

Teoría de situaciones didácticas como apoyo a la comprensión matemática

Theory of didactical situations as a support of mathematical understanding

Valery T. Meneses-López^a, Aarón Reyes-Rodríguez^b

Abstract:

The components and characteristics of the theory of didactical situations are explained, as well as its ontological, epistemological and didactic foundations. This theory is mainly focused on the teaching of mathematics in elementary school, although there are some proposals oriented to students of other educational levels. We characterize the task design process and the instructional scenario from theoretical constructs such as didactic situation, a-didactic situation, didactical contract, institutionalization, milieu, among others. The Jourdain and the Topaze effects are also explained. Finally, some advantages and disadvantages of the use of this theory are enunciated.

Keywords:

Didactical situation, a-didactic situation, didactical contract, learning, mathematics.

Resumen:

Se explican los componentes y características de la teoría de situaciones didácticas; así como sus fundamentos ontológicos, epistemológicos y didácticos. Esta teoría se enfoca, principalmente, en la enseñanza de las matemáticas en primaria, aunque hay algunas propuestas orientadas a estudiantes de otros niveles educativos. Caracterizamos el proceso de diseño de las tareas y el escenario de instrucción a partir de elementos teóricos tales como situación didáctica, situación a-didáctica, contrato didáctico, institucionalización, milieu, entre otros. También se explica en qué consiste el efecto Jourdain y el efecto Topaze. Finalmente, se exponen algunas ventajas y desventajas del uso de esta teoría.

Palabras Clave:

Palabras Clave: Situación didáctica, situación a-didáctica, contrato didáctico, aprendizaje, matemáticas.

Introducción

La didáctica es una rama de la pedagogía que se enfoca en los procesos de aprendizaje y enseñanza. Para Brousseau, la didáctica es un área de investigación cuyo objeto es la comunicación de los saberes matemáticos y sus transformaciones. Por otra parte, considera a la *didáctica de la matemática* como la ciencia de las condiciones específicas de la difusión de los conocimientos útiles al funcionamiento de las instituciones; la cual busca describir los intercambios y transformaciones de los saberes a diferentes escalas, individual, grupal o social.^{1,2}

En este artículo se exponen algunas ideas básicas para entender los principios y fundamentos de la *Teoría de Situaciones Didácticas* (TSD en lo subsecuente). Esta

teoría se basa en la idea de que aprender matemáticas no solo consiste en conocer definiciones, teoremas, y reconocer dónde y cómo aplicarlos; sino que el aprendizaje es un proceso complejo que implica la construcción activa de conocimiento mediante la actividad de hacer matemáticas. Hacer matemáticas, a su vez, se refiere a las actividades de formular y resolver problemas. Así, las matemáticas para la TSD no son un conjunto de reglas y procedimientos algorítmicos, sino un medio que permite a las personas comprender y comunicar ideas sobre el mundo que les rodea. Para esta aproximación, los nuevos conocimientos aparecen como la solución óptima de los problemas que resuelve un estudiante con sus propios recursos.^{2,3}

Teoría de situaciones didácticas

^aValery T. Meneses López, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, <https://orcid.org/0009-0000-3983-0448>, Email: me318205@uaeh.edu.mx

^bAarón Reyes Rodríguez, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, <https://orcid.org/0000-0001-8294-9022>, Email: aaronr@uaeh.edu.mx

Es una aproximación didáctica y marco de investigación propuesto por el educador matemático francés Guy Brousseau, a comienzos de los años 70 del siglo pasado. Brousseau se desempeñó, inicialmente, como docente rural en una escuela primaria multigrado y, después, realizó estudios para formarse como matemático.

