

Enseñanza de la cinemática de robots manipuladores mediante una metodología kinestésica con modelos físicos impresos en 3D y simulación

Teaching Manipulator Robot Kinematics Using a Kinesthetic Methodology with 3D-Printed Physical Models and Simulation

Gerardo Loreto Gómez^a

Abstract:

This paper proposes an active and kinesthetic learning methodology for teaching the forward and inverse kinematics of manipulator robots in introductory robotics courses at the university level. The proposal integrates the use of 3D-printed physical models and a virtual simulation platform, fostering knowledge construction through manipulation, observation, and experimental validation. The methodological approach is based on Kolb's experiential learning model, in which the student progresses through four stages: concrete experience, reflective observation, abstract conceptualization, and active experimentation. In this context, the 3D-printed models allow students to visualize and physically manipulate the robot's configurations and joints, while the virtual platform enables immediate simulation and verification of theoretical results. A comparative study with a control group demonstrated a significant improvement in the academic performance of the students who worked with this methodology. It is concluded that the integration of physical experience, virtual simulation, and teacher support strengthens conceptual understanding, spatial reasoning and motivation for learning, consolidating an effective pedagogical model for teaching robotics in engineering.

Keywords:

Active learning, kinesthetic learning, educational robotics, kinematics

Resumen:

El presente trabajo propone una metodología de aprendizaje activo y kinestésico orientada a la enseñanza de la cinemática directa e inversa de robots manipuladores en cursos introductorios de robótica a nivel superior. La propuesta integra el uso de modelos físicos impresos en 3D y una plataforma virtual de simulación, favoreciendo la construcción del conocimiento a partir de la manipulación, la observación y la validación experimental. El enfoque metodológico se sustenta en el modelo de aprendizaje experiencial de Kolb, donde el estudiante avanza a través de cuatro etapas: experiencia concreta, observación reflexiva, conceptualización abstracta y experimentación activa. En este contexto, los modelos impresos en 3D permiten al alumno visualizar y manipular físicamente las configuraciones y articulaciones del robot, mientras que la plataforma virtual posibilita simular y verificar los resultados teóricos de manera inmediata. Un estudio comparativo con un grupo de control demostró una mejora significativa en el desempeño académico de los alumnos que trabajaron con esta metodología. Se concluye que la integración de experiencia física, simulación virtual y acompañamiento docente fortalece la comprensión conceptual, el razonamiento espacial y la motivación por el aprendizaje, consolidando un modelo pedagógico efectivo para la enseñanza de la robótica en ingeniería.

Palabras Clave:

Aprendizaje activo, aprendizaje kinestésico, robótica educativa, cinemática

Introducción

En la educación en ingeniería, los métodos tradicionales de enseñanza — basados en clases magistrales, resolución individual de ejercicios y evaluaciones centradas en la memorización— han demostrado limitaciones frente a las demandas formativas de la

ingeniería contemporánea. Estos enfoques tienden a generar una participación pasiva del estudiante y una comprensión fragmentada del conocimiento técnico. Frente a ello, los enfoques de aprendizaje activo proponen una transformación metodológica orientada a que el estudiante participe de manera directa en su propio proceso de construcción del conocimiento, mediante la

^a Gerardo Loreto Gómez, Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico Superior de Uruapan |Uruapan – Michoacán | México, <https://orcid.org/0000-0002-3960-8801>, Email: gerardo.lg@uruapan.tecnm.mx

Fecha de recepción: 22/01/2026, Fecha de aceptación: 04/03/2026, Fecha de publicación: 05/07/2026

DOI: <https://doi.org/10.29057/esti.v12i23.16926>



exploración, la reflexión, la colaboración y la aplicación práctica de los conceptos [1].

El aprendizaje activo se fundamenta en la idea de que la comprensión profunda y duradera surge cuando el estudiante actúa, manipula, experimenta y reflexiona sobre lo aprendido. Este proceso implica pasar de un aprendizaje pasivo a uno experiencial, en el cual la interacción física, cognitiva y social potencia el desarrollo de habilidades de razonamiento, resolución de problemas y pensamiento crítico. En este sentido, la dimensión kinestésica del aprendizaje adquiere un papel fundamental, al permitir al estudiante aprender a través del movimiento, la manipulación y la experimentación concreta, se estimulan procesos cognitivos más integrales y se consolidan las representaciones mentales asociadas a conceptos abstractos [2]. En el ámbito de la ingeniería, esta orientación ha demostrado ser altamente efectiva para promover la comprensión profunda de los principios físicos y matemáticos, así como para fortalecer las competencias profesionales requeridas por el entorno industrial y tecnológico actual.

En disciplinas de ingeniería, y en particular, en la enseñanza de la robótica industrial, esta dimensión kinestésica se vuelve esencial, ya que los estudiantes deben comprender relaciones espaciales, trayectorias, restricciones mecánicas y transformaciones geométricas tridimensionales. El uso de modelos tridimensionales físicos y virtuales favorece precisamente este tipo de aprendizaje al permitir que los alumnos visualicen y manipulen los sistemas robóticos, explorando de manera tangible los principios teóricos que gobiernan su comportamiento [3], [4].

En particular, el estudio de la cinemática de manipuladores industriales aborda dos aspectos principales: la cinemática directa que permite determinar la posición y orientación del efector final del robot a partir de los valores de las articulaciones, representando el primer nivel de comprensión geométrica del movimiento. Por su parte, la cinemática inversa aborda el problema de calcular las variables articulares necesarias para alcanzar una posición y orientación deseadas en el espacio de trabajo. Este proceso requiere un razonamiento más complejo y suele involucrar soluciones múltiples o indeterminadas, lo que lo convierte en un contenido ideal para el desarrollo de competencias analíticas y de resolución de problemas dentro de entornos de aprendizaje activo [5].

La propuesta de enseñanza basada en simulación 3D y modelos físicos impresos permite afrontar directamente los principales desafíos identificados en la literatura sobre

aprendizaje activo en ingeniería [6]. En primer lugar, responde al desafío sistémico, al optimizar el uso del tiempo de clase mediante entornos virtuales que facilitan la repetición, modificación y análisis de escenarios complejos sin requerir equipamiento costoso o infraestructura especializada. En segundo lugar, aborda los desafíos del estudiante, al incrementar la motivación, promover la colaboración y ofrecer un entorno seguro donde el error se convierte en parte del proceso formativo. En tercer lugar, enfrenta los desafíos de contenido, al permitir que los conceptos teóricos, como matrices de transformación homogénea, parámetros de Denavit-Hartenberg o singularidades, se experimenten de forma visual e interactiva, fortaleciendo su comprensión. Finalmente, contribuye a superar los desafíos del docente, al ofrecer herramientas digitales y físicas que facilitan la evaluación continua, el seguimiento del progreso y la personalización del aprendizaje, reduciendo la dependencia de las explicaciones magistrales.

Un aspecto fundamental de esta propuesta es que el uso inicial del entorno de simulación cumple una función análoga a la fase de validación y prueba previa común en los procesos de ingeniería. En este espacio virtual, los estudiantes pueden verificar la validez de las soluciones teóricas, analizar las restricciones geométricas y cinemáticas, y detectar errores de modelado o de control antes de su implementación física. Este proceso de iteración entre teoría y simulación reproduce la metodología de diseño e ingeniería real, donde los sistemas se prueban y ajustan en entornos digitales antes de su fabricación o instalación. De esta forma, la experiencia de aprendizaje no solo desarrolla conocimientos técnicos, sino que también forma competencias profesionales alineadas con la práctica ingenieril contemporánea [6].

