

Estudio vectorial de la integral definida al entorno a la propiedad de peso y volumen específico de un fluido

Vector study of the definite integral around the property of weight and specific volume of a fluid

Dorling Yahaira Zeledón-Irías^a, Jenifer Karolina Gutiérrez-Olivas^b, Clifford Jerry Herrera-Castrillo^a,

Abstract:

This article is framed in the theory of the vectorial study of the definite integral around the property of weight and specific volume of a fluid, addresses the study of Mathematical Physics knowledge associated with the concept of definite integral from the perspective of different theories, to achieve this approach this work took into account the overall objective to analyze the applications of the definite integral around the property of weight and specific volume of a fluid in the solution of a problem specifically, its category was developed from the point of fluid mechanics where it covers vectors, integrals, weight and volume, among others. However, it is pertinent and possible to achieve that this research serves to create an adequate tool to improve the teaching process by solving problems where the analysis of vectors and integrals around the property of weight and specific volume is manifested. Physics and Mathematics are subjects that require a lot of theory to reach the solution of an exercise that contains various formulas or equations, for them you must have knowledge about the topics to be addressed, this study allows the projection of logical and creative thinking, as it induces researchers to create unpublished problems and that are easily understood by readers.

Keywords:

Mathematical analysis, physics, weight, fluid mechanics.

Resumen:

Este artículo se enmarca la teoría del estudio vectorial de la integral definida en torno a la propiedad de peso y volumen específico de un fluido, aborda el estudio de conocimientos Físicos Matemáticos asociados al concepto de integral definida desde la perspectiva de teorías distintas, para lograr dicho abordaje este trabajo tuvo en cuenta el objetivo general analizar las aplicaciones de la integral definida en torno a la propiedad de peso y volumen específico de un fluido en la solución de un problema específicamente, se desarrolló su categoría desde el punto de mecánica de fluidos en donde abarca vectores, integrales, peso y volumen, entre otros. Sin embargo, es pertinente y posible lograr que esta investigación sirva para crear una herramienta adecuada que logre mejorar el proceso de enseñanza, mediante la resolución de problemas donde se manifieste el análisis de vectores e integrales en torno a la propiedad de peso y volumen específico. La Física y Matemática son asignaturas que requieren de mucha teoría para llegar a la solución de un ejercicio que contiene diversas fórmulas o ecuaciones, para ellos se debe tener conocimiento sobre las temáticas a abordar, este estudio permite la proyección del pensamiento lógico y creativo, ya que induce a los investigadores a crear problemas inéditos y que resultan de fácil comprensión para los lectores.

Palabras Clave:

Análisis matemático, física, peso, mecánica de fluidos

^a Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua | Centro Universitario Regional de Estelí | Estelí, Estelí | Nicaragua, <https://orcid.org/0000-0002-1846-3893>, Email: dyahairitazeledon@gmail.com

^b Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua | Centro Universitario Regional de Estelí | Estelí, Estelí | Nicaragua, <https://orcid.org/0000-0002-5007-5970>, Email: jkgutierrez631@gmail.com

^c Autor de Correspondencia, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua | Centro Universitario Regional de Estelí | Estelí, Estelí | Nicaragua, <https://orcid.org/0000-0002-7663-2499>, Email: cliffor.herrera@unan.edu.ni

Introducción

El presente artículo tiene como propósito desarrollar un estudio vectorial e integral definida entorno a la propiedad de peso y volumen específico de un fluido, el cual tiene una función clave dentro del proceso de aplicaciones de ecuaciones que permiten medir el conocimiento si determinado tema llevando a cabo las teorías y refleja la efectividad de dicho proceso para la demostración en la solución de un problema. Por tal motivo, surge la importancia que mediante la investigación se tomaron aspectos relevantes en la conceptualización de vectores, integrales peso y volumen, además de las cuestiones fundamentales que se usaron para estar sustentados de manera clara y objetiva.

Este artículo se enfoca en el estudio vectorial de la integral definida en el contexto de las propiedades de peso y volumen específico de los fluidos. El objetivo principal de esta investigación es analizar las aplicaciones de la integral definida en el análisis de dichas propiedades, con el fin de desarrollar herramientas que mejoren los procesos de enseñanza-aprendizaje en Física y Matemática.