La TSD es una de las primeras propuestas en el campo de la didáctica de la matemática, cuyas formulaciones iniciales se publicaron alrededor de 1970. En el caso de América Latina, las ideas de Brousseau se empezaron a transmitir en la década de los 80 del mismo siglo. Esta teoría es un sistema conceptual que permite comprender las interacciones entre estudiantes, docentes y los saberes matemáticos. La TSD se interesa en analizar los procesos derivados de la comunicación del saber matemático escolar e indagar las mejores condiciones para llevar a cabo esta comunicación. 1,2,4

La tarea paradigmática o fundacional a partir de la cual se construyó el bagaje teórico que constituye la TSD se denomina *carrera a 20*. Esta es un juego en el que se enfrentan dos personas, quienes participan por turnos. El primer jugador inicia eligiendo el número uno o el número dos (a este último número se le denomina el paso de la carrera); a continuación, su contrincante debe sumar uno o dos al número seleccionado por el primer jugador. Ahora, el primer jugador debe agregar uno o dos a la suma obtenida por el segundo jugador. La dinámica se repite hasta que uno de los dos jugadores obtiene el número 20 (la meta de la carrera). El objetivo es que el estudiante, a través de diversas etapas de juego uno contra uno, juego por equipos; así como de múltiples carreras donde se varía la meta y el paso, consiga descubrir, sin ayuda del docente, el concepto matemático subyacente en el juego, que en este caso es el concepto de división con residuo de números naturales.

El escenario instruccional basado en la carrera a 20, se configura de la siguiente forma:

- a. Juego de uno contra uno. Los estudiantes juegan diversas partidas y anotan los números que integran la partida. Se dan cuenta que no es buena estrategia elegir los números al azar y descubren la ventaja de llegar a 17.
- b. juego de un equipo contra otro. Los estudiantes se organizan en dos equipos que compiten uno contra otro. Se designa al azar un estudiante de cada equipo, ambos estudiantes compiten en el pizarrón, mientras el resto del grupo observa. El ganador aporta un punto para su equipo. Aquí se percibe la necesidad de discutir y concertar las estrategias que permitan ganar una partida.

- c. Descubrimiento de los teoremas. El docente indica a los estudiantes que reflexionen sobre las estrategias que les han permitido ganar. Posteriormente, deben escribir sus conjeturas.
- d. Discusión y validación de las conjeturas. El profesor solicita a los estudiantes que comuniquen sus conjeturas al resto del grupo y que justifiquen la validez de los enunciados propuestos, además de que critiquen y, dado el caso, por qué las afirmaciones del equipo contrario son falsas. A través de este proceso se espera que el estudiante descubra el contenido matemático inmerso en la carrera 20.
- e. Institucionalización. El docente promueve una recapitulación de lo aprendido en las etapas previas y conecta los conocimientos informales generados por los estudiantes, con los saberes institucionalizados.

Para comprender la TSD es necesario conocer ciertos constructos o conceptos teóricos básicos, tales como: situación, milieu, contrato didáctico, institucionalización, entre otros.

Situación. La TSD es una aproximación sistémica al proceso de instrucción que se lleva a cabo en un salón de clase, que incluye las interacciones en el aula, el proceso de planificación de las actividades y la forma de mejorar este proceso. En esta teoría, una *situación* se conceptualiza como un modelo que da cuenta de las interacciones de un sujeto con un milieu que determina un cierto conocimiento. En este milieu existen recursos que el sujeto utiliza para alcanzar o conservar un estado favorable. Tales recursos consisten en un conjunto de decisiones que dependen del uso de cierto conocimiento. Una situación es, entonces, un entorno diseñado por el docente, en el que se desenvuelve el estudiante. Una situación es una herramienta del maestro para promover el aprendizaje. 1

Situación didáctica. Una situación didáctica es un modelo que describe las relaciones, explícitas o implícitas, entre estudiantes, un milieu y un sistema educativo. En este contexto, una situación didáctica está conformada por: (a) una situación matemática, que provoca una actividad matemática sin la intervención del docente; y (b) una situación construida intencionalmente por el profesor con el fin de que los alumnos adquieran o construyan un saber que no está explícito. En una situación didáctica se modeliza una actividad de producción de conocimiento por parte del alumno independientemente; así como el efecto de la participación del docente en la institucionalización del saber. Las situaciones didácticas se pueden considerar como sistemas conceptuales

diferenciados, como etapas o fases mediante las cuales un estudiante, mediante su interacción con un milieu, y un contenido matemático implícito, descubre algún concepto o idea matemática y posteriormente ajusta esos saberes informales, con la mediación docentes, con los saberes socialmente institucionalizados. 1, 5, 6