La combinación e integración de estos tres entornos, —teoría, simulación y aplicación real— constituye una estrategia didáctica coherente con el ciclo de aprendizaje experiencial de Kolb, que postula que el aprendizaje efectivo se logra idealmente progresando a través de un ciclo de cuatro etapas: vivir una experiencia (“experiencia concreta”), reflexionar sobre la experiencia (“observación reflexiva”), aprender de la experiencia (“conceptualización abstracta”) y poner en práctica lo aprendido (“experimentación activa”) [6].

Finalmente, la manipulación de modelos físicos impresos en 3D consolida el componente kinestésico del proceso, permitiendo al estudiante trasladar los resultados del simulador al mundo tangible, observar las limitaciones mecánicas, experimentar con el control del movimiento y

reflexionar sobre las diferencias entre el modelo ideal y el sistema real. Esta transición del entorno virtual al físico no solo refuerza la comprensión conceptual, sino que promueve la autonomía, la autoevaluación y la capacidad de adaptación, competencias esenciales en la formación de ingenieros para la industria 4.0.

En síntesis, la enseñanza de la cinemática directa e inversa mediante una metodología de aprendizaje activo con componentes kinestésicos, apoyada en modelos tridimensionales físicos y virtuales, constituye una estrategia pedagógica integral que responde a los retos actuales de la educación en ingeniería. Este enfoque fomenta un aprendizaje significativo, colaborativo y contextualizado, mejora el aprovechamiento académico y fortalece la formación de profesionales capaces de integrar teoría, práctica y pensamiento crítico en entornos tecnológicos avanzados.

Estudios recientes enfocados en la enseñanza de la robótica universitaria han destacado la eficacia del aprendizaje basado en proyectos y de los entornos de simulación como estrategias para favorecer la comprensión conceptual y la motivación estudiantil. En la revisión de la literatura realizada en [10] se identifica que las prácticas más efectivas integran componentes prácticos y virtuales, permitiendo al estudiante experimentar de forma activa los principios cinemáticos y de control.

No obstante, la mayoría de estos enfoques se centran en la simulación digital y no contemplan el componente kinestésico tangible del aprendizaje. En este contexto, la presente propuesta amplía dichas metodologías mediante la incorporación de modelos físicos impresos en 3D junto con simulaciones virtuales en Matlab/Simulink™, ofreciendo una experiencia integral que combina teoría, manipulación directa y validación experimental.

En este contexto, las principales contribuciones de este trabajo radican en la propuesta y validación de una metodología de aprendizaje activo con enfoque kinestésico para la enseñanza de la cinemática de robots manipuladores.

A diferencia de enfoques tradicionales basados únicamente en simulación o análisis teórico, la propuesta integra de manera estructurada tres elementos complementarios:

(i) Uso de modelos físicos modulares impresos en 3D que permiten explorar distintas configuraciones cinemáticas.

(ii) Plataforma de simulación desarrollada en Matlab/Simulink™ para la validación interactiva de los modelos cinemáticos,
(iii) Secuencia metodológica de aprendizaje que guía al estudiante desde la exploración física del manipulador hasta la formulación y validación de la cinemática directa e inversa.

Asimismo, el trabajo presenta una evaluación comparativa con un grupo de control que permite analizar el impacto de la metodología propuesta en el desempeño académico de los estudiantes.

El contenido del artículo se encuentra organizado de la siguiente manera: En la sección 2 se presenta una revisión de los principales temas que se cubren en un curso de robótica industrial para abordar el tema de cinemática de robots manipuladores seriales. En la sección 3 se muestra la metodología de aprendizaje empleada y se describe la herramienta de simulación y los modelos físicos desarrollados, en la sección 4 se muestran los resultados de la evaluación realizada a los estudiantes. Finalmente, en la sección 5 se presentan las conclusiones del estudio.

2. Preliminares

En robótica industrial, el análisis cinemático constituye la base fundamental para comprender, modelar y controlar el movimiento de los robots manipuladores. El estudio de la cinemática permite establecer la relación entre los parámetros geométricos del robot y las posiciones, orientaciones y movimientos del efector final en su espacio de trabajo. De manera general, el análisis cinemático se divide en dos etapas principales: cinemática directa y cinemática inversa.

Un manipulador industrial se puede modelar como una cadena cinemática abierta, compuesta por un conjunto de eslabones rígidos interconectados por articulaciones que pueden ser rotacionales o prismáticas. Cada articulación introduce un grado de libertad (GDL), determinando de esta manera el número total de variables necesarias para definir la configuración del sistema. Para describir la posición y orientación del efector final con respecto a un sistema de referencia base se utilizan transformaciones espaciales que representan rotaciones y traslaciones sucesivas entre los diferentes sistemas de referencias asociados a cada eslabón del manipulador [5].

a. Cinemática directa

El problema de la cinemática directa consiste en determinar la posición y orientación del efector final del

robot en función de los valores conocidos de las variables articulares y los parámetros geométricos del manipulador. Este análisis es indispensable para predecir la configuración espacial del efector a partir de una combinación dada de movimientos articulares.

Para representar la estructura geométrica del robot se emplea comúnmente la convención de Denavit-Hartenberg (DH), la cual define de manera sistemática la relación entre sistemas de coordenadas consecutivos asociados a cada articulación [8]. En la convención de DH se establece que los sistemas de referencia asignados a los eslabones de un manipulador industrial deben satisfacer las condiciones de que el eje x_i asignado a la articulación i sea perpendicular e intersecte al eje z_{i-1} asignado a la articulación $i-1$. Si esto se cumple, entonces únicamente son requeridas cuatro transformaciones para determinar la posición y orientación del sistema de referencia i con respecto al sistema de referencia $i-1$. En la figura 1, se muestran sistemas de referencia que satisfacen el criterio de DH y las transformaciones requeridas para describir la posición y orientación del sistema i con respecto al sistema $i-1$.

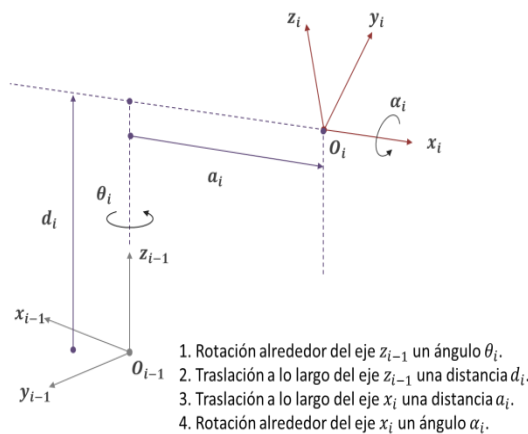


Figura 1. Sistemas de referencia que cumplen la condición de DH.

A partir de estos parámetros se construye la matriz de transformación homogénea A_i^{i-1} , que describe las rotaciones y traslaciones entre el sistema i y el sistema $i-1$.

$$A_i^{i-1} = \begin{pmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Los parámetros de la matriz de transformación homogénea se encuentran relacionados con características geométricas y de conexión entre los

eslabones de un manipulador. El parámetro a_i corresponde a longitud del eslabón y α_i es el ángulo de torsión, por otro lado, d_i , corresponde al desplazamiento entre articulaciones, que es variable para juntas prismáticas y θ_i es el ángulo articular entre eslabones, que es variable para juntas de tipo revoluta, ver figura 2.

