1 + r_2 \operatorname{sen} \phi_2) \quad (20)$$

$$\mathbf{F} = r_4^2 + r_1^2 + r_2^2 - r_4^2$$

$$+2r_1r_2(\cos \varphi_1\cos \varphi_2 + \sin \varphi_1\sin \varphi_2)$$
 (21)

Se plantea la fórmula en la figura 22, para conocer ϕ_4 .

$$\emptyset_4 = tan^{-1} \frac{-E \pm \sqrt{D^2 + E^2 - F^2}}{F - D}$$
 (22)

Con los resultados obtenidos anteriormente se deducen las dimensiones, magnitudes y ángulos de cada uno de los eslabones. Para tener una comprobación de este tema se realiza un programa en Matlab, el cual comprueba los resultados, todo esto se analiza en la programación. Por consiguiente se deduce que los motores lineales y motores paso a paso, son los adecuados para los movimientos de dicho sistema mecatrónico. Para realizar el cálculo en Matlab de dicho mecanismo, se toman en cuenta las siguientes magnitudes para los eslabones:

- r1 = 3 cm.
- r2 = 5 cm.

Por consiguiente para el eslabón r3, se desconoce su magnitud y se obtiene mediante el programa y por lo tanto r4 será el desplazamiento del pistón del motor lineal que se selecciona.

Cálculo de trayectorias

Para realizar el programa se consideran como base el método de Newton-Raphson y el método jacobiano y se lleva a cabo la programación estructurada en Matlab. Para la programación se necesitan saber las trayectorias en "X" y "Y" dependiendo del número de ángulo y distancias entre los mismos en centímetros como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Análisis de trayectorias

| ANGULO | Х | Y 0 | | |
|--------|------|-------------|--|--|
| 270° | 0 | | | |
| 285° | 1.29 | 0.17 | | |
| 300° | 2.49 | 0.67 | | |
| 315° | 3.53 | 1.46 2.5 | | |
| 330° | 4.32 | | | |
| 345° | 4.83 | 3.71 | | |
| 360° | 5 | 5 | | |
| 15° | 4.83 | 6.29 | | |
| 30° | 4.32 | 7.5 | | |
| 45° | 3.53 | 8.54 | | |

Estas trayectorias se tomaron en cuenta dependiendo del ángulo que se desea que levante el mecanismo, para este caso fue de 135° y las trayectorias se medirán de 15°

22 -25 de octubre de 2024

hasta llegar al ángulo propuesto. Por último se calcularán en el programa y con esto se obtendrán las magnitudes reales de cada eslabón:

Se realiza el análisis de trayectorias con la programación en Matlab, que va desde 270° hasta 45° y se comprueba que es correcto, como se muestra en la figura 4.

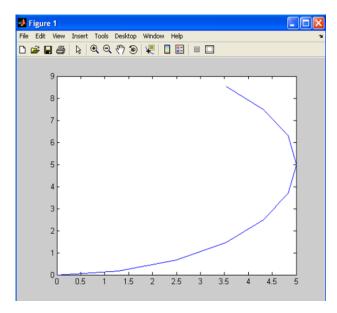


Figura 4. Gráfica de análisis de trayectorias.

Al comprobar que el análisis de trayectorias es correcto, se calculan las magnitudes reales de cada eslabón como se muestra en la figura 5.

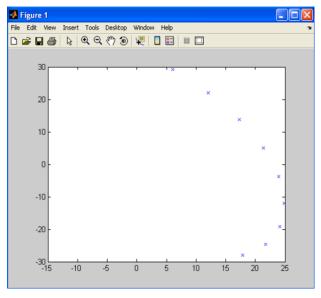


Figura 5. Gráfica del cálculo de las magnitudes de cada eslabón.

Las magnitudes reales según la programación en Matlab son las siguientes:

- r1 = 5.1 cm.
- r2 = 8.09 cm.
- r3 = 12.02 cm.
- r4 = 13.08 cm,

Recordando que la magnitud de este eslabón será tomada en cuenta respecto a la carrera del pistón del motor lineal.

Programación en Matlab® para la cinemática directa

Para llevar a cabo la programación primero se analiza un diagrama de flujo de la Cinemática Directa del Exoesqueleto Robótico; el cual explica el funcionamiento que realiza el programa. Enseguida se visualiza la estructura del programa y por consiguiente se realiza un ejercicio breve para verificar el funcionamiento de este, como se muestra en la figura 6.

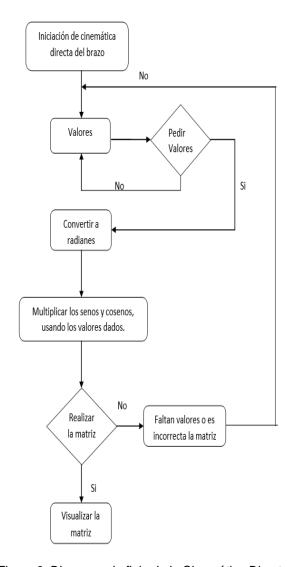


Figura 6. Diagrama de flujo de la Cinemática Directa.