Contrato didáctico. Se define como una interpretación de los compromisos, las expectativas, las creencias, los medios, los resultados previstos en una situación didáctica (estudiante-profesor). El objetivo de estas interpretaciones es dar cuenta de las expectativas, derechos y obligaciones mutuas, entre estudiantes y el docente, referidos al proceso de aprendizaje. El contrato didáctico se constituye con base en la repetición de conductas, conscientes o no del maestro y permite al estudiante decodificar la actividad didáctica. 2

Devolución. El constructo denominado *devolución* es de importancia en un contrato didáctico, ya que implica la aceptación del alumno a la actividad que organiza el profesor y, a su vez, asumir en respuesta, un compromiso por parte de los estudiantes para encontrar, formular y comunicar, así como justificar conjeturas, a través de las cuales se genera un conocimiento informal que es, posteriormente, institucionalizado con ayuda del profesor. El profesor es quien pone en contacto al estudiante con el milieu y, con ello, *devuelve* al estudiante la responsabilidad de su aprendizaje. 2, 7, 8

El *milieu* es un constructo que se refiere a todo aquello sobre lo que el estudiante influye o ejerce sus acciones y aquello que influye sobre los estudiantes durante el desarrollo de una situación didáctica. El profesor confía al milieu la tarea de mostrar los errores de los alumnos por sus efectos, sin utilizar argumentos de autoridad ni revelar intenciones. El milieu puede ser textos informativos; objetos materiales; otros estudiantes, cooperantes o concurrentes; etcétera. además, los conocimientos previos que intervienen en sus elecciones y en los efectos de sus decisiones. 9

Efecto Topaze, efecto Jourdain y el envejecimiento de las situaciones de enseñanza, pueden describirse como acciones en las que puede incurrir un docente al implementar una actividad basada en la TSD. Este tipo de comportamientos restan efectividad a la acción didáctica e impiden el logro del objetivo instruccional planteado.

Efecto Topaze o control de la incertidumbre. Es un concepto que describe el proceso en que el estudiante llega a la solución de un problema apoyado, en demasía, por medios externos. El profesor asume la mayor parte

del trabajo intelectual que corresponde al estudiante, mediante sugerencias o pistas que señalan al estudiante la respuesta que se espera de él. Por ejemplo, un docente de preescolar que no logra que los estudiantes aprendan a sumar, pregunta: “¿cuánto es dos más dos?”. Como los estudiantes no contestan, entonces desesperado, dice: “dos más dos son cua...”. Entonces, los estudiantes responden: “...tro”, “¡cuatro!”, y el docente se siente satisfecho con la respuesta.

Efecto Jourdain o el malentendido fundamental. Consiste en que el docente sobrevalora alguna respuesta del alumno, la cual está asociada a un conocimiento banal, al cual el profesor otorga validez, con el objetivo de salvaguardar la efectividad de su propia acción didáctica. Este efecto se refiere a la creencia del docente de que dado que él reconoce ciertos conocimientos en la actividad de los estudiantes, tales conocimientos también están presentes en la mente de los estudiantes. Por ejemplo, cuando un estudiante lleva a cabo acciones peculiares con botes o con imágenes coloreadas, un profesor puede afirmar que el estudiante “acaba de descubrir un grupo de Klein”. 1, 2, 10

Envejecimiento de las situaciones de enseñanza. Se refiere al hecho de que el docente muestra dificultades para implementar repetidamente una misma clase, ya que la reproducción de lo que hizo con anterioridad no tiene los mismos resultados. Consiste en la necesidad que experimenta el docente en hacer cambios en la formulación de las tareas, en las instrucciones, en los ejemplos o ejercicios y, de forma más general, en la estructura de la clase.

