

Boletín Científico InvESTigium de la Escuela Superior de Tizayuca

Publicación semestral, Vol. 8, No. 15 (2022) 29-35

InvESTigium

ISSN: 2448-4830

PERSISTENCIA EN LAS FLUCTUACIONES ASOCIADAS AL ÍNDICE DE CONCENTRACIÓN DEL OZONO O3 EN LA CIUDAD DE MÉXICO (COMPORTAMIENTO PERSISTENTE EN LOS MÁXIMOS DE O3 DE LA CDMX) PERSISTENT FLUCTUATIONS ASSOCIATED WITH THE O3 OZONE CONCENTRATION INDEX IN MEXICO CITY (PERSISTENT BEHAVIOR ON MAXIMOS OF O3 AT CDMX)

Edgar I. García-Otamendi^a, Sergio Matias-Gutierres^b

Abstract:

In this work, to analyze the trend of fluctuations associated to maximum values of ozone's concentration (MaxO₃), the structure function of order q, $F_q(\Delta_n)$, is used. The data are coming from six stations in the Automatic Atmospheric Monitoring Network database and span over a 20-year period, from 1998 to 2017. We found that O₃ fluctuations obey a power law behavior, $F_q(\Delta_n) \propto (\Delta_n)^{H_q}$, $H_q = 0.878 \pm 0.024$, $H_q = 0.757 \pm 0.033$ $H_q = 0.531 \pm 0.0535$, for q = 1, 2, 3, 4, 5, and Ozone's concentration values $O_3 \ge 100, 150$ and 200 ppb respectively. Persistence it was also found in the analyzed time series with long-range correlations up to four decades for $O_3 \ge 100, 150$, while for $O_3 \ge 200$ ppb gets closer to randomness, i.e, the O₃ pollutant is not dispersing efficiently but contributes to this persistence behavior at least for Max $O_3 \ge 100, 150$ ppb in the area of the six monitoring stations.

Keywords: Structure function, fluctuation, Hurst, tropospheric ozone, statistical persistence

Resumen:

La función de estructura $F_q(\Delta_n)$ de orden q es usada para analizar la tendencia de las fluctuaciones asociadas a los valores máximos de concentración del Ozono (MaxO₃), relativos a seis estaciones de la base de datos de la Red Automática de Monitoreo Atmosférico (RAMA) en un periodo de 20 años, durante 1998 a 2017. Encontramos que las fluctuaciones de O₃ obedecen un comportamiento de ley de potencia $F_q(\Delta_n) \propto (\Delta_n)^{H_q}$, donde $H_q = 0.878 \pm 0.024$, $H_q = 0.757 \pm 0.033$ y $H_q = 0.531 \pm 0.0535$ con q= 1, 2, 3, 4, 5 para concentraciones de Ozono O₃ \geq 100, 150, 200 ppb respectivamente, exhibiendo persistencia de las series temporales analizadas con correlaciones de largo alcance para O₃ \geq 100, 150 ppb hasta en cuatro órdenes de magnitud, mientras que para O₃ \geq 200 ppb se acerca más a la aleatoriedad, es decir, el contaminante O₃ no se está dispersando eficientemente si no que contribuye a este comportamiento de persistencia para MaxO₃ \geq 100, 150 ppb en el área de las seis estaciones de monitoreo.

Palabras Clave: Función de estructura, fluctuación, Hurst, Ozono troposferico, persistencia estadística

Introducción

En las últimas décadas la contaminación del aire se ha venido agravando cada vez más en las grandes ciudades del mundo, los investigadores han enfocado sus esfuerzos en medir cualitativa y cuantitativamente la tendencia de diversos índices de concentración contaminante utilizando diferentes métricas para su caracterización tales como rango reescalado, análisis de fluctuación de tendencia, y análisis espectral como se puede ver en (Chelani A. B. 2009; Shi Kai et al. 2008; Windsor y Toumi 2001; Zhongfei et al. 2016) . El contaminante Ozono troposférico (O_3) es el objeto de estudio de este trabajo debido principalmente a los efectos negativos en la salud del hombre y como consecuencia de ello es el principal indicador de la

Fecha de recepción: 15/03/2022, Fecha de aceptación: 07/04/2022, Fecha de publicación: 05/07/2022 **DOI: https://doi.org/10.29057/est.v8i15.8786**



^a Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, https://orcid.org/0000-0003-3595-3314, Email: edgar_garcia@uaeh.edu.mx

^b Tecnológico de Estudios Superiores del Oriente del Estado de México, https://orcid.org/0000-0003-2619-8759, Email: smatias@ipn.mx

calidad del aire que conduce a las contingencias ambientales.