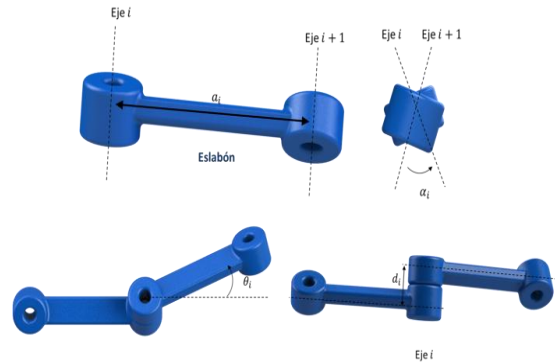


Figura 2. Parámetros de Denavit-Hartenberg.

El procedimiento común para determinar la cinemática directa de manipuladores generalmente se resuelve a través de seguir los siguientes pasos:

1. Obtener un diagrama cinemático del manipulador que permita identificar ejes de movimiento y configuración geométrica del manipulador.
2. Asignar los sistemas de referencia correspondientes a cada articulación que satisfagan el criterio de DH.
3. Determinar los parámetros DH y las correspondientes matrices de transformación homogénea A_i^{i-1} entre sistemas de referencias consecutivos.
4. Obtener la matriz de transformación homogénea T_0^n que representa la posición y orientación del efector final con respecto al sistema asignado a la base del robot a partir de las matrices de transformación del paso anterior; esto es, $T_0^n = A_1^0 A_2^1 \dots A_n^{n-1}$.

Para mayor información se recomienda al lector consultar la referencia [5].

b. Cinemática inversa

El análisis de la cinemática inversa constituye una de las etapas fundamentales en el estudio y control de manipuladores robóticos, ya que permite determinar las variables articulares necesarias para alcanzar una posición y orientación deseadas del efector final respecto al sistema de referencia base. A diferencia de la cinemática directa, donde la solución se obtiene de forma directa a partir de las coordenadas articulares, la

cinemática inversa plantea un problema más complejo, generalmente no lineal, que puede presentar múltiples soluciones, soluciones inexistentes o configuraciones singulares dependiendo de la geometría del robot.

De manera general, el problema puede enunciarse como sigue: dado un vector de posición y orientación deseado del efector final, $X_d = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$, se busca determinar el conjunto de variables articulares $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$, donde q_i son las coordenadas generalizadas para indicar ángulo de una junta articular o desplazamiento de una junta prismática, tal que, se satisfaga el modelo cinemático directo:

$$X_d = f(q) \quad (2)$$

Donde $f(q)$ representa la relación no lineal obtenida a partir del producto de las matrices de transformación homogénea que describen la configuración geométrica del robot. La solución inversa implica, por tanto, encontrar el vector q que cumpla con la siguiente expresión:

$$q = f^{-1}(X_d) \quad (3)$$

En la práctica, esta inversión no siempre puede realizarse de forma directa debido a la naturaleza no lineal, que puede generar múltiples soluciones válidas o ninguna solución real dependiendo de la geometría del robot y de su configuración actual. Además, la presencia de singularidades puede ocasionar que pequeñas variaciones en la posición deseada requieran grandes cambios en las variables articulares, afectando la estabilidad del movimiento [9].

Para su estudio, generalmente, en un curso introductorio de robótica, los métodos clásicos de resolución de la cinemática inversa se agrupan en los enfoques geométrico y algebraico. Cada uno presenta ventajas y limitaciones en función del tipo de manipulador y la precisión requerida.

El método geométrico constituye el enfoque más intuitivo y didáctico para la resolución de la cinemática inversa, especialmente en robots de dos o tres grados de libertad. Se fundamenta en el análisis espacial y trigonométrico de la estructura del manipulador, considerando las longitudes de los eslabones y los ángulos formados entre ellos.

El procedimiento consiste en proyectar los eslabones sobre planos de trabajo y aplicar relaciones trigonométricas básicas (como la ley de cosenos o la ley de senos) para determinar los ángulos articulares que posicionan el efector final en las coordenadas deseadas. Este método permite obtener soluciones cerradas y proporciona una interpretación geométrica clara del

movimiento del robot, favoreciendo la comprensión visual de la relación entre los parámetros articulares y la posición del efector.

No obstante, el método geométrico solo es aplicable de manera directa a manipuladores con configuraciones simples o simétricas, y su extensión a estructuras de mayor complejidad resulta algebraicamente costosa. Además, debido a la naturaleza trigonométrica de las ecuaciones, suelen existir dos o más soluciones válidas para una misma posición del efector, conocidas como configuraciones alternativas (por ejemplo, codo arriba o codo abajo), cuya selección depende de las restricciones físicas y del entorno operativo.

El método algebraico generaliza el enfoque geométrico utilizando la formulación matricial del modelo de Denavit–Hartenberg. A partir de las matrices de transformación homogénea A_i^{i-1} que relacionan cada sistema de coordenadas local con el anterior, se obtiene la ecuación general:

$$T_0^n = A_1^0 A_2^1 \dots A_n^{n-1} \quad (4)$$

Donde T_0^n representa la matriz de transformación total del efector final respecto al sistema base y A_i^{i-1} son las matrices de transformación homogénea que describen las transformaciones entre eslabones consecutivos.

El método consiste en igualar los elementos de esta matriz simbólica con los valores numéricos de la transformación deseada T_d y resolver el sistema de ecuaciones resultante para las variables articulares d_i, θ_i , según el tipo de articulación.

Cuando el sistema no puede resolverse directamente para todas las variables articulares, se recurre a técnicas algebraicas y manipulaciones matriciales, tales como multiplicar por la inversa de una de las matrices parciales:

$$(A_1^0)^{-1} T_0^n = A_2^1 A_3^2 \dots A_n^{n-1} \quad (5)$$

Lo anterior permite aislar una variable articular y resolverla iterativamente. La ventaja principal del método algebraico es su aplicabilidad a robots con configuraciones más generales, sin depender de proyecciones planas o simplificaciones geométricas.

Sin embargo, debido a la naturaleza no lineal de las ecuaciones involucradas, la obtención de soluciones exactas puede ser algebraicamente compleja, especialmente en robots con más de cuatro grados de libertad. En estos casos, es habitual recurrir a herramientas simbólicas o software de cálculo para automatizar el proceso [9].

Este enfoque es ampliamente utilizado en cursos universitarios de robótica porque permite conectar los conceptos matemáticos de transformaciones homogéneas y álgebra matricial con su aplicación directa en la modelación y análisis de sistemas robóticos.

Un aspecto crítico en la cinemática inversa es la presencia de configuraciones singulares, en las cuales el determinante del Jacobiano se anula y el robot pierde uno o más grados de libertad en el espacio cartesiano. En tales configuraciones, las soluciones pueden volverse inestables o infinitas, lo que exige un tratamiento especial en el diseño del control [5].

De igual forma, la existencia de soluciones múltiples implica que el mismo punto final puede alcanzarse mediante diferentes configuraciones articulares. La selección entre ellas depende del contexto operativo, las limitaciones mecánicas o la optimización de criterios adicionales, como minimizar el desplazamiento articular o evitar colisiones.

3. Metodología de enseñanza

La metodología propuesta en el presente estudio, integra el uso combinado de modelos físicos impresos en 3D y una plataforma virtual de simulación, con el objetivo de favorecer la comprensión conceptual y geométrica de la cinemática de robots manipuladores.

El enfoque se basa en una secuencia guiada de aprendizaje activo, en la cual los conceptos teóricos se introducen progresivamente durante el desarrollo de las actividades prácticas. El profesor asume inicialmente un papel de formador y facilitador del conocimiento, acompañando cada etapa del análisis; posteriormente, el alumno aplica de manera autónoma los conocimientos adquiridos en un proyecto integrador, con el docente actuando como asesor técnico y académico.