Fundamentos

Cada perspectiva teórica tiene bases o fundamentos que determinan la forma en que conceptualiza a las tareas y al escenario instruccional, el cual incluye las interacciones entre docente, estudiantes y los objetos del conocimiento. A continuación, explicamos cuáles son, desde nuestra perspectiva los fundamentos ontológicos, epistemológicos y didácticos de la TSD. El fundamento ontológico tiene que ver con la concepción que se adopta respecto a lo que son las matemáticas. El fundamento epistemológico se refiere a cómo se conceptualiza el conocimiento y, el fundamento didáctico hace referencia a la forma en que se llevan a cabo los procesos de aprendizaje y enseñanza en la práctica educativa (Figura 1).



Figura 1. Fundamentos de la TSD, Autoría propia

La ontología es una rama de la filosofía interesada en cuestiones relativas al ser. Así, el fundamento ontológico de la TSD, se refiere a la conceptualización de las matemáticas. Para Brousseau, las matemáticas son la ciencia de los patrones, ya que las actividades en la TSD se enfocan en la observación y el análisis de patrones y regularidades en un medio que involucra juego y competencia.

La TSD se fundamenta en una perspectiva epistemológica constructivista, la cual afirma que el conocimiento es el resultado de la interacción entre un sujeto y un objeto de conocimiento. Retoma elementos tanto de la perspectiva cognitiva de Piaget, como de la perspectiva sociocultural de Vygotsky. En el primer caso, Brousseau, al igual que Piaget, considera que se aprende matemáticas a partir de un proceso de *adaptación al medio*, el cual condiciona lo que los estudiantes aprenden y cómo lo aprenden. En el segundo caso, se retoma de Vygotsky la relevancia de la interacción social y de las producciones culturales, entre las que destaca el lenguaje, como mediadores que determinan las características del conocimiento construido a través de ellos. 11

A su vez, el fundamento didáctico está integrado por diversos elementos. En primer término, el aprendizaje se conceptualiza como el proceso mediante el cual se modifican los conocimientos. En segundo término, la TSD promueve un aprendizaje basado en el descubrimiento, lo cual significa que el docente no informa inicialmente a los estudiantes cuál es el contenido matemático que se busca que ellos aprendan, sino que surge de la acción de los estudiantes al llevar a cabo las tareas propuestas. Además, se considera que el juego y la competencia son procesos básicos para el aprendizaje. 12, 13

Características de las tareas

En la TSD las tareas se denominan *situaciones a-didácticas*. En el libro titulado “Teoría de situaciones didácticas”, Brousseau argumenta que el estudiante conoce que la dinámica o problema que le plantean en el salón de clases fue elegido para ayudarlo a construir un nuevo conocimiento, el cual debe estar justificado por la lógica interna de la situación, sin intervención didáctica, explícita, por parte del docente. Este hecho es el principal componente del *contrato didáctico* de la TSD, puesto que la prueba de que se ha adquirido verdaderamente este conocimiento se da cuando el estudiante es capaz de ponerlo en práctica por sí mismo en situaciones que encontrará fuera de cualquier contexto de enseñanza y en ausencia de cualquier intención instruccional. 9

A continuación, se presenta una lista de las principales características de una situación a-didáctica:

- El contenido matemático no está explícito en la situación a-didáctica. Por ejemplo, si el tema eje de la actividad fueran las características de los triángulos, es responsabilidad del profesor diseñar la tarea de tal manera que el contenido matemático no esté indicado, explícitamente, en instrucciones o el título de la actividad. La situación se denomina a-didáctica, porque no hay una intención didáctica explícita en la actividad que se desarrolla a través de esta.
- Toda situación didáctica incluye el uso de juego y la competencia, retomando el ejemplo de carrera 20, se juega parejas y posteriormente en equipos.
- La situación a-didáctica tiene que causar un desequilibrio cognitivo, acorde con la edad y grado escolar de los estudiantes. Por ejemplo, en un juego de microcomputadora, los niños pequeños (de cinco años) tienen que usar el mouse para llevar conejos a un prado y patos a un estanque, uno a la vez. Las reglas de manipulación no presentan dificultades insuperables para este grupo de edad. El objetivo “oculto” es que pueda interpretar la desaparición de un animal de un lugar y su reaparición en otro como correspondiente a un desplazamiento. Pero más importante desarrollar la capacidad para contar un conjunto, el profesor quiere que identifique todos los conejos uno tras otro, antes de dirigirlos hacia el prado. La secuencia de las operaciones a realizar no está dada en las instrucciones, queda a criterio del alumno y la devolución (parte del contrato didáctico) de esta tarea se realiza paso a paso y en diferentes tiempos. 7