La producción de O_3 en las grandes urbes es consecuencia directa de la reacción química entre la acción de la luz solar y diferentes sustancias precursoras tales como aquellos que involucran compuestos orgánicos volátiles, monóxido de carbono (CO) y óxidos de nitrógeno (NO_x = NO + NO₂) entre otros, y que tienen su origen en los procesos de combustión (tráfico e industria) (Lei W. et al. 2007).

En México se han hecho estudios sobre diferentes contaminantes (Bon D. M. et al. 2011, Li G. et al. 2010; Valdés-Parada F. J., et al. 2012; Lei W. y Molina L. 2012) por mencionar algunos con diferentes alcances y perspectivas, también se ha estudiado la correlación entre la contaminación y problemas de salud para la Ciudad de México se puede ver en (Bell et al. 2006, Orta-García S. et al. 2014, Riojas-Rodríguez H. et al. 2006, Loomis D. P. et al. 1996) Con el fin de establecer el entendimiento entre la relación espacial y temporal del O₃ han surgido diversos estudios en el que podemos mencionar el que se refiere a la persistencia del contaminante O₃, entre otros, que fue analizada en Meraz et al. (2015), mediante el uso del método de rango-reescalado, el cual sugiere persistencia a largo plazo en la concentración de los contaminantes estudiados. Por consiguiente, lo anterior motiva que el presente trabajo ayude al entendimiento de las tendencias del contaminante O3 de tal forma que arroje información que aumente la certidumbre para la reformulación de nuevas políticas públicas que minimicen algunas proyecciones catastróficas que de acuerdo con la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), por ejemplo, se prevé que la contaminación del aire será la principal causa de muerte prematura pasando de más de un millón hoy en día, a aproximadamente 3.6 millones en el año 2050 (OECD 2012).

En este trabajo estudiamos el comportamiento de escalamiento de las fluctuaciones de series formadas a partir de los máximos de concentración de O_3 resultado de la comparación de seis estaciones de monitoreo atmosférico a través del uso de la función de estructura de orden *q* comúnmente utilizada en turbulencia (Birnir B. 2013, Frisch U. 1995, Kolmogorov A. N. 1991, Sreenivasan K. R. and Stolovitzky G. 1995).

El documento está organizado de la siguiente manera. Primero, partimos de los registros de concentración del O₃ medido en seis de estaciones de la Red de Automática de Monitoreo Atmosférico perteneciente la área metropolitana de la ciudad de México, para posteriormente generar un perfil relativo que establece las fluctuaciones de nuestro registro inicial de MaxO₃ de tal forma que la función de estructura generalizada de orden *q* es aplicable a este perfil relativo del MaxO₃, por último presentamos los gráficos correspondientes al comportamiento de escalamiento dando el índice o exponente de Hurst que caracteriza la persistencia a largo plazo de las fluctuaciones.

Metodología

Datos. En la Ciudad de México, el Sistema de Monitoreo Atmosférico (SIMAT), es el responsable de la medición permanente de los principales contaminantes del aire (SO₂, NO₂, CO, O₃, PM₁₀, PM_{2.5}), a través de la Red Automática de Monitoreo Atmosférico (RAMA) y está integrada por 29 estaciones de monitoreo (SEDEMA 2018) Proporcionando información inmediata para la activación o desactivación de alertas o procedimientos de emergencia, derivados de una concentración de contaminantes asociada a actividades humanas y/o a fuentes naturales, que pueda representar un riesgo para la salud o el medio ambiente, además de contar así con un registro histórico de los contaminantes criterio en la Ciudad de México y la zona conurbada. Se tomaron los registros diarios por hora de la concentración de Ozono O3 con unidades de medición partículas por billón (ppb), desde 01 de enero de 1998 a 31 de diciembre de 2017 (184104 datos), de las estaciones dadas por nombre Cuajimalpa (CUA), Merced (MER), Pedregal (PED) Tláhuac (TAH), UAM Iztapalapa (UIZ), Xalostoc (XAL) (Fig. 1).