3.1 Estructura general del proceso

El proceso metodológico consta de cuatro etapas secuenciales:

1. Exploración física y análisis cinemático,
2. Formulación y validación de la cinemática directa,
3. Planteamiento y validación de la cinemática inversa, y
4. Diseño y desarrollo del proyecto integrador.

Cada fase se apoya en actividades guiadas que vinculan la teoría y la práctica mediante el uso de modelos físicos y virtuales, de forma que el estudiante transite del análisis guiado al razonamiento independiente.

Fase I: Exploración física y análisis cinemático

La primera fase de la metodología se centra en la comprensión progresiva de la estructura cinemática de un robot manipulador, guiando al estudiante desde el análisis de una configuración industrial real hasta la abstracción de su representación cinemática. Este proceso, ilustrado en la figura 3, se desarrolla de forma cíclica mediante la interacción con modelos físicos impresos en 3D y la orientación directa del profesor.

En la etapa inicial, se presenta al alumno un ejemplo de robot industrial, por ejemplo, un robot del tipo Scara, que sirve como referencia para introducir los conceptos fundamentales de la robótica: grados de libertad, tipos de articulaciones, ejes de movimiento y punto central de la herramienta (TCP). El docente conduce el análisis estructural del modelo, destacando la función de cada articulación y la forma en que sus movimientos se combinan para generar el desplazamiento del efector final.

Posteriormente, se entrega un modelo funcional impreso en 3D, diseñado para reproducir la configuración del robot industrial, el cual se controla desde una interfaz desarrollada en *Matlab/Simulink*TM. Con este modelo, el alumno puede observar y ejecutar los movimientos del robot, comprendiendo la relación entre los comandos articulares y el desplazamiento del TCP.

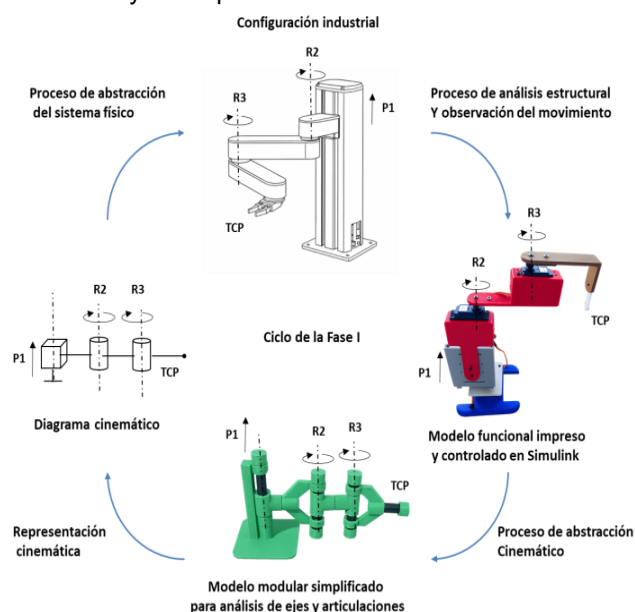


Figura 3. Ciclo de exploración física y análisis cinemático.

Durante esta interacción, el profesor introduce los principios de la cinemática directa y los sistemas de coordenadas asociados a cada articulación, consolidando el vínculo entre teoría y observación física.

Una vez comprendido el comportamiento del modelo funcional, se proporciona al estudiante un conjunto de piezas modulares simplificadas impresas en 3D, que eliminan los detalles constructivos para centrarse exclusivamente en los elementos cinemáticos esenciales. Con este conjunto modular, el alumno puede reproducir de forma simplificada diversas configuraciones cinemáticas, explorando distintas combinaciones de articulaciones y orientaciones de ejes. Esta etapa favorece la abstracción del sistema real hacia un modelo geométrico elemental, facilitando la comprensión de cómo la disposición relativa de los ejes condiciona el movimiento del manipulador. En la figura 4 se muestran distintas configuraciones para los ejes de la configuración conocida como PRR (Prismática-Rotacional-Rotacional) a partir de las piezas modulares que el alumno utiliza.

Finalmente, el estudiante representa gráficamente la configuración obtenida mediante el diagrama cinemático normalizado, utilizando los símbolos estandarizados para eslabones y juntas. Este diagrama constituye el resultado principal de la fase, ya que sintetiza el análisis físico y conceptual del manipulador en una representación formal que servirá como base para la aplicación posterior del método de Denavit–Hartenberg y el desarrollo de los modelos de cinemática directa e inversa. A lo largo de todo el proceso, la teoría se introduce de forma acompañada y contextualizada, empleando los modelos físicos como herramientas de mediación cognitiva. El profesor guía cada etapa, asegurando que el alumno construya los conceptos teóricos a partir de la experiencia práctica, para después aplicarlos de manera autónoma en el modelado formal del robot.

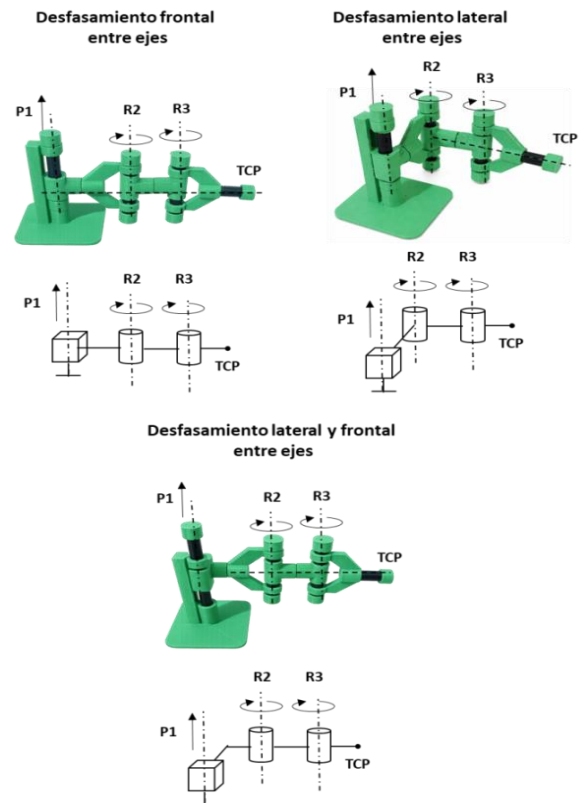


Figura 4. Configuraciones asociadas a la configuración PRR tipo Scara.

Fase II: Formulación y validación de la cinemática directa

Una vez comprendida la estructura del manipulador en la fase anterior, el estudiante inicia el proceso de modelado geométrico con la guía del profesor. En esta etapa se introduce de manera formal el método de Denavit–Hartenberg (DH), empleado para describir de forma sistemática las transformaciones espaciales entre los sistemas de referencia asociados a cada eslabón del robot.

El alumno, bajo supervisión docente, realiza las siguientes actividades:

- Asignación de sistemas de referencia a cada articulación del manipulador conforme a la convención DH apoyados del modelo simplificado impreso y su diagrama cinemático.
- Determinación de los parámetros DH (articulares $a_i, d_i, \theta_i, \alpha_i$).
- Construcción de las matrices homogéneas de transformación A_i^{i-1} que describen las rotaciones y traslaciones entre sistemas consecutivos.
- Cálculo de la matriz total de transformación T_0^n que define la posición y orientación del efector

final con respecto al sistema base del manipulador.

