

Demostración de la ley de senos (despeje de variables)

Demonstration of breast law (variable clearing)

Epifanio Reyes-Flores ^a

Abstract:

The law of sines is the relationship between the sides and angles of non-rectangular (oblique) triangles; without intoxicating it can also work for the rectangular triangles, even if there are other formulas for these. It simply states that the ratio of the length of one side of a triangle to the sine of the angle opposite that side is the same for all sides and angles in a given triangle.

Keywords:

Law, breasts, ratio, sides, angles, triangles, length.

Resumen:

La ley de senos es la relación entre los lados y ángulos de triángulos no rectángulos (oblicuos); sin embargo también puede funcionar para los triángulos rectángulos, aunque para estos existan otras fórmulas. Simplemente, establece que la relación de la longitud de un lado de un triángulo al seno del ángulo opuesto a ese lado es igual para todos los lados y ángulos en un triángulo dado.

Palabras Clave:

Ley, senos, relación, lados, ángulos, triángulos, longitud.

Introducción

La ley de senos se puede utilizar en cualquier triángulo, aunque su uso más común es para calcular triángulos oblicuángulos y se utiliza cuando conocemos el valor de dos lados y un ángulo, en este apartado vamos a despejar las fórmulas para encontrar el valor de cada lado sin nos dan los otros dos lados correspondientes, también vamos a obtener el ángulo faltante si nos proporcionan los otros dos.

De la misma forma resolveremos un triángulo utilizando las formulas despejadas y compararemos los resultados obtenidos con la comprobación que se llevara a cabo en Geogebra.

Desarrollo

Si tenemos cualquier triángulo y conocemos uno de sus lados y dos de sus ángulos podemos obtener los dos lados y el ángulo faltante, usando las formulas de la ley de senos.

La fórmula general es:

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C} \quad (1)$$

En este apartado vamos a conocer las formulas ya despejadas para conocer cada uno de los lados faltantes.

Supongamos el siguiente triángulo oblicuángulo de lados a, b y c y ángulos A, B y C, donde el ángulo C es el opuesto al lado c, el ángulo B es el opuesto al lado b y el ángulo A es opuesto al lado a.

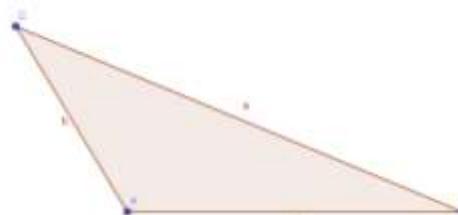


Imagen 1

La primera variable a despejar es "a" y puede quedar de dos formas diferentes, una utilizando el lado y ángulo B y la otra utilizando el lado y ángulo C. y se utilizaría para resolver un triángulo de la siguiente forma:

^a Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Escuela Preparatoria Número Cinco, ORCID: 0000-0002-8885-3846, Email: epifanio_reyes@uaeh.edu.mx

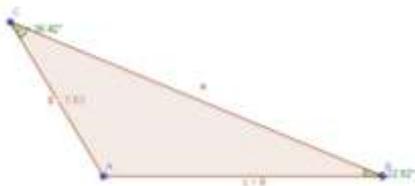


Imagen 2

En este triángulo no conocemos el valor del lado a ni del ángulo A, las fórmulas para obtener el valor del lado “a” son:

$$a = \frac{b \cdot \text{Sen } A}{\text{Sen } B} \quad (2)$$

$$a = \frac{c \cdot \text{Sen } A}{\text{Sen } C} \quad (3)$$

Podemos utilizar cualquiera de las dos anteriores, pero antes debemos obtener el valor del ángulo A, el cual lo podemos calcular aplicando el teorema de los triángulos donde menciona que: “La suma de todos los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°”; por lo tanto $A + B + C = 180$ (4)

Despejando A, tenemos:

$$A = 180 - B - C \quad (5)$$

Sustituyendo el valor de los ángulos, tenemos:

$$A = 180 - 36.42 - 22.62$$

$$A = 120.96 \quad (6)$$

Ahora ya podemos calcular el valor del lado “a”, utilizaremos primero la ec. 2, sustituyendo los valores tenemos:

$$a = \frac{5.83 \cdot \text{Sen } (120.96)}{\text{Sen } 22.62}$$

$$a = \frac{5.83 \cdot 0.857}{0.384}$$

$$a = 13 \quad (7)$$

Ahora sustituiremos en la ec. 3

$$a = \frac{9 \cdot \text{Sen } 120.96}{\text{Sen } 36.42}$$

$$a = \frac{9 \cdot 0.857}{0.593}$$

$$a = 13 \quad (8)$$

Comparando los resultados (7) y (8) concluimos que los resultados son iguales.