Del conjunto de datos de las seis estaciones, se generó la serie de tiempo x(t) mediante la obtención del valor máximo de índice de concentración del Ozono (MaxO₃), es decir en un instante inicial se comparan los registros de las estaciones y se selecciona el valor máximo de ellas, así mismo se hace iteradamente el proceso para todos los instantes de tiempo de la medición del O₃ de tal forma que x(t) (**Fig. 2**) es el perfil propuesto para analizar concentraciones mayores a 100 ppb (MaxO₃ ≥ 100), 150 ppb (MaxO₃ ≥ 100) y 200 ppb (MaxO₃ ≥ 200).



Figura 1: Localización de la seis estaciones de monitoreo de la Red Automática de Monitoreo Atmosférico (RAMA). Fuente: Secretaria del Medio Ambiente. Calidad del Aire em la Ciudad de México. Noviembre 2017



Figura 2. Datos correspondientes a los valores máximos de concentración de O_3 (Max O_3), obtenidos de las estaciones CUA, MER, PED, TAH, UIZ, XAL pertenecientes al Sistema de Monitoreo Atmosférico de la Ciudad de México. Los puntos corresponden $\bigcirc \bigcirc \bigcirc$ a Max $O_3 \ge 100$ ppb, $\bigcirc \bigcirc$ Max $O_3 \ge 150$ ppb y \bigcirc Max $O_3 \ge 200$ ppb

(1

Función de fluctuación. La metodología usada en este trabajo se basa en el análisis de fluctuación (AF) que caracteriza correlaciones a largo plazo en series de tiempo. A partir de una serie temporal {x(t): t = 1,2,...,N}con media distinta de cero, se construye una nueva serie de tiempo y(t)que esta determinada por la suma acumulativa de x(t)(Ying-Hui S. et al. 2012), y obtenemos la función de fluctuación Y(t)definida como $Y(t) = y(t) - y_{fit}(t)$ donde $y_{fit}(t)$ es una función polinómica de grado uno y es la tendencia asociada a la función y(t)(Kun H. et al. 2001, Ying-Hui S. et al. 2012).

23

De la serie temporal x(t)(Fig 2), se construyeron tres series de tiempo $x_m(t)$ tomando en cuenta solo el número de ocurrencias de concentración $N(MaxO_3 \ge m)$, para m = 100, 150, 200, por ejemplo $N(MaxO_3 \ge 100) = 18171$, es decir, el número de ocurrencias tal que MaxO3 alcanzó un valor mayor o igual a 100 ppb ocurrió 18171 veces; mientras que $N(MaxO_3 \ge 150) =$ 3950 y $N(MaxO_3 \ge 100) = 600$. Así mismo se construyó la fluctuación $y(t_{n,m})$ con $1 \le n \le N$ para cada serie de tiempo como se puede ver en la figura 3 donde $Y_m(t_n) =$ $y(t_{n,m}) - y_{fit}(t_{n,m})$ y el proceso representa $y(t_{n,m})$ la acumulada de MaxO3, $y(t_{n,m}) = \sum_{i=1}^n x(t_{i,m})$ suponiendo $x(t_{i,m})$ como eventos consecutivos, es decir $x(t_{1,100}) = 122$ corresponde al $MaxO3 \ge 100$ a las 14 horas del 01 de enero de 1998 (PED), $x(t_{372,100}) = 209$ corresponde al $Max03 \ge 100$ a las 17 horas del 05 de abril de 1998 (PED), mientras que para $Max03 \ge 150$ y 200 tenemos $x(t_{1,150}) = 153$ ocurrio a las 12 horas del 03 de enero de 1998 (XAL), $x(t_{i,m})$ a las 14 horas del 17 de junio de 1998 (PED), y $x(t_{1,200}) = 203$, 15 horas del 10 de enero de 1998 (MER), $x(t_{372,200}) = 208$, 18 horas del 28 de enero de 2000 (CUA); $y_{fit}(t_{n,m})$ representa la función polinómica de grado uno y es la tendencia asociada a la función $y(t_{n,m})$ figura 3. Encontramos que

$$y_{fit}(t_{n,100}) = 136.742t_n, y_{fit}(t_{n,150}) = 179.538t_n, y_{fit}(t_{n,200}) = 221.665t_n$$

ajustan al comportamiento de la serie $y(t_{n,m})$ para cada una de las tres series definidas.