En esta etapa el estudiante utiliza la plataforma virtual de enseñanza desarrollada por los autores en *Matlab/Simulink*TM, donde puede visualizar el comportamiento del robot al modificar las variables articulares. La figura 5 muestra el modelo virtual del manipulador de la configuración PRR, utilizada como ejemplo, que proporciona la plataforma virtual. Un aspecto importante de la plataforma es que los modelos virtuales son diseñados en el programa CAD de *Solidworks*TM y posteriormente exportados en el ambiente de *Matlab/Simulink*TM, lo cual permite al estudiante trabajar con cualquier configuración que diseñe previamente.

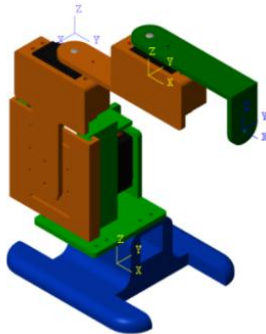


Figura 5. Manipulador de 3 grados de libertad en *Simulink*TM.

En la interfaz de control de *Simulink*TM, mostrada en la figura 6, el bloque denominado “Asignación de sistemas de referencia” permite introducir los parámetros DH obtenidos mediante el procedimiento teórico, y visualiza gráficamente los sistemas locales en cada eslabón, permitiendo verificar visualmente la orientación y posición relativa de cada uno. Este procedimiento constituye la primera instancia de validación del modelo teórico, ya que el alumno puede comprobar si la definición de los parámetros DH se corresponde con la posición y orientación de cada uno de los sistemas de referencia asociados obtenidos en el procedimiento teórico.

Posteriormente, en el bloque identificado como “Cinemática directa”, el estudiante implementa un código en *MATLAB*TM que calcula numéricamente el producto de las matrices homogéneas para obtener la posición y orientación del efector final.

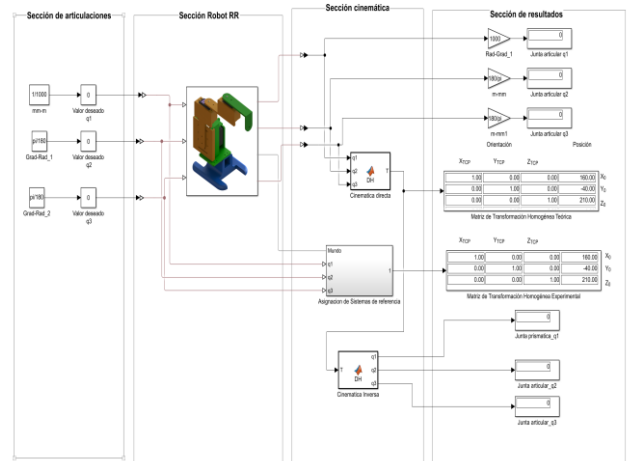


Figura 6. Manipulador de 3 grados de libertad en *Simulink*TM.

Los resultados generados por ambos bloques — Asignación de sistemas de referencia y Cinemática directa— se comparan entre sí, lo que permite detectar discrepancias y distinguir si los errores provienen de la asignación de los parámetros DH o de la construcción de las matrices de transformación. Esta fase tiene como finalidad que el estudiante valide la coherencia geométrica del modelo cinemático y refuerce su comprensión del proceso de modelado espacial mediante la comparación directa entre la representación teórica y el comportamiento visualizado en el entorno de simulación.

Fase III: Planteamiento y validación de la cinemática inversa

En esta etapa, el profesor introduce los métodos clásicos de resolución de la cinemática inversa, abarcando los enfoques geométrico, trigonométrico y algebraico. El estudiante desarrolla las ecuaciones necesarias para determinar los valores articulares correspondientes a una posición cartesiana deseada del efector.

Posteriormente, las ecuaciones obtenidas de cinemática inversa se implementan en la plataforma virtual con los objetivos de:

- Observar las configuraciones articulares posibles,
- Analizar las soluciones múltiples, y
- Evaluar las restricciones físicas y espaciales del robot.

La validación del modelo se realiza comparando las posiciones obtenidas por la cinemática inversa y la directa, de modo que el alumno compruebe

experimentalmente la consistencia del modelo teórico antes de su aplicación física. La cinemática inversa se implementa mediante un código en Matlab, dentro del bloque denominado “cinemática inversa” de la interface de control, ver figura 6. En esta fase, el papel del profesor se centra en retroalimentar conceptualmente el proceso de resolución, asegurando que los estudiantes comprendan la relación entre los espacios articular y cartesiano, las restricciones de las soluciones y el espacio de trabajo del robot.

Finalmente, esta fase concluye con la implementación de la cinemática directa e inversa sobre el modelo físico, la interfaz de control en *Simulink*TM se muestra en la figura 7.

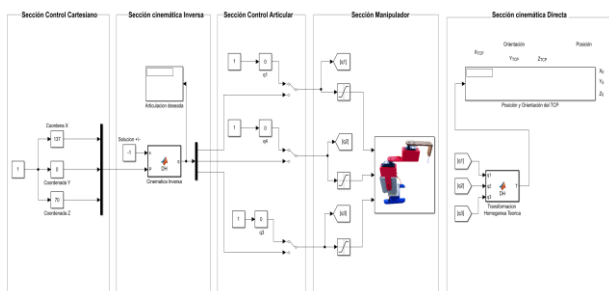


Figura 7. Interfaz de control del modelo impreso 3D en *Simulink*TM.

En esta etapa, el alumno utilizando la sección de control articular puede introducir los movimientos deseados de cada articulación para validar la cinemática directa y medir directamente sobre el manipulador físico que ha sido alcanzada la posición del TCP, ver figura 8.

La sección de control cartesiano de la interfaz de control permite introducir una posición en el espacio cartesiano y verificar el cálculo de los valores articulares necesarios para alcanzar dicha posición.

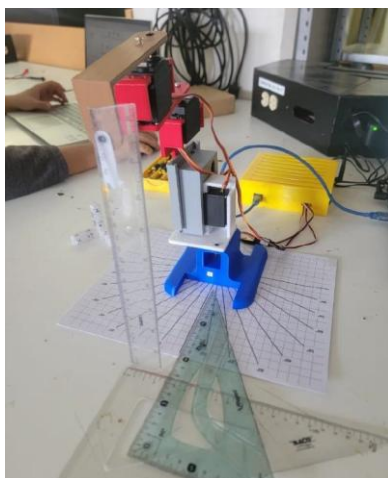


Figura 8. Verificación de la cinemática directa.

Fase IV: Proyecto integrador y aplicación autónoma

Finalmente, el estudiante utiliza los componentes modulares impresos en 3D para diseñar y construir una nueva configuración robótica de tres grados de libertad, conformada por dos juntas de revoluta y una junta prismática, diferente a las analizadas en las fases previas, ver figura 9.

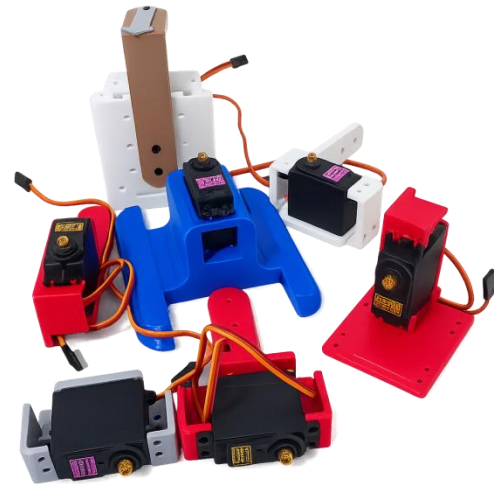


Figura 9. Piezas modulares impresas en 3D.