Específicamente, se abordarán los siguientes aspectos clave:

- Densidad de peso (W) de los fluidos: Se estudiará la definición y cálculo de esta propiedad, que representa la fuerza por unidad de volumen ejercida por el fluido.
- Integración vectorial de la densidad de peso: Se analizará la integral definida de la densidad de peso a lo largo de una superficie, considerando la dirección y sentido de la fuerza resultante.
- Aplicaciones prácticas: Se explorarán casos de aplicación, como el cálculo de la fuerza ejercida por un fluido sobre una estructura, y su relevancia para el diseño y la estabilidad de elementos expuestos a la acción de fluidos.
- Implicaciones pedagógicas: Se buscará identificar cómo el estudio vectorial de la integral definida en el contexto de las propiedades de los fluidos puede contribuir al desarrollo de estrategias didácticas que mejoren la comprensión de estos conceptos en los estudiantes.

Se espera que este trabajo contribuya a una comprensión más profunda de la integración vectorial y sus aplicaciones en el análisis de propiedades fundamentales

de los fluidos, lo cual tiene importantes implicaciones tanto a nivel teórico como práctico y pedagógico.

La comprensión de las propiedades físicas de los fluidos, como la densidad de peso, es fundamental en diversas áreas de la ingeniería y la física aplicada. Sin embargo, la integración vectorial de estas propiedades y su aplicación práctica a menudo representan un desafío para los estudiantes (Masaquiza Masaquiza y Ninasunta Guanoquiza, 2024). Estudios previos han señalado que los estudiantes tienen dificultades para visualizar y comprender la naturaleza vectorial de las integrales definidas aplicadas a problemas en mecánica de fluidos (Acevedo Montenegro et al., 2024).

Adicionalmente, la literatura indica que la enseñanza tradicional de estos temas tiende a enfocarse en la memorización de fórmulas y la resolución de ejercicios estándar, sin desarrollar una comprensión conceptual profunda (Quiroga López, 2022). Esto se refleja en los bajos niveles de desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas que requieren integración vectorial y aplicación de conceptos físicos (Acevedo Montenegro et al, 2024; López López et al. 2023).

Por lo tanto, existe una necesidad de abordar esta problemática a través de un estudio integral que permita comprender la naturaleza vectorial de la integral definida en el contexto de las propiedades de los fluidos, y que a su vez ofrezca estrategias didácticas innovadoras para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en estas áreas (Tenezaca Sánchez, 2023). El presente trabajo busca contribuir a llenar este vacío en el conocimiento y proporcionar herramientas que faciliten la aplicación práctica de estos conceptos.

La investigación se realizó tomando en cuenta todas las fuentes confiables, por lo tanto, se describe la parte fundamental del tema para docentes de esta área. Este estudio pretende establecer un parámetro claro y objetivo aportando recursos definidos al investigador.

El desarrollo de un modelo físico implica la construcción de una teoría o modelo matemático que representa un sistema físico en particular. Como plantea Herrera-Castrillo, (2023) esto permite analizar y comprender las leyes y ecuaciones que rigen el comportamiento de dicho sistema. Al aplicar el análisis físico, se pueden extraer conclusiones y obtener una comprensión más profunda de los fenómenos estudiados.

Se podrá observar los aspectos más destacados de la integral definida y sus componentes; mientras que con detalle y atención la práctica de las teorías y sus ecuaciones se utilizarán comúnmente la demostración de un problema, así como sus distintos instrumentos, destacando sus principales características, recomendaciones, uso y ejemplo. De ahí ofrece una guía

clara y eficaz al docente y estudiante para lograr determinar lo que será pertinente y funcional en el uso de determinada temática. Así mismo como objetivo se pretende que esta investigación otorgue al usuario la habilidad y facilidad de acceder a la información en forma sencilla y rápida, logrando éxito en la aplicación de teorías y ecuaciones.

Por ello Herrera Castrillo (2022) plantea:

El saber sobre las ciencias exactas como lo son las Matemáticas al mismo tiempo de ser agradable es importante para interactuar con claridad, eficacia e inteligencia en un mundo lleno de números, fórmulas, ecuaciones, donde esta ciencia se relaciona con otras para dar respuesta a muchas situaciones del mundo real y la necesidad del conocimiento matemático crece cada vez más al igual que su aplicación. En el proceso de enseñanza-aprendizaje, los conocimientos, las herramientas para conocer las formas de hacer las Matemáticas y comunicarla están en constante evolución. (p. 36)

Cabe señalar, que esta investigación pretende ofrecer un estímulo para el docente en su importante labor de evaluador y al estudiante en su proceso de aprendizaje. La Física y la Matemática son ciencias que se caracterizan por interpretar los fenómenos del mundo que se experimentan diariamente en el entorno social.