Escenario de instrucción

De acuerdo con la TSD, el proceso de instrucción se lleva a cabo mediante cuatro diferentes etapas o fases, las cuales se denominan *situaciones didácticas*. Antes del inicio de la actividad del estudiante el profesor explica las reglas del juego y ejemplifica claramente cómo se juega.

- **Situación de acción.** Esta etapa no es única, y se enfoca en el proceso de juego 1-1 o entre equipos. Aquí, el estudiante actúa sobre el milieu, el cual está integrado por la información de la partida, así como las acciones del contrincante (Figura 2). Actuar significa elegir los elementos del milieu en función de las propias motivaciones del estudiante (ganar la partida). Entonces el milieu reacciona a la acción del estudiante proporcionando retroalimentación útil para las acciones futuras del estudiante.

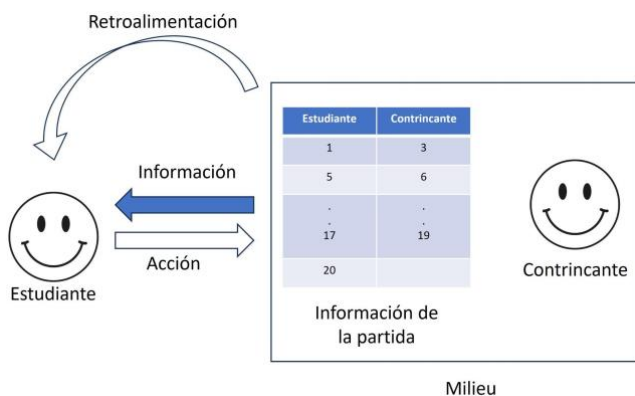


Figura 2. Situación de acción durante el juego uno a uno, autoría propia con base en Brousseau (2007)

- **Situación de formulación.** En esta etapa los participantes formulan conjeturas, a través de los comentarios sobre posibles estrategias encontradas en la fase anterior con los miembros del equipo. El docente puede solicitar que las estrategias (conjeturas) mencionadas sean escritas además de que tiene que ser compartidas ante el grupo, además se debe propiciar la discusión grupal el acceso a dichas estrategias con un lenguaje apropiado y entendible para todos los participantes de la actividad.
- **Situación de validación.** Los esquemas de acción y de formulación conllevan procesos de corrección, empíricos o culturales, para asegurar la pertinencia de los conocimientos movilizados en las fases correspondientes. Esta fase es la penúltima en la que los estudiantes tienen la

obligación de defender sus conjeturas, lo cual requiere de argumentar su validez de manera clara. Se sugiere que en esta fase el grupo se organice en dos equipos que competirán entre sí, para obtener la mayor cantidad de puntos, al defender y justificar cada una de sus conjeturas o al refutar las conjeturas del equipo rival. El objetivo de esta fase es promover los procesos de reflexión y comunicación de ideas, los cuales son centrales para el desarrollo del entendimiento matemático. 1,14

- **Situación de institucionalización.** En esta etapa del proceso instruccional, el profesor aclara cuál fue la finalidad de las tareas y precisa los términos o conceptos matemáticos que emergieron durante las etapas previas. La función del docente es ayudar a los estudiantes a distinguir las ideas correctas y las falsas, y situar a los conceptos en el contexto del currículo escolar. 12