Durante esta etapa, el profesor actúa únicamente como asesor o soporte técnico, permitiendo que el alumno:

- Analice la configuración propuesta
- Determine los ejes y articulaciones
- Elabore el diagrama cinemático
- Obtenga los parámetros DH
- Desarrolle la cinemática directa e inversa
- Valide el modelo mediante simulación virtual
- Valide el modelo en el manipulador físico impreso en 3D

Este proyecto final busca promover la autonomía intelectual, la transferencia de conocimiento y la aplicación práctica del razonamiento espacial y matemático, consolidando el aprendizaje mediante la construcción activa. En la figura 10 se muestran algunas configuraciones diseñadas por los estudiantes.

4. Resultados

Con el fin de analizar la percepción del estudiante respecto a la metodología de aprendizaje activo-kinestésico, se aplicó una encuesta posterior al desarrollo de las actividades prácticas y teóricas. El instrumento permitió identificar el grado de satisfacción, utilidad

percibida y contribución al aprendizaje conceptual, práctico y motivacional.

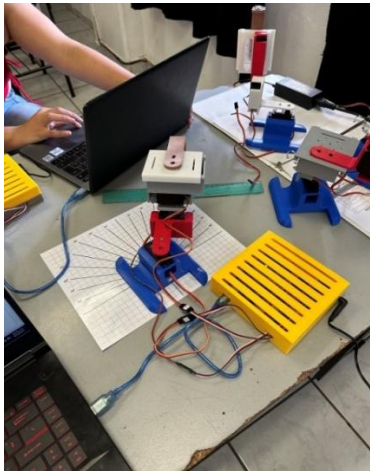


Figura 10. Modelos de manipuladores desarrollados por estudiantes como proyecto.

La encuesta se estructuró en cuatro dimensiones:

- Comprensión conceptual y aplicación teórica
- Interacción con modelos físicos y virtuales
- Motivación y experiencia de aprendizaje
- Percepción global de la metodología

Cada ítem fue respondido mediante una escala tipo Likert de 5 puntos (1 = Totalmente en desacuerdo, 2 = En desacuerdo, 3 = Ni de acuerdo ni en desacuerdo, 4 = De acuerdo, 5 = Totalmente de acuerdo). Con el fin de evaluar la consistencia interna del instrumento utilizado en la encuesta de percepción, se calculó el coeficiente α de Cronbach para el conjunto de ítems del cuestionario. El valor obtenido fue $\alpha = 0.84$, lo que indica un nivel adecuado de confiabilidad del instrumento para el análisis de las respuestas de los estudiantes.

El instrumento se aplicó a una muestra de 25 estudiantes que participaron en la implementación de la metodología durante un curso introductorio de robótica.

Los resultados generales muestran una tendencia altamente positiva hacia la aceptación de la metodología. La mayoría de los estudiantes calificó con “De acuerdo” o “Totalmente de acuerdo” en todos los ítems, lo que evidencia una valoración favorable del proceso de enseñanza-aprendizaje implementado.

En la Dimensión I (Comprensión conceptual y aplicación teórica), el 92% de los participantes consideró que el uso de los modelos 3D y la simulación virtual facilitó significativamente la comprensión de la cinemática

directa e inversa, así como la aplicación del método de Denavit–Hartenberg, ver figura 11.

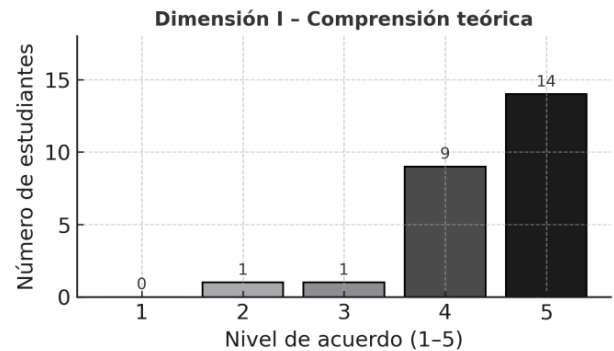


Figura 11. Resultados de la dimensión I.

En la Dimensión II (Interacción con modelos físicos y virtuales), el 96% coincidió en que la manipulación de los modelos impresos y la experimentación en el simulador contribuyeron a visualizar mejor los movimientos y validar los resultados teóricos, ver figura 12.

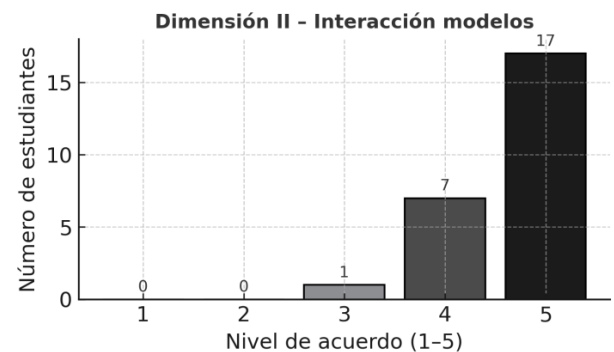


Figura 12. Resultados de la dimensión II.

En la Dimensión III (Motivación y experiencia de aprendizaje), el 88% manifestó sentirse más motivado y comprometido con las actividades prácticas en comparación con la enseñanza tradicional. Además, los estudiantes destacaron que las prácticas promueven el trabajo colaborativo y la autonomía, ver figura 13.

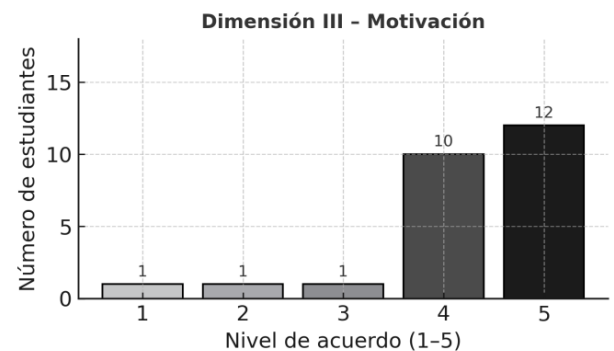


Figura 13. Resultados de la dimensión III.

Finalmente, en la Dimensión IV (Percepción global de la metodología), el 94% de los alumnos evaluó positivamente la integración de teoría, simulación y práctica, considerando que esta metodología debería mantenerse e implementarse en otros cursos de ingeniería, ver figura 14.

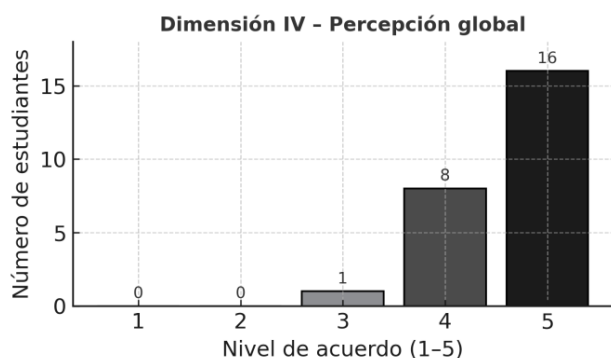


Figura 14. Resultados de la dimensión IV.

Las preguntas realizadas en cada dimensión se detallan a continuación:

Dimensión I: Comprensión conceptual y aplicación teórica

1. La metodología me ayudó a comprender mejor los conceptos de cinemática directa e inversa.
2. El uso de la simulación virtual facilitó la comprensión de las transformaciones espaciales entre articulaciones.
3. La integración de teoría, simulación y práctica física me permitió aplicar los conceptos de manera más efectiva.
4. Considero que el método de Denavit–Hartenberg fue más fácil de entender al emplear los modelos 3D.

