

Obtención del punto máximo y mínimo absoluto en una función Obtaining the Absolute Maximum and Minimum Point in a Function

Epifanio Reyes-Flores^a

Abstract:

In a given function there are two points that are of great importance, the maximum point (largest) and the minimum point (smallest), either in one region (local maximum and minimum) or in the whole domain (absolute maximum and minimum).

Some of the applications of the maximum and minimum points are, for example: What is the shape of a can that minimizes manufacturing costs? What is the maximum acceleration of a space shuttle? (This is an important issue for astronauts who have to endure the effects of acceleration.), What is the radius of a contracted trachea that expels air the fastest way when coughing, what angle should blood vessels form when branching so that the energy consumed by the heart when pumping blood is minimized?

All these questions can be resolved if we know how to calculate these points correctly.

Keywords:

Function, points, maximum, minimum, region, triangles, domain

Resumen:

En una función dada existen dos puntos que son de gran importancia, el punto máximo (más grande) y el punto mínimo (más pequeño), ya sea en una región (máximo y mínimo local) o en todo el dominio (máximo y mínimo absoluto).

Algunas de las aplicaciones de los puntos máximos y mínimos son, por ejemplo: ¿Cuál es la forma de una lata que minimice los costos de fabricación?, ¿Cuál es la aceleración máxima de un trasbordador espacial? (Ésta es una cuestión importante para los astronautas que tienen que soportar los efectos de la aceleración.), ¿Cuál es el radio de una tráquea contraída que expela aire del modo más rápido al toser?, ¿Qué ángulo deben formar los vasos sanguíneos al ramificarse de modo que se minimice la energía consumida por el corazón al bombear la sangre?

Todas estas cuestiones se pueden resolver si nosotros sabemos calcular dichos puntos de manera correcta.

Palabras Clave:

Función, puntos, máximo, mínimo, región, triángulos, dominio

Introducción

Ya se han estudiado algunas de las aplicaciones de las derivadas, pero ahora para continuar con las aplicaciones de la derivación, con mayor profundidad. Se explicará cómo las derivadas afectan la forma de una gráfica de una función y, particularmente, cómo ayudan a localizar valores máximos y mínimos de funciones. En la práctica muchos problemas exigen minimizar un costo o maximizar un área o bien encontrar el mejor resultado posible para una situación.

De la misma forma se comprobará el resultado obtenido en un software para tener una mayor certeza del cálculo realizado, el software se llama Geogebra

Desarrollo

Dada una función cualquiera, por ejemplo:

$$8x^3 + 9x^2 - 4x - 10 \dots \dots (1)$$

- 1er. Paso

Se obtiene la derivada de la función (1)

$$f' = 24x^2 + 18x - 4 \dots \dots (2)$$

^a Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Escuela Preparatoria Número Cinco, <https://orcid.org/0000-0002-8885-3846>, Email: epifanio_reyes@uaeh.edu.mx

Se iguala a cero la función (2)

$$24x^2 + 18x - 4 = 0 \dots\dots (3)$$

Se utiliza la formula general para obtener los valores de x_1 y x_2

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \dots\dots (4)$$

Se obtienen los valores de a, b y c de (3) para sustituir en (4).

a= 24; b= 18; c=-4

Se sustituyen los valores en (4)

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4 * 24 * -4}}{2 * 24}$$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{324 + 384}}{48}$$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{708}}{48}$$

$$x = \frac{-18 \pm 26.6}{48}$$

$$x_1 = \frac{-18 + 26.6}{48}$$

$$x_1 = 0.18 \dots\dots (5)$$

$$x_2 = \frac{-18 - 26.6}{48}$$

$$x_2 = -0.93 \dots\dots (6)$$

Estos son los valores para el punto máximo y el mínimo, pero falta ver cuál es cual.

• 2do. Paso

Se obtiene la segunda derivada de (1).

$$f'' = 48x + 18 \dots\dots (7)$$

Se evalúan en (7) los valores de (5) y (6)

$$f(0.18) = 48(0.18) + 18$$

$$f(0.18) = 26.64 \dots\dots (8)$$

$$f(-0.93) = 48(-0.93) + 18$$

$$f(-0.93) = -26.64 \dots\dots (9)$$

Como (8) es positivo se dice que es un mínimo y como (9) es negativo se dice que es un máximo.

Ahora se evalúan nuevamente (5) y (6) para saber los valores de y en (1).

$$f(0.18) = 8(0.18)^3 + 9(0.18)^2 - 4(0.18) - 10$$

$$f(0.18) = -10.38 \dots\dots (10)$$

$$f(-0.93) = 8(-0.93)^3 + 9(-0.93)^2 - 4(-0.93) - 10$$

$$f(-0.93) = -4.93 \dots\dots (11)$$

Obteniendo los valores de (10) y (11) encontramos las coordenadas para el punto máximo y mínimo:

$$V_{max}(-0.93, -4.93) \dots\dots (12)$$

$$V_{min}(0.18, -10.38) \dots\dots (13)$$

Se comprobará si estos resultados son correctos en el software antes mencionado.

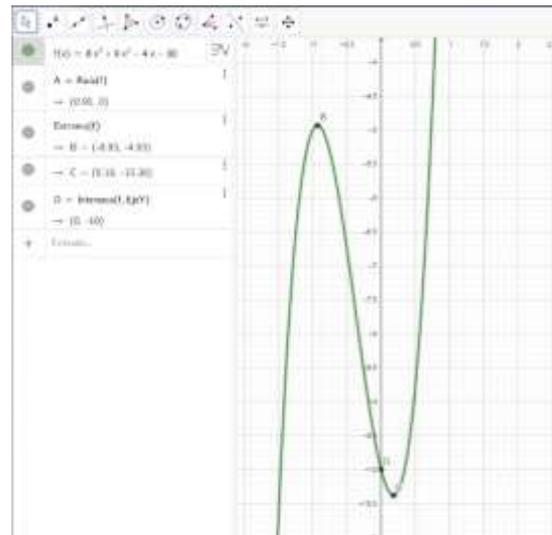


Imagen 1: grafica de la función en geogebra

Observando la gráfica podemos concluir que los cálculos realizados son correctos, ya que son los mismos que se obtienen en el software.

Referencias

[1] Thomas, G. (2010). Cálculo de una variable. México: Pearson Educación.
 [2] Stewart, J. (2010). Cálculo de una variable: Conceptos y contextos. México: Cengage Learning Editores.
 [3] Purcell, E., Varberg, D. y Rigdon, S.. (2007). Cálculo diferencial e integral. México: Pearson Educación.