En este orden de ideas, el estudio de integrales de propiedades de fluidos como peso y volumen permite conocer que los fluidos se componen de moléculas que se mueven y colisionan entre sí, un análisis riguroso habría de tener en cuenta la acción de cada molécula o grupo de moléculas en el flujo. Estos procedimientos son utilizados por la teoría cinética de los gases y la mecánica estadística, por ende, en este acápite se busca tener una perspectiva de creatividad basado en la formulación de nuevos ejercicios estrechamente relacionados con el campo de la mecánica de fluidos reflejando la propuesta de cada uno de ellos desde el uso de integrales y su aplicación en el área específica a desarrollar.

La mecánica de fluidos ha sido objeto de investigación y estudio desde tiempos remotos. Las comunidades indígenas de América han realizado aportes importantes en este campo del conocimiento. Sin embargo, a pesar de la abundancia de conocimientos teóricos y experimentales sobre los fluidos en estado estático y en movimiento, la enseñanza de la mecánica de fluidos ha sido descuidada en los sistemas educativos de Nicaragua (Acevedo Montenegro et al., 2024).

Por tanto, la presente investigación contribuye al razonamiento lógico y práctico de las diferentes realidades objetivas, inmersas en las ciencias físicas aplicadas, de igual manera busca medir formalmente este fenómeno físico, aplicando conocimientos de Cálculo Integral y de Álgebra Vectorial, realizando el proceso evaluativo con la

intención de enriquecer esta temática y validar la calidad de los fundamentos tomando como referencia los criterios que contiene un instrumento de evaluación, así mismo lograr un trabajo integral y significativo para una mejora continua en la científicidad de los saberes conceptuales.

La utilidad metodológica y la propuesta de un ejercicio práctico son de gran relevancia, ya que la presente investigación sirve de base para realizar otros estudios relacionados al tema en estudio. También se considera una alternativa en la búsqueda de la solución al problema y una herramienta de mucha utilidad para la práctica en el futuro y de esta manera tener un mejor tratamiento en el aprendizaje de la unidad “mecánica de fluidos” donde dicho aprendizaje se torna un tanto demostrativo y juega un papel de cambio por un proceso donde se prioriza el análisis de los resultados.

Revisión teórica

Se han llevado a cabo diversos estudios que abordan la resolución de problemas relacionados con la mecánica de fluidos, específicamente en las propiedades de peso y volumen específico de un fluido. Estos estudios emplean herramientas matemáticas como el cálculo integral y el álgebra vectorial, y también se valen del trabajo práctico experimental y el uso de tecnología. A continuación, se mencionan algunos de ellos:

- Ortuño Blandón et al., (2023) quienes trabajaron la resolución de dos problemas inéditos sobre el contenido “análisis de la integral definida para el cálculo de las magnitudes fuerza y presión de un fluido en reposo”, utilizaron varias propiedades de los fluidos, para darle salida a las situaciones planteadas, en donde se destaca el uso de Fuerza y peso específico aplicadas a una piscina.
- En su estudio, sobre la implementación de la integral definida Ponce Herrera et al., (2023) analizaron desde un punto de vista vectorial, la propiedad de viscosidad de fluidos, siendo esta una propiedad secundaria que depende de otras como presión, densidad, peso específico, energía interna y fuerza de cohesión.
- Por otro lado, López López et al., (2023) analizaron las aplicaciones del cálculo integral en la compresibilidad de fluidos en un campo vectorial, tomando en cuenta una propiedad secundaria, al igual que el estudio anterior. En esta investigación se diseñaron problemas donde se aplicaron las integrales definida con respecto a las fuerzas aplicadas.
- Delgadillo Tijerino et al., (2023) realizaron un prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración de la ecuación de Euler y el principio de conservación de la energía al aplicarse integrales y vectores, donde con materiales de fácil acceso crearon un dispositivo

funcional, aplicable a la teórica de mecánica de fluidos, donde aplicaron sus propiedades principales.

- Asimismo, Mairena Mairena et al. (2023) trabajaron un prototipo experimental en la Demostración de existencia de Fluidos Miscibles desde el Cálculo Vectorial, donde se hicieron diferentes medidas tomando en cuenta distintos fluidos, pesos y al aplicarle diferentes fuerzas, como cambia el diferencial en función de la variable en estudio.
- Talavera et al., (2023) analizan conceptos y teoremas del cálculo integral y vectorial para la demostración del principio de Pascal, cuyo propósito es la elaboración de un prototipo experimental para aplicar el cálculo de presión de fluidos con integrales, en la construcción del prototipo se utilizaron propiedades de fluidos como peso específico, masa, fuerza y compresibilidad.
- Por último, Muñoz Vallecillo et al., (2023) realizaron un estudio sobre el uso de simuladores y asistente matemático en la demostración del principio de Pascal al aplicarse integrales y vectores, donde a través de simulador PhET se lograron analizar propiedades como volumen, peso, masa y viscosidad de un fluido.