Dimensión II: Interacción con modelos físicos y virtuales

1. Manipular los modelos físicos impresos en 3D me permitió visualizar mejor los movimientos del robot.
2. La interacción con el simulador virtual complementó la experiencia práctica con los modelos físicos.
3. La combinación de ambos recursos facilitó la validación de mis resultados teóricos.
4. El entorno virtual fue intuitivo y me permitió experimentar con distintas configuraciones robóticas.

Dimensión III: Motivación y experiencia de aprendizaje

1. La metodología incrementó mi interés por el estudio de la robótica.
2. Me sentí más involucrado en el proceso de aprendizaje en comparación con métodos tradicionales.
3. Las actividades prácticas ayudaron a consolidar mi comprensión teórica.
4. Considero que este tipo de prácticas favorecen el trabajo colaborativo y el aprendizaje autónomo.

Dimensión IV: Percepción global de la metodología

1. La metodología contribuyó significativamente a mi desempeño académico en el curso.
2. El equilibrio entre teoría, simulación y práctica fue adecuado.
3. Recomendaría la implementación de esta metodología en otros cursos de ingeniería.
4. Considero que el uso de modelos físicos y simulación virtual debe mantenerse como parte del curso de robótica.

Finalmente, con el objetivo de evaluar el impacto educativo de la metodología propuesta en el desempeño académico de los estudiantes, se llevó a cabo un estudio comparativo entre dos cohortes del curso de Robótica Industrial impartido en semestres consecutivos. El primer grupo, correspondiente al semestre anterior, estuvo conformado por 22 estudiantes y recibió la enseñanza mediante un enfoque tradicional basado en exposiciones teóricas, presentaciones en clase y resolución de ejercicios analíticos; este grupo fue considerado como grupo de control. El segundo grupo, integrado por 25 estudiantes del semestre posterior, participó en la implementación de la metodología de aprendizaje activo y kinestésico propuesta en este trabajo, la cual integra modelos físicos impresos en 3D y simulación virtual como herramientas de apoyo al aprendizaje. Ambos grupos fueron impartidos por el mismo docente y siguieron el mismo programa académico y contenido del curso, con el fin de mantener condiciones comparables entre las cohortes.

La implementación de la metodología se desarrolló durante el periodo regular de un semestre académico del curso de Robótica Industrial. Dado que los grupos correspondían a cohortes académicas de semestres consecutivos, no se realizó un proceso de asignación aleatoria de los participantes; por esta razón, el estudio se plantea como un diseño cuasi-experimental aplicado en el contexto real de un curso universitario, donde se

comparan los resultados académicos obtenidos bajo dos estrategias de enseñanza diferentes.

Ambos grupos realizaron una evaluación teórica final idéntica, diseñada para medir el nivel de comprensión de los temas de cinemática directa e inversa y la capacidad de aplicación de los métodos de análisis. La evaluación fue elaborada con base en los objetivos de aprendizaje y contenidos establecidos en el programa del curso de Robótica Industrial, con el propósito de asegurar la correspondencia entre los conceptos enseñados y los aspectos evaluados.

Para comparar los resultados obtenidos entre ambos grupos se utilizó una prueba t-Student para muestras independientes con un nivel de confianza del 95%. Esta prueba estadística es ampliamente utilizada para comparar las medias de dos grupos y resulta adecuada en estudios educativos con tamaños de muestra moderados o pequeños, siempre que las distribuciones de los datos no presenten desviaciones significativas de la normalidad. Previamente se verificó que no existieran diferencias significativas en el rendimiento académico previo de los estudiantes, con el fin de asegurar condiciones comparables entre ambas cohortes.

Los resultados obtenidos evidenciaron una mejora significativa en el desempeño del grupo de estudio respecto al grupo de control. Los participantes del grupo de control obtuvieron una media de 66 puntos (escala de 0 a 100) con una desviación estándar de 6.8, mientras que los estudiantes del grupo de estudio alcanzaron una media de 85 puntos con una desviación estándar de 4.9. El valor p obtenido en la prueba t-Student fue $p = 0.007$, lo que indica una diferencia estadísticamente significativa entre los promedios de ambos grupos ($t = 3.04, p < 0.05$). La figura 15 muestra la gráfica de caja y bigotes correspondiente a los resultados obtenidos en la evaluación final de ambos grupos.

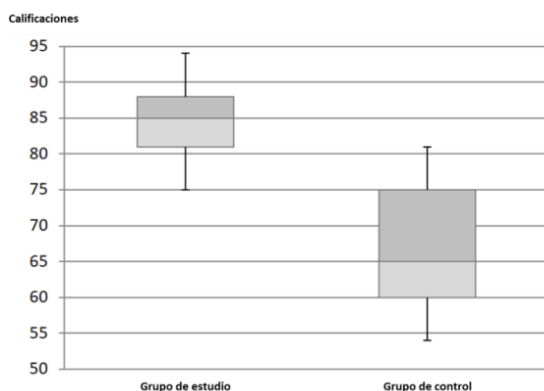


Figura 15. Puntuaciones obtenidas en la evaluación teórica.

4.1 Discusión de resultados

Con el fin de interpretar los resultados obtenidos en la evaluación comparativa entre el grupo de control y el grupo que utilizó la metodología propuesta, es necesario considerar los aprendizajes esperados del curso y el nivel cognitivo asociado a las actividades evaluadas. La evaluación teórica aplicada a ambos grupos fue diseñada para medir el nivel de comprensión y la capacidad de aplicación de los conceptos fundamentales de la cinemática de manipuladores, particularmente la formulación de la cinemática directa mediante el método de Denavit–Hartenberg y la resolución de problemas de cinemática inversa.

En términos pedagógicos, los aprendizajes esperados del curso incluían: (i) comprender la estructura cinemática de manipuladores seriales y la relación entre sus eslabones y articulaciones, (ii) aplicar el método de Denavit–Hartenberg para modelar geoméricamente manipuladores robóticos, (iii) calcular la cinemática directa para determinar la posición y orientación del efector final a partir de variables articulares, y (iv) analizar el problema de la cinemática inversa para determinar las configuraciones articulares necesarias para alcanzar una posición cartesiana determinada. Estos aprendizajes implican el desarrollo de habilidades de razonamiento geométrico y espacial que permiten relacionar el espacio articular con el espacio cartesiano del manipulador.

Desde la perspectiva de la taxonomía revisada de Bloom, las competencias evaluadas se ubican principalmente en los niveles cognitivos de aplicación y análisis. En el nivel de aplicación, los estudiantes deben utilizar modelos matemáticos y procedimientos sistemáticos para resolver problemas de cinemática directa, implementando el método de Denavit–Hartenberg y el cálculo de matrices de transformación homogénea. En el nivel de análisis, los estudiantes deben interpretar las relaciones espaciales entre articulaciones, identificar configuraciones geométricas posibles del manipulador y evaluar diferentes soluciones articulares para alcanzar una posición específica del efector final.

En este contexto, la mejora significativa observada en el desempeño académico del grupo que trabajó con la metodología propuesta puede explicarse por la integración de experiencias físicas y virtuales dentro del proceso de aprendizaje. La manipulación de modelos impresos en 3D permite a los estudiantes observar de manera tangible la disposición relativa de los ejes de rotación, los eslabones y los sistemas de referencia asociados a cada articulación, facilitando la construcción de representaciones mentales del sistema cinemático.