Función de estructura. Para caracterizar el comportamiento de la serie de fluctuación $Y_m(t_n)$ arriba indicada se propone el uso de la función de estructura generalizada $F_q(\Delta_n)$ de orden q, comúnmente usada en fenómenos de turbulencia y sistemas complejos. La función de estructura de orden q se enuncia como sigue

$$F_q = \left(\frac{1}{N-\Delta_n}\sum_{i=1}^{N-\Delta_n} |Y_m(t_n) - Y_m(t_{n+\Delta_n})|\right)^{\frac{1}{q}}$$

donde $\Delta_n > 0$ tomado en el intervalo [1, N - 1] y $N(MaxO_3 \ge m)$ es la longitud de las series de tiempo. Esta función exhibe un comportamiento de escalamiento con dependencia del intervalo de la muestra Δ_n , es decir, para series de tiempo con correlaciones de largo alcance se espera que $F_q(\Delta_n)$ presente un comportamiento en ley de potencia $F_q(\Delta_n) \propto (\Delta_n)^{H_q}$, donde H_q es el exponente de escalamiento generalizado de orden q o exponente de Hurts generalizado (Barabási A. y Vicsek T. 1991, Meakin P. 1998, Peitgen H. O. et al. 2012), $H_q \in [0,1]$. Si $H_q = H$ para todo q, indica que la serie de tiempo posee un comportamiento fractal con invarianza de escala autoafines dentro de un amplio rango de eventos consecutivos (OECD 2012).

Para series de tiempo multiafines existen una jerarquia infinita de exponentes de escalamiento (Barabási A. y Vicsek T. 1991, Kun H. et al. 2001, Balankin A. S. y Matamoros D. 2005). Invarianza de escala estadística asociada a correlaciones a largo plazo de las series de tiempo indican persistencia si 0.5 < H < 1, invarianza de escala asociada a correlaciones negativas a largo plazo indican antipersistencia si 0 < H < 0.5, y aleatoriedad si H = 0.5 (Mandelbrot B. 1997).

Obtenemos que la función de estructura obedece un comportamiento en ley de potencia tal que, $H = H_q = 0.878 \pm 0.024$, $H_q = 0.757 \pm 0.033$ y $H_q = 0.531 \pm 0.0535$ para al menos q = 1, 2, 3, 4, 5, para $MaxO_3 \ge 100,150,200$; es decir los registros de la concentración de ozono O₃, permanece invariante con respecto a la escala (Barabási A. y Vicsek T. 1991).

Análisis y discusión de resultados

De la base de datos de registros RAMA, se obtuvieron los registros de concentración de O3, figura 2. Bajo el principio de operación de fotometría, estándar NOM -036 - SEMARNAT - 1993, las mediciones se obtienen por el método de la ley de Beer-Lambert. La ley de Beer-Lambert establece que en la absorción de la luz ultravioleta, a una longitud de onda de 254 nm, la intensidad disminuye proporcionalmente а la concentración de ozono. En el período 1998-2004 se observa una gran cantidad de valores de MaxO3 ≥ 200 ppb. Sin embargo, es a partir del período 2004-2018 en adelante que parece que el control de la contaminación se ha logrado en un rango máximo de valores hasta MaxO3 = 200 ppb, con solo unos pocos valores que parecerían atípicos.



Figura 3: Función de Fluctuación para (a) m=100 ppb, (b) 150 ppb, y (c) 200 ppb. Dentro de estos se muestra las gráficas de y su línea de tendencia para MaxO3 ≥ 100 ppb, MaxO3 ≥ 150 ppb y MaxO3 ≥ 200 ppb



Figura 4: Grafica Log-log de la función de estructura en unidades arbitrarias vs ventanas de tamaño con q= 1, 2, 3, 4, 5, para la fluctuación con valores de concentración (a) MaxO3 \ge 100 ppb, (b) MaxO3 \ge 150 ppb, (c) MaxO3 \ge 200 ppb

El análisis de la fluctuación $Y_m(t_n)$ (Fig. 3) para las concentraciones $MaxO_3 >= 100 \text{ ppb}$, 150 ppb, 200 ppb por medio de la función de estructura F_q muestra un comportamiento en ley de potencia $F_q(\Delta_n) \propto (\Delta_n)^{H_q}$ para los registros analizados (ver fig 4). Mas aún, H_q permanece invariante la menos para q=0, 1, 2, 3, 4, 5 con un error de $\pm 0.02, 0.03, 0.05$ respectivamente para cada fluctuación ver cuadro 1.