También, existen algunos conceptos de importancia para este estudio, tales como:

Cálculo Integral

El Cálculo Integral es una rama de las Matemáticas con más aplicaciones, en diversas áreas del conocimiento ya que permite plantear modelos que resuelven problemas surgidos del diario vivir del ser humano, mediante la cual puede analizar cualitativa y cuantitativamente los diferentes fenómenos que se le presenten en su entorno cotidiano y profesional. (García et al., 2021, p.2)

Vectores

Los vectores son una magnitud física que poseen dirección y sentido. Estos se utilizan para representar y demostrar magnitudes vectoriales como la fuerza, la aceleración, la velocidad y el desplazamiento. Existen diversos tipos de vectores, destacándose el vector unitario. Este último es particularmente relevante, ya que se emplea en la demostración de la ecuación de continuidad, tanto en su forma diferencial como integral. El vector unitario representa el desplazamiento que entra y sale de un volumen de control, siendo perpendicular al área correspondiente. (Cornejo Casco et al., 2023)

Un vector en álgebra lineal es un elemento de un espacio vectorial. Un espacio vectorial es una estructura algebraica muy usada por matemáticos, científicos, informáticos e ingenieros debido a su gran variedad de aplicaciones. Una evidencia de su gran variedad de

aplicaciones se puede encontrar en la existencia de imágenes vectoriales; estas guardan una estrecha relación con el concepto matemático de vector. (Martínez, 2021, p. 3)

Mecánica de los fluidos

La mecánica de fluidos se define como la ciencia encargada del estudio del comportamiento de los fluidos, ya sea cuando se encuentran en estado de reposo o en movimiento. Un fluido se caracteriza por ser una sustancia que se adapta fácilmente a cambios de forma. Dentro de los fluidos, se distinguen los líquidos y los gases. Los líquidos se adaptan a la forma del recipiente que los contiene y son sustancias incompresibles. Por su parte, los gases son fácilmente compresibles y pueden cambiar tanto de forma como de volumen. (Tandayamo Anchaguano, 2022)

Los fluidos se caracterizan por ser sustancias que se adaptan fácilmente a cambios de forma, y se clasifican principalmente en líquidos y gases. Los líquidos son fluidos incompresibles que se amoldan a la forma del recipiente, como el agua, el aceite y la gasolina. Por el contrario, los gases son altamente compresibles, pudiendo cambiar tanto de forma como de volumen con facilidad ante la aplicación de fuerzas o cambios de presión y temperatura, como el aire, el oxígeno y el nitrógeno. El estudio de las propiedades y comportamientos de estos fluidos en reposo y en movimiento constituye la base de la mecánica de fluidos, una disciplina fundamental para diversas áreas de la ciencia y la ingeniería.

Propiedades de los fluidos

Densidad ρ

Para Raviolo et al., (2022) La masa por unidad de volumen, también conocida como densidad, es una propiedad física que representa la cantidad de masa contenida en un determinado volumen de un fluido. Sus unidades en el sistema internacional son kilogramos por metro cúbico [kg/m^3].

En el caso de un fluido homogéneo, es decir, que tiene la misma composición en todos sus puntos, la densidad no varía de un punto a otro del fluido. En este caso, la densidad puede definirse simplemente mediante la relación entre la masa (m) y el volumen (V) del fluido, es decir, $\rho = m/V$.

Por el contrario, en el caso de un fluido no homogéneo, la densidad ρ puede variar de un punto a otro del fluido. Por tanto, en este caso se define la densidad en un punto como la masa por unidad de volumen en un elemento diferencial de volumen en torno a ese punto: $\rho = dm/dV$. Esto es posible gracias a la continuidad del fluido.

En el caso de los líquidos, al tener baja compresibilidad, la densidad depende principalmente de la temperatura, pero apenas varía con la presión, es decir, $\rho = \rho(T)$.

Por otra parte, para los fluidos compresibles, como los gases, la densidad depende en general tanto de la presión como de la temperatura, es decir, $\rho = \rho(p, T)$. En el caso particular de un gas ideal, cuya ecuación de estado es $pV = nRT$, la densidad toma la forma concreta de $\rho = \rho(p, T) = M p / (R T)$, donde M es la masa molar del gas.

