

Dominio y contradominio de una Función racional.

Domain and counterdomain of a Rational Function.

José R. Aquino-Alfaro ^a

Abstract:

A mathematical function is the relationship between the elements of two sets, Domain and Counterdomain. In which, each element of the first corresponds to one and only one of the second.

Keywords:

Relation, function, domain, counterdomain.

Resumen:

Una función matemática es la relación existente entre los elementos de dos conjuntos, Dominio y Contradominio. En la cual, a cada elemento del primero le corresponde uno y solo uno del segundo.

Palabras Clave:

Relación, función, dominio, contradominio.

Introducción

El concepto de función matemática o simplemente función, es sin duda, el más importante y utilizado en Matemáticas y en las demás ramas de la Ciencia. No fue fácil llegar a él y muchas mentes muy brillantes han dedicado enormes esfuerzos durante siglos para que tuviera una definición consistente y precisa. El estudio de las propiedades de las funciones está presente en todo tipo de fenómenos que acontecen a nuestro alrededor.

Así, podemos nombrar fenómenos sociales relacionados con crecimientos demográficos, con aspectos económicos, como la inflación o la evolución de los valores bursátiles, con todo tipo de fenómenos físicos, químicos o naturales, como la variación de la presión atmosférica, la velocidad y la aceleración, la gravitación universal, las leyes del movimiento, la función de onda de una partícula a escala cuántica, la desintegración de sustancias radiactivas o la reproducción de especies vegetales y animales.

Desarrollo

El origen del concepto de función ha estado siempre unido al estudio de los fenómenos sujetos a cambios. Las referencias más antiguas al concepto de función se encuentran en algunos escritos de astrónomos babilonios.

A partir de Galileo, el concepto de función fue evolucionando hasta comienzos del siglo XIX, en 1837, Dirichlet formuló la definición de función como relación entre dos variables, que es la que actualmente aceptamos y manejamos.

Con base en su definición, a los elementos (variables) que se relacionan se les designa como elementos del conjunto x (dominio) y elementos del conjunto y (contradominio o imagen).

^a José Ramón Aquino Alfaro, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, <https://orcid.org/0009-0008-0382-2356>, jose_aquino6579@uaeh.edu.mx

Una función expresa una relación de dependencia por lo cual, la representación simbólica:

$$y = f(x)$$

Se lee:

y está en función de x.

Donde:

x representa la variable independiente
y representa la variable dependiente

Una aplicación debe entenderse como cualquier ley que asocie elementos de un conjunto con elementos de otro conjunto, sin más condiciones. Este concepto debe refinarse hasta llegar al de función matemática.

Una función matemática puede ser representada gráficamente en el plano cartesiano. Mediante la obtención de pares de puntos (coordenadas rectangulares) cuando el valor de x se sustituye en la función y se obtiene uno de y.

FUNCIONES RACIONALES

Son expresiones que tienen forma parecida a los números racionales o fraccionarios, como también se les conoce, un numerador y un denominador, en el caso que vamos a estudiar estos términos serían funciones.

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \quad \text{donde: } h(x) \neq 0$$

Dominio y contradominio de una función racional:

- a) El dominio de la función racional, está formado por todos los valores de "x" en donde la función esté definida.

Ejemplo: A partir de la siguiente función, determina dominio y rango.

$$y = \frac{x+2}{x-3}$$

Igualando el denominador a cero: $x - 3 = 0$; $x = 3$

El dominio estará formado por todos los reales excepto el número 3.

$$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{3\} ; (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$$

- b) Para hallar la imagen de la función racional se despeja la variable "x" en función de "y" y se hace el mismo procedimiento que para hallar el dominio. Es decir:

$$x = \frac{3y+2}{y-1}$$

por lo tanto , contradominio $f(x) = \mathbb{R} - \{1\}$

Cabe mencionar que en la gráfica de una función racional se obtienen las asíntotas, horizontal y vertical.

Por definición, una asíntota es una recta paralela a una curva.

Además la Asíntota vertical está directamente relacionada con la excepción del dominio.

Y la Asíntota horizontal con la excepción del contradominio.

Así en el ejemplo mostrado:

Como la excepción del dominio es $x=3$, ese valor será la Asíntota vertical de la función. Y se expresa: $AV=3$

De forma similar la excepción del contradominio es $y=1$. Por lo tanto, la Asíntota Horizontal es $y=1$.

Se escribe $AH=1$

Y al graficar dicha función, se obtiene:

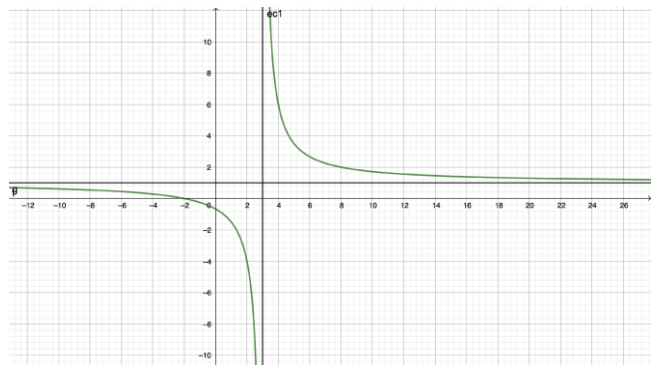


Figure 1. Relación de xy 2022. Autoría propia.

Referencias

[1] PRECÁLCULO ÁLGEBRA, GEOMETRÍA ANALÍTICA Y TRIGONOMETRÍA, Raymond A. Barnett, Editorial Limusa, México 2005.

[2] Software utilizado: Geo Gebra Dynamic Mathematics. 6.0 2018.