Podemos concluir que las series dadas por la fluctuación del O3 manifiestan tener un comportamiento monofractal autoafin, manteniendo escalamiento hasta en cuatro ordenes de magnitud, esto representa una contribución ya que la escala que se encuentra aplicando otras medidas en otros estudios muestra dos órdenes de magnitud (Malcai O. et al. 1997,

	MaxO ₃ ≥ 100		MaxO ₃ ≥ 150		MaxO ₃ ≥ 200	
q	Hq	R ²	Hq	R ²	Hq	R ²
1	0.902	0.902	0.790	0.998	0.585	0.995
2	0.872	0.993	0.749	0.991	0.518	0.977
3	0.862	0.991	0.735	0.987	0.496	0.964
4	0.857	0.99	0.728	0.984	0.482	0.955
5	0.854	0.989	0.724	0.982	0.478	0.949
	Hq = 0.878 ± 0.02		$Hq = 0.757 \pm 0.03$		Hq = 0.531 ± 0.05	

Cuadro 1. Valores obtenidos de la relación $F_q(\Delta_n) \propto (\Delta_n)^{H_q}$ figura 4, donde R^2 es el coeficiente de correlación para cada conjunto

Shenghui G. et al. 2016, Plocoste T. et al. 2017). Además, de la Figura 5 se puede observar una clara tendencia a la baja de los exponentes de Hurst con respecto a los valores de MaxO₃, esto indica que los valores de MaxO₃ >=200 ppb observados en el periodo 1998-2014, son aleatorios (fig 4 c), es decir, las posibles causas de estos valores extremos sugieren que no están correlacionados. Sin embargo, también observamos que para valores entre 100 ppb y 200 ppb (Fig. 4 (a), (b)), el comportamiento sigue siendo estadísticamente persistente con una clara tendencia al alza. Eso implica una advertencia para tomar nuevos estrategias para la regulación y control de O₃, ya que los valores de concentración perjudiciales para la salud son aquellos, MaxO₃ ≥ 100 ppb, de acuerdo con los estándares de calidad del aire ("NOM-020-SSA1-2014") para la Ciudad de México.



Figura 5. Gráfica Log-log de la función de estructura de orden 2 en unidades arbitrarias vs ventanas de tamaño para la fluctuación con valores de concentración (a) $MaxO3 \ge 100$ ppb, (b) $MaxO3 \ge 150$ ppb, (c) $MaxO3 \ge$ 200 ppb

Conclusiones

Este trabajo analiza la persistencia de la fluctuación de los índices de concentración de O₃ mayores a 100, 150 y 200 ppb de seis estaciones de la Red de Monitoreo Atmosférico de la Ciudad de México en un periodo de 01 de enero de 1998 a 31 de diciembre de 2018. Nuestros resultados muestran que existe una disminución en los índices de concentración con MaxO3 en un rango menor a los 200 ppb, a partir del 2004 con algunos datos atípicos, esta disminución está asociada a las políticas para la regulación de los contaminantes del aire por las autoridades de la Ciudad de México. Los resultados $H_q = 0.878 \pm 0.024, \ 0.757 \pm 0.033, \ \text{con} \ q= 1, 2, 3, 4, 5$ para la fluctuación de los Max03 ≥ 100,150 ppb respectivamente, indican un comportamiento mono fractal y persistencia estadística para $100 \le Max03 \le$ 200. Mientras que para $Max \ge 200$ ppb el exponente de Hurst, $H_q = 0.531 \pm 0.0535$ indica un comportamiento aleatorio. Lo anterior indica influencia de los registros históricos sobre la concentración de O₃, es decir, se conserva la memoria de largo alcance. También podemos señalar que el contaminante no se dispersa eficientemente al menos para los $100 \le Max03 \le 200$, sugiriendo un posible punto de saturación para la concentración del O3 en 200 ppb. Esto sugiere un análisis más robusto, utilizando el enfoque de la teoría fractal y extender el análisis a los diversos contaminantes monitoreados por la Red Automática de Monitoreo Atmosférico de la Ciudad de México.