La segunda variable a despejar es “b” y puede quedar de dos formas diferentes, una utilizando el lado y ángulo A y la otra utilizando el lado y ángulo C. y se utilizaría para resolver un triángulo de la siguiente forma:



Imagen 3

En este triángulo no conocemos el valor del lado b ni del ángulo B, las fórmulas para obtener el valor del lado “b” son:

$$b = \frac{a \cdot \text{Sen } B}{\text{Sen } A} \quad (9)$$

$$b = \frac{c \cdot \text{Sen } B}{\text{Sen } C} \quad (10)$$

Podemos utilizar cualquiera de las dos anteriores, pero antes debemos obtener el valor del ángulo B y despejando de la ec. 4, tenemos:

$$B = 180 - A - C \quad (11)$$

Sustituyendo el valor de los ángulos, tenemos:

$$B = 180 - 120.96 - 36.42$$

$$B = 22.62 \quad (12)$$

Ahora ya podemos calcular el valor del lado “b”, utilizaremos primero la ec. 9, sustituyendo los valores tenemos:

$$b = \frac{13 \cdot \text{Sen } (22.62)}{\text{Sen } 120.96}$$

$$b = \frac{13 \cdot 0.384}{0.857}$$

$$b = 5.82 \quad (13)$$

Ahora sustituiremos en la ec. 10

$$b = \frac{9 \cdot \text{Sen } 22.62}{\text{Sen } 36.42}$$

$$b = \frac{9 \cdot 0.384}{0.593}$$

$$b = 5.82 \quad (14)$$

Comparando los resultados (13) y (14) concluimos que los resultados son iguales.

La tercera variable a despejar es “c” y puede quedar de dos formas diferentes, una utilizando el lado y ángulo A y la otra utilizando el lado y ángulo B. y se utilizaría para resolver un triángulo de la siguiente forma:



Imagen 4

En este triángulo no conocemos el valor del lado c ni del ángulo C, las fórmulas para obtener el valor del lado “c” son:

$$c = \frac{a \cdot \text{Sen } C}{\text{Sen } A} \quad (15)$$

$$c = \frac{b \cdot \text{Sen } C}{\text{Sen } B} \quad (16)$$

Podemos utilizar cualquiera de las dos anteriores, pero antes debemos obtener el valor del ángulo C y despejando de la ec. 4, tenemos:

$$C = 180 - A - B \quad (17)$$

Sustituyendo el valor de los ángulos, tenemos:

$$C = 180 - 120.96 - 22.62$$

$$C = 36.42 \quad (18)$$

Ahora ya podemos calcular el valor del lado “c”, utilizaremos primero la ec. 15, sustituyendo los valores tenemos:

$$c = \frac{13 \cdot \text{Sen } (36.42)}{\text{Sen } 120.96}$$

$$c = \frac{13 \cdot 0.593}{0.857}$$

$$c = 8.99 \quad (19)$$

Ahora sustituiremos en la ec. 16

$$c = \frac{5.83 \cdot \text{Sen } 36.42}{\text{Sen } 22.62}$$

$$c = \frac{5.83 \cdot 0.593}{0.384}$$

$$c = 9 \quad (20)$$

Comparando los resultados (19) y (20) concluimos que los resultados son iguales.

Comprobando los valores en Geogebra nos damos cuenta que los resultados son correctos.

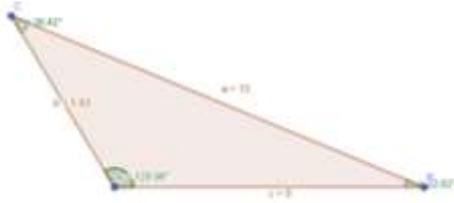


Imagen 5

Nota: a, b, c, A, B y C pueden adoptar cualquier valor

Referencias

- [1] Conamat.(2009). Geometría y Trigonometría. México: Pearson
- [2] Guzmán. A.(1991). Geometría y Trigonometría 4a edición. México: Publicaciones Culturales..
- [3] Swokowski, E. W. J. A. Cole. (2011). Geometría, Trigonometría y Geometría Analítica 13ª edición. México: Cengage Learning Editores, S.A. de C.V.
- [4] Strange, R. (2000). Trigonometría Plana. 7a Reimpresión. México. Cecs.