22 - 25 de octubre de 2024

En la figura 7, se muestra el arranque del programa, el cual da dos etiquetas que son; "Cinemática Directa" y "Realización de la Cinemática del Miembro Superior" y además pide que se aporten los valores que se pretenden calcular, dichos valores tendrán que introducirse entre corchetes, como se muestra el ejemplo.

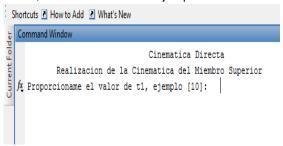


Figura 7. Inicialización del programa en Matlab.

En la figura 8, se puede observar que se han introducido los valores solicitados, los valores que demanda el programa son 5 en total, ya que cada uno representa un grado de libertad del exoesqueleto robótico.

| C | ommand Window | | | | | | | |
|---|---|----|-------|----|-----|-----------|---------|-----|
| u | | | | | (| Cinematio | ca Dire | cta |
| | Realizacion de la Cinematica del Miembro Superior | | | | | | | |
| | Proporcioname | el | valor | de | t1, | ejemplo | [10]: | [0] |
| ı | Proporcioname | el | valor | de | t2, | ejemplo | [11]: | [0] |
| | Proporcioname | el | valor | de | t3, | ejemplo | [12]: | [0] |
| | Proporcioname | el | valor | de | t4, | ejemplo | [13]: | [0] |
| | Proporcioname | el | valor | de | t5. | ejemplo | [14]: | [0] |

Figura 8. Introducción de valores.

La figura 9, muestra los valores que arrojo el programa, al usar valores nulos "0", arroja una diagonal de solo números uno (1), esto quiere decir que el programa es confiable. Además en la parte superior derecha se da un valor de 53, este valor es porque al usar un valor nulo se hace la suma de las dimensiones del miembro superior que se propusieron.

Figura 9. Obtención de la Matriz.

Al presentarse problemas de diseño mecánico con el prototipo anterior, se corrigieron para obtener un prototipo final, con el cual se obtienen los movimientos seleccionados para el exoesqueleto de miembro superior. Se hicieron modificaciones de diseño mecánico al primer prototipo y pruebas de cinemática en el programa Solid Works® para adecuar las piezas del mecanismo al prototipo final. Se muestra en la figura 10 las piezas que se utilizaron así como las funciones que ejercen cada una de ellas en el prototipo.

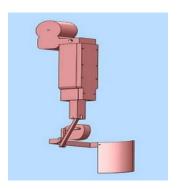


Figura 10. Obtención de prototipo en Solid Works®.

Análisis de resultados

En este tema se demuestran los movimientos que se desean, mediante la simulación del exoesqueleto de miembro superior. A continuación se plantean una serie de pasos para observar los movimientos que realiza el exoesqueleto mediante la interfaz gráfica:

El exoesqueleto se mantiene en posición inicial (estado de reposo), ya conectada la tarjeta "phidget interfacekit®" mediante el puerto USB a la interfaz gráfica y al exoesqueleto, como se muestra en la figura 11.

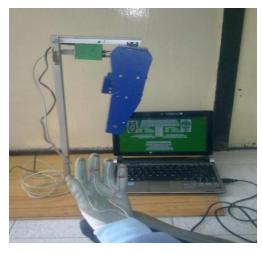


Figura 11. Simulación del exoesqueleto robótico en posición inicial

22 -25 de octubre de 2024

Para concluir con estos pasos, se realizaron dos pruebas finales, en la primera se combinaron los movimientos de extensión del hombro a 90° (yemas del dedo pulgar y dedo anular) y la flexión del codo a 145° (yemas del dedo pulgar y dedo medio), en la figura 12 se muestra dicho movimiento realizado el exoesqueleto. En la segunda se realizó combinando la extensión total del hombro a 170° (yemas del dedo pulgar y dedo meñique) y la flexión a 145° al igual que en la prueba anterior del exoesqueleto, como se muestra en la figura 13.

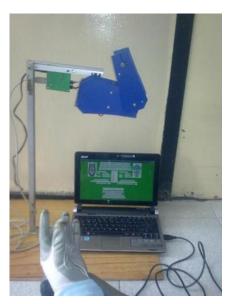


Figura 12. Combinación de movimientos del exoesqueleto (Extensión del Hombro a 90° y Flexión del Codo a 145°).

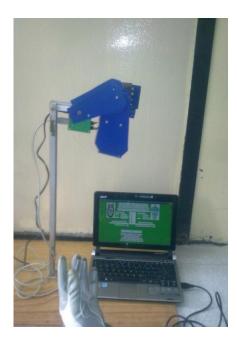


Figura 13. Combinación de movimientos del exoesqueleto (Extensión del Hombro a 170° y Flexión del Codo a 145°).