Referencias

Balankin A. S. y Morales D. (2005). Anomalous Roughness of Turbulent Interfaces with System Size Dependent Local Roughness Exponent. Physics Letters A 339(1–2): 23–32. DOI: 10.1016/j.physleta.2005.02.064

Barabási A. y Vicsek T. (1991). MultifractalitBalankin A. S. y Morales D. (2005). Anomalous Roughness of Turbulent Interfaces with System Size Dependent Local Roughness Exponent. Physics Letters A 339(1–2): 23–32. DOI: 10.1016/j.physleta.2005.02.064y of Self-Affine Fractals. Physical Review A 44(4): 2730–33. DOI: 10.1103/PhysRevA.44.2730

Bell M. L., Devra L. D., Gouveia N., Borja-Aburto V. H. y Cifuentes L. A. (2006). The Avoidable Health Effects of Air Pollution in Three Latin American Cities: Santiago, São Paulo, and Mexico City. Environmental Research 100(3): 431–40. DOI: 10.1016/j.envres.2005.08.002

Birnir B. (2013). The Kolmogorov–Obukhov Statistical Theory of Turbulence. Journal 208 of Nonlinear Science 23(4): 657–88. DOI: 10.1007/s00332-012-9164-z

Bon D. M., Ulbrich I. M., y de Gouw J. A. (2011). Measurements of Volatile Organic Compounds at a Suburban Ground Site (T1) in Mexico Mity during the Milagro 2006 Campaign: Measurement Comparison, Emission Ratios, and Source Attribution. Atmospheric Chemistry and Physics 11((MILAGRO/INTEX-B 2006)): 2399–2421. DOI: 10.5194/acp-11-2399-2011

Chelani, A. B. (2009). Statistical Persistence Analysis of Hourly Ground Level Ozone Concentrations in Delhi. Atmospheric Research 92(2): 244–50. DOI: 10.1016/j.atmosres.2008.12.001

Frisch U. (1995). Turbulence: The Legacy of A.N. Kolmogorov. 1a ed. Cambridge University Press. UK, 312 pp. DOI: 10.1017/CBO9781139170666

Kolmogorov A. N. (1991). The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers. Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences 434(1890): 9–13. DOI: 10.1098/rspa.1991.0075

Kun H., Plamen I., Zhi C., Carpena P. y Stanley E. H. (2001). Effect of Trends on Detrended Fluctuation Analysis. Physical Review E 64(1): 011114. DOI: 10.1103/PhysRevE.64.011114

Lei W., de Foy B., Zavala M., Volkamer R., y Molina L. T.et al. (2007). Characterizing Ozone Production in the Mexico City Metropolitan Area: A Case Study Using a Chemical Transport Model. Atmospheric Chemistry and Physics 7(5): 1347–66. DOI: 10.5194/acp-7-1347-2007

Lei W., Li G., y Molina L. (2012). Modeling the Impacts of Biomass Burning on Air Quality in and around Mexico City. Atmospheric Chemistry and Physics Discussions 12(9): 22891–943. DOI: 10.5194/acpd-12-22891-2012

Li G., Lei W., Zavala M., Volkamer R., Dusanter S., Stevens P. y Molina T. (2010). Impacts of HONO Sources on the Photochemistry in Mexico City during the MCMA-2006/MILAGO Campaign. Atmospheric Chemistry and Physics Discussions 10(2): 4143–88. DOI: 10.5194/acpd-10-4143-2010

Loomis D. P., Borja-Aburto V. H. Bangdiwala S. I. y Shy C.M. (1996). Ozone Exposure and Daily Mortality in Mexico City: A Time-Teries Analysis. Health Effects Institute. Research Report.