Conclusiones

El conocimiento matemático del docente es un ingrediente importante para la enseñanza, debe ser capaz de comprender profundamente las matemáticas requeridas para el nivel curricular que enseña, sin embargo, esto puede no ser suficiente para asegurar el progreso de los alumnos. 15

Aunque no existe una lista de requisitos a cumplir para ser un "buen docente de matemáticas", considero que una gran parte de esta responsabilidad está asociada con la comprensión y aplicación de teorías y aproximaciones didácticas. Conocer diferentes aproximaciones didácticas es un aspecto importante en la formación de todo profesor de matemáticas, ya que este conocimiento da elementos para abordar los retos presentes en la práctica educativa. 12

La teoría de situaciones didácticas es una alternativa de interés cuando se busca abordar temas matemáticos en un escenario didáctico lúdico, diferente a una clase de matemáticas basada en el docente como el expositor y el alumno como el receptor, la aplicación de la TSD permite desarrollar habilidades de comunicación y justificación de una manera entretenida y fomenta algunos otros aspectos como la participación y el trabajo en equipo. Es importante mencionar que probablemente seleccionar el tema de la situación didáctica requiere de un análisis profundo y que no para todos los tópicos matemáticos, ni para todos los niveles educativos la aplicación de esta aproximación didáctica sea la más adecuada, sin

embargo, es enriquecedor para los docentes tenerlo dentro de los recursos didácticos que puede utilizar.

Agradecimientos

Los autores agradecemos al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo, a través de la beca de posgrado con número 1236329.

Referencias

- [1] Brousseau, G. *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal, Buenos Aires. 2007.
- [2] Ávila, A. El maestro y el contrato en la teoría Brousseauiana. *Educación Matemática* 2001;13(3): 5-21.
- [3] Lavya, I, Shrikib, A. Engaging in problem posing activities in a dynamic geometry setting and the development of prospective teachers' mathematical knowledge. *The Journal of Mathematical Behavior*. Elsevier; 2010; 29 (1): 11-24.
- [4] Alagia, H. Bressan AM., Sadovsky P. Reflexiones teóricas para la educación matemática. *La teoría de las situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar en la enseñanza de las matemáticas*. 2005: 16-29
- [5] Simon, M. The need for theories of conceptual learning and teaching of mathematics. En: Leatham, K. R. (Ed.), *Vital directions for mathematics education research*. Springer, New York. 2013: 95-118.
- [6] Lerman, S. *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer Netherlands. 2014: 206-213.
- [7] Brousseau G, Otte M. The fragility of knowledge. In: Bishop A, Mellin-Olsen S, Van Dormolen J (eds) *Mathematical knowledge: its growth through teaching*. Kluwer, Dordrecht. 1989: 13–38.
- [8] Brousseau, G. *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer, Dordrecht. 1997.
- [9] Warfield V. *Invitation to didactique*. Xlibris corporation. 2007; (1):888-795.
- [10] Guzman I, Pino L, Arredondo EH. Paradojas Didácticas Observadas en la Gestión de los Teoremas de Euclides. *Scielo*. 2020; 34(67): 651-677.
- [11] Barreiro, P., y Casseta, I. Teoría de situaciones didácticas. En M. D. Pochulu y M. A. Rodríguez (Eds.), *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 15-38). Editorial Universitaria Villa María, Buenos Aires. 2012.
- [12] Barrera-Mora F. y Reyes-Rodriguez A. Situaciones Didácticas en Educación Matemática. *Boletín científico de ciencias básicas e ingeniería*. 2018; (10): 87-90.
- [13] Ausubel, D. P. The facilitation of meaningful verbal learning in the classroom. *Educational Psychologist* 1977; 12(2): 162-178.
- [14] Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Human, P. *Making sense: teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann. Heinemann, Portsmouth. 1997.
- [15] Petrou, M., Goulding, M. Conceptualising Teachers' Mathematical Knowledge in Teaching. En: Springer Rowland, T., Ruthven, K. (eds) *Mathematical Knowledge in Teaching*. Mathematics Education Library. 2011; 50(1).