Gracias a esta simulación se lograron obtener 2 cosas claves para el prototipo, que son el guante para realizar los movimientos y la interfaz gráfica. Tanto el guante como la interfaz serían los mismos para una futura realización del prototipo del exoesqueleto robótico para rehabilitación de miembro superior, debido a que su función no va a cambiar que es la de adquisición de datos del guante y el procesamiento de estos datos mandados a un actuador.

Conclusiones

La distrofia muscular es un padecimiento que va evolucionando diariamente y afecta a diversos músculos los cuales van perdiendo movilidad, dichos músculos son los encargados de realizar los movimientos en el miembro superior. Para el desarrollo del exoesqueleto fue esencial enfocarnos en los músculos que componen en miembro superior, con el fin de conocer los grados de libertad, los rangos de movilidad y límites de movilidad. Por consiguiente al conocer la biomecánica se desarrolló el análisis de posiciones de la síntesis de mecanismos, que en este caso fueron el mecanismo para hombro y codo, así como la comprobación de los resultados en el programa Matlab®. Obteniendo los resultados de los mecanismos se prosiguió con la realización de la cinemática así como la comprobación de dichos resultados en Matlab®.

La distrofia muscular es un padecimiento que va evolucionando diariamente y afecta a diversos músculos los cuales van perdiendo movilidad, dichos músculos son los encargados de realizar los movimientos en el miembro superior. Para el desarrollo del exoesqueleto fue esencial enfocarnos en los músculos que componen en miembro superior, con el fin de conocer los grados de libertad, los rangos de movilidad y límites de movilidad.

Por consiguiente al conocer la biomecánica se desarrolló el análisis de posiciones de la síntesis de mecanismos, que en este caso fueron el mecanismo para hombro y codo, así como la comprobación de los resultados en el programa Matlab®. Obteniendo los resultados de los mecanismos se prosiguió con la realización de la cinemática así como la comprobación de dichos resultados en Matlab®.

Se observo que no solo la Ingeniería puede ser orientada a una industria o para un proceso industrial, sino que puede colaborar con las demás ramas de la ciencia, como lo es la Medicina, pero para esto se tienen que comprender algunas funciones musculares, diferentes Publicación semestral, Boletín Científico INVESTIGIUM de la Escuela Superior de Tizayuca, Vol. 10, No. Especial (2024) 1-8 "Tercer Congreso Internacional de Investigación e Innovación en Tendencias Globales y Primer Coloquio de Posgrado en Gestión y Desarrollo de Nuevas Tecnologías"

22 -25 de octubre de 2024

terminologías médicas y todo lo relacionado con los movimientos que produce el cuerpo humano.

Si se combina la medicina y la ingeniería se pueden lograr grandes sistemas de rehabilitación, prótesis robóticas o biónicas y hasta implementar exoesqueletos de todo el cuerpo humano para alguna asistencia cuadripléjica.

Referencias

- Velázquez Sánchez, T. A.; Lugo Gonzales, E. Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura, "Perspectivas de la Robótica en la Rehabilitación Medica, p 1-5.
- [2] Zoe Falomir Llansola. (2006). Neuro-Robótica. Informe Técnico, Universitat Jaume.
- [3] Castro, B. "Anatomía, Biomecánica y Exploración del Miembro Superior". Trabajo de Investigación. Complexo Hospitalario de Santiago. 2009.
- [4] Dorador, Jesús Manuel. "Robótica y Prótesis Inteligentes", Digital Universitaria, Volumen 6 numero 1, UNAM, México, enero 2004.
- [5] D. Tibaduiza, N. Chío, J.M. Grosso y M. Anaya. "Simulación Cinemática de un Exoesqueleto de Brazo". Trabajo de investigación, Universidad Autónoma de Bucaramanga, 2009.
- [6] Eduardo Rocon L. "Reducción activa de temblor patológico de miembro superior mediante exoesqueletos robóticos". Tesis, Universidad Politécnica de Madrid Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, 2006.
- [7] Ersson Idrobo Pacheco. (n.d.). Principales Mecanismos. Facultad de Ingenierías y Arquitectura Universidad de Pamplona. Pamplona, Colombia.
- [8] Velázquez Sánchez, A. T. Caracterización Cinemática e Implementación De Una Mano Robótica Multiarticulada. Tesis Doctoral, "Cinemática de Manos Robóticas", p 54-62.
- [9] Lugo González, E. Diseño de Mecanismos Utilizando Algoritmos Genéticos con Aplicación en Prótesis para Miembro Inferior. Tesis Doctoral, "Método de Newton Raphson para la Solución de Funciones no Lineales, 28-07-2010, p 36-38
- [10] Norton, R. L. Diseño de Maquinas, "Calculo de Mecanismos". Editorial Pearson - México, Año de Edición 1999. Tema Ingeniería.
- [11] Pérez, R. Análisis de Mecanismos y Problemas Resueltos, "Modelos Matemáticos". Editorial Alfaomega, Edición 2006, No. de Edición 2ª, p 11-40.