Malcai O., Lidar D. A., Biham O. y Avnir D. (1997). Scaling Range and Cutoffs in Empirical Fractals. Physical Review E 56(3): 2817–28. DOI: 10.1103/PhysRevE.56.2817

Mandelbrot B. 1(997). Fractals and Scaling in Finance. New York, 1a ed. NY: Springer. New York, 551 pp. DOI: 10.1007/978-1-4757-2763-0

Meakin P. (1998). Fractals, Scaling, and Growth Far from Equilibrium. Cambridge University Press. Cambridge, U.K., 634 pp. DOI: 10.1002/(SICI)1099-1204(199911/12)12:6<493::AID-JNM346>3.0.CO;2-7

Meraz M., Rodriguez E., Fermat R., Echeverria J.C. y Alvarez Ramirez J. (2015). Statistical Persistence of Air Pollutants (O3, SO2, NO2 and PM10) in Mexico City. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 427: 202–17. DOI: 10.1016/j.physa.2015.02.009

OECD (2012). OECD Environmental Outlook to 2050: The Consequences of Inaction. OECD, 353 pp. DOI: 10.1787/9789264122246-en

Orta-García S, Peréz-Vázquez F., Gonzalez-Vega C., Varela-Silva J., Hernández-González L., y Pérez-Maldonado I. (2014). Concentrations of Persistent Organic Pollutants (POPs) in Human Blood Samples from Mexico City, Mexico. Science of The Total Environment 472: 496– 501. DOI: 10.1016/j.scitotenv.2013.11.059

Peitgen H. O., Jürgens H, y Saupe D. (2012). Chaos and Fractals: New Frontiers of Science. 2a ed. Springer. New York, 904 pp

Plocoste T., Calif R., y Jacoby-Koaly S. (2017). Temporal Multiscaling Characteristics of Particulate Matter P M 10 and Ground-Level Ozone O3 Concentrations in Caribbean Region. Atmospheric Environment 169: 22–35. DOI: 10.1016/j.atmosenv.2017.08.068

Riojas-Rodríguez H., Escamilla-Cejudo J.A., González-Hermosillo J.A., Téllez-Rojo M.M., Vallejo M, Santos-Burgoa C. y Rojas-Bracho L. (2006). Personal PM2.5 and CO Exposures and Heart Rate Variability in Subjects with Known Ischemic Heart Disease in Mexico City. Journal of Exposure Science & Environmental Epidemiology 16(2): 131–37. DOI: 10.1038/sj.jea.7500453

SEDEMA (2018). Bases de datos - Red Automática de Monitoreo Atmosférico (RAMA) . Secretaria Del Medio Ambiente. [en linea] http://www.aire.cdmx.gob.mx/default.php?opc=%27aKBh %27. 12/05/2020

Shenghui G., Yangjun W., Yongxiang H. Quan Z., Zhiming L., Xiang S. y Yulu Liu. (2016). Spatial Statistics of Atmospheric Particulate Matter in China. Atmospheric Environment 134: 162–67. DOI: 10.1016/j.atmosenv.2016.03.052

Shi Kai, Chun-qiong L., Nan-shan A., y Xiao-hong Z. (2008). Using Three Methods to Investigate Time-Scaling Properties in Air Pollution Indexes Time Series. Nonlinear Analysis: Real World Applications 9(2): 693–707. DOI: 10.1016/j.nonrwa.2007.06.003

Sreenivasan, K. R., y Stolovitzky G. (1995). Turbulent Cascades. Journal of Statistical Physics 78(1–2): 311–33. DOI: 10.1007/BF02183351

Valdés-Parada F. J., Varela J. R:, y Alvarez-Ramirez J. (2012). Upscaling Pollutant Dispersion in the Mexico City Metropolitan Area. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 391(3): 606–15. DOI: 10.1016/j.physa.2011.08.017

Windsor H. L. y Toumi R. (2001). Scaling and Persistence of UK Pollution. Atmospheric Environment 35(27): 4545–56. DOI: 10.1016/S1352-2310(01)00208-4

Ying-Hui S., Gao-Feng G., Zhi-Qiang J., Wei-Xing Z. y Sornette D. (2012). "Comparing the Performance of FA, DFA and DMA Using Different Synthetic Long-Range Correlated Time Series." Scientific Reports 2(1): 835. DOI: 10.1038/srep00835

Zhongfei C., Barros C. P. y Gil-Alana L. A. (2016). The Persistence of Air Pollution in Four Mega-Cities of China. Habitat International 56: 103–8. DOI: 10.1016/j.habitatint.2016.05.004