Paralelamente, el entorno de simulación virtual permite validar de manera inmediata los modelos matemáticos desarrollados, verificando la correspondencia entre los resultados analíticos y el comportamiento del manipulador en el espacio tridimensional.

La combinación de estos entornos favorece el desarrollo del razonamiento espacial y la comprensión geométrica de los manipuladores robóticos, competencias que resultan fundamentales para abordar problemas de cinemática en niveles cognitivos superiores. En contraste, en un enfoque tradicional basado principalmente en exposiciones teóricas y resolución de ejercicios analíticos, los estudiantes deben construir estas representaciones mentales de manera abstracta, lo que puede dificultar la comprensión de las transformaciones espaciales y de la relación entre las variables articulares y la posición del efector final.

Por lo tanto, la diferencia significativa observada entre los resultados de ambos grupos sugiere que la metodología de aprendizaje activo y kinestésico facilita la construcción de modelos conceptuales más sólidos y promueve una mejor integración entre el análisis matemático y la comprensión espacial del sistema robótico. No obstante, es importante señalar que el diseño del estudio no permite aislar completamente el efecto específico del componente kinestésico respecto a otros factores pedagógicos, como el posible incremento en el tiempo de interacción práctica con los contenidos del curso. En este sentido, la mejora observada puede interpretarse como el resultado de la integración de múltiples estrategias de aprendizaje —manipulación física, simulación virtual y resolución analítica— que en conjunto favorecen la construcción de representaciones espaciales más claras del sistema robótico. Estudios futuros podrían profundizar en este aspecto mediante diseños experimentales que permitan analizar de forma independiente el impacto de cada uno de estos componentes dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

4.2 Limitaciones del estudio

El presente estudio presenta algunas limitaciones que deben considerarse al interpretar los resultados obtenidos. En primer lugar, el tamaño de la muestra corresponde a un grupo relativamente reducido de estudiantes pertenecientes a un mismo curso universitario. En segundo lugar, la investigación se desarrolló en un único contexto institucional, lo que podría limitar la generalización de los resultados a otros programas académicos o instituciones. Asimismo, la implementación de la metodología depende del uso de herramientas tecnológicas específicas, como el entorno

de simulación Matlab/Simulink™ y los modelos físicos impresos en 3D, lo cual podría representar una restricción en contextos educativos con menor disponibilidad de infraestructura tecnológica. Finalmente, debido al carácter cuasi-experimental del diseño del estudio, no es posible aislar completamente el efecto específico de cada componente metodológico, por lo que futuros trabajos podrían analizar de forma independiente el impacto de los diferentes elementos que conforman la estrategia didáctica propuesta.

5. Conclusiones

Los resultados obtenidos en este estudio confirman que la metodología propuesta, basada en el uso conjunto de modelos físicos impresos en 3D y una plataforma virtual de simulación, constituye una herramienta eficaz para la enseñanza de la cinemática directa e inversa de robots manipuladores en el ámbito de la educación en ingeniería. La combinación de ambas herramientas permitió integrar el análisis teórico, la modelación geométrica y la validación experimental dentro de un mismo proceso de aprendizaje, reproduciendo las etapas reales de un ciclo de diseño ingenieril. El uso de modelos físicos impresos facilitó la comprensión de las relaciones espaciales entre ejes y articulaciones de los manipuladores, mientras que la simulación virtual permitió verificar las soluciones teóricas antes de su implementación física, fomentando el razonamiento analítico y la reducción de errores conceptuales.

El análisis estadístico de los resultados mostró una diferencia significativa entre los grupos de control y experimental, evidenciando una mejora sustancial en el desempeño académico y en la comprensión conceptual de los estudiantes que trabajaron con la metodología propuesta. Estos hallazgos demuestran que la integración de entornos físicos y virtuales no solo fortalece el aprendizaje técnico, sino que también promueve una comprensión más profunda y duradera de los fundamentos de la robótica. En consecuencia, la metodología desarrollada se presenta como una alternativa viable y replicable para cursos de robótica y áreas afines, contribuyendo a la formación de ingenieros capaces de vincular teoría, simulación y práctica dentro del contexto de la Industria 4.0.

Si bien los resultados obtenidos muestran una mejora significativa en el desempeño académico de los estudiantes que trabajaron con la metodología propuesta, es importante señalar que el estudio se realizó con un número limitado de participantes correspondiente a dos cohortes de un mismo curso universitario. Por esta razón,

los resultados deben interpretarse dentro del contexto específico en el que se desarrolló la investigación y constituyen evidencia exploratoria sobre la efectividad de la metodología. Estudios futuros con muestras más amplias y en distintos cursos o instituciones podrían permitir validar y generalizar los hallazgos obtenidos.

Referencias

- [1] AbdelSattar, A., & Labib, W. (2019, March). Active learning in engineering education: Teaching strategies and methods of overcoming challenges. In *Proceedings of the 2019 8th International Conference on Educational and Information Technology* (pp. 255-261). <https://doi.org/10.1145/3318396.3318449>
- [2] Emami, M. R., Bazzocchi, M. C., & Hakima, H. (2020). Engineering design pedagogy: a performance analysis. *International Journal of Technology and Design Education*, 30(3), 553-585. <https://doi.org/10.1007/s10798-019-09515-7>
- [3] Mashagbeh, M., Al-Khawaldeh, M., Hussein, S., AlAbdellat, H., & Swidan, A. (2023, October). A Low-Cost Robotic Arm Manipulator Model for Enhancing Student Learning in an Industrial Robots Course. In *2023 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE)* (pp. 1-5). IEEE. <https://doi.org/10.1109/FIE58773.2023.10343313>
- [4] Mateo Sanguino, T. J., & Andújar Márquez, J. M. (2012). Simulation tool for teaching and learning 3D kinematics workspaces of serial robotic arms with up to 5-DOF. *Computer Applications in Engineering Education*, 20(4), 750-761. <https://doi.org/10.1002/cae.20433>.
- [5] Spong, M. W., Hutchinson, S., & Vidyasagar, M. (2020). Robot modeling and control. John Wiley & Sons.
- [6] Pereira Pessôa, M. V., & Jauregui Becker, J. M. (2020). Smart design engineering: a literature review of the impact of the 4th industrial revolution on product design and development. *Research in engineering design*, 31(2), 175-195. <https://doi.org/10.1007/s00163-020-00330-z>
- [7] Kolb, D.A. 1984. *Experiential learning: Experience as the source of learning and development*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- [8] Wang, H., Qi, H., Xu, M., Tang, Y., Yao, J., Yan, X., & Li, M. (2014, December). Research on the relationship between classic Denavit-Hartenberg and modified Denavit-Hartenberg. In *2014 seventh international symposium on computational intelligence and design* (Vol. 2, pp. 26-29). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ISCID.2014.56>.
- [9] Lakshmi Narayanan, V., Narayan, J., Gritli, H., & Dwivedy, S. K. (2026). A Decade of Inverse Kinematics Methods for Serial Manipulators: A Systematic Review. *Journal of Field Robotics*, 43(1), 184-229. <https://doi.org/10.1002/rob.70014>.
- [10] Zhang, X. et al. (2026). Advancing Robotics Education: Trends, Innovations, and Practices. In: Cheung, S.K.S., Liu, X., Xu, G., Kwok, LF. (eds) *Technology in Education. Smart and Innovative Learning. ICTE 2025. Communications in Computer and Information Science*, vol 2752. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-95-4499-8_34