Peso específico

Para Gallardo Amaya et al. (2020) representa el peso del fluido por unidad de volumen. Se representa con la letra griega γ y sus unidades en el SI son N/m^3 ; se calcula mediante la ecuación:

$$\gamma = \frac{\text{peso}}{\text{volumen}} = \frac{W}{V} \quad (1)$$

Donde:

W = peso

V = volumen

Esta propiedad se relaciona con la densidad a través de la siguiente ecuación.

$$\gamma = \rho g \quad (2)$$

Donde:

ρ = densidad

g = aceleración de la gravedad = $9,8066 \text{ m/s}^2 = 32,174 \text{ pie/s}^2$

Volumen específico

“Representa el volumen ocupado por la unidad de masa. Se determina con el inverso de la densidad” (Gallardo Amaya et al., 2020, p. 11). La unidad de medida según el SI es m^3/kg –masa y se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$V_e = V_s = \frac{1}{\rho} \quad (3)$$

Donde

V_e = Volumen específico del fluido

ρ = densidad del fluido

Evaluación Educativa

La evaluación del aprendizaje permite conocer el nivel de conocimientos, habilidades y valores que han alcanzado los estudiantes. Además, a través de la evaluación, el docente puede determinar si se han cumplido los objetivos establecidos en la clase y en el programa educativo. Asimismo, la evaluación le permite al docente analizar si los métodos de enseñanza, las formas de organización y los materiales didácticos utilizados fueron los más adecuados. A partir de los resultados obtenidos en la evaluación, el docente puede implementar estrategias didáctico-metodológicas que favorezcan y mejoren el aprendizaje de los estudiantes. (Ley Leyva y Espinoza Freire, 2021)

Rúbrica

La rúbrica es un instrumento de evaluación cuya finalidad es compartir criterios o indicadores, que permitan evaluar de manera objetiva y crítica el aprendizaje adquirido por los estudiantes, las habilidades desarrolladas de acuerdo con los objetivos. De la misma forma, el docente

realimenta a partir de las debilidades encontradas con el fin de la mejora y reincorporación de sugerencias (Casco y Calderón, 2020, p. 1)

Materiales y Métodos

Tipo de Estudio

El diseño metodológico muestra una manera de cómo se va a procesar la realización de la investigación y el nivel con el que se quiere abordar el tema. Para resultados de investigación se realizará un tipo de investigación mixta (cuantitativa y cualitativa).

El método mixto abarca todo lo que se necesita y lo necesario en una investigación, de esta manera es necesario tener en cuenta que utilizar la combinación de ambos métodos, no solo significa la combinación de diferentes vías metodológica, de una manera distinta como lo es en la recolección de datos, donde se realizará un análisis tanto cualitativo como cuantitativo. (Herrera Castrillo, 2022, p. 13)

Recolección de la Información

Fuente de recolección de la información:

Fuentes Secundaria:

La fuente que se utilizó para la realización de este estudio es la fuente secundaria, las fuentes secundarias contienen información organizada, elaborada, producto de análisis, extracción o reorganización que refiere a documentos primarios originales.

Son fuentes secundarias: enciclopedias, antologías, directorios, libros o artículo fueron creadas para facilitar el proceso de consulta, agilizando el acceso un mayor número de bibliografía en menor tiempo. Pueden ser artículos de revistas o libros, documentales de radio o televisión o actas de conferencias que interpretan otros trabajos o investigaciones.

En esta investigación fueron utilizadas.

- Google Académico.
- Tesis, monografías, trabajos de graduación
- Repositorio UNAN Managua.

Análisis de la Información

En la presente investigación para el levantamiento de la información se utilizó algunas técnicas de instrumentos como métodos de investigación, la misma que sirve para obtener información específica mediante el uso de cuestionarios estructurados, también se realizó o utilizará técnicas de observación.

Algunas informaciones fueron proporcionadas por ciertos docentes que con amabilidad decidieron colaborar con esta investigación, en algunos casos con ayuda de diversos documentos de esta área y que se encuentra familiarizado con el tema investigativo. Los datos obtenidos fueron organizados por medio de la estructura facilitada por docentes guías. La presentación de los resultados de los datos se hace por medio de fórmulas y

ejercicios que ayudan a comprender la información brindada.

Análisis de Resultados

Para constatar un análisis de resultados de forma concreta y que sea entendible, primeramente, se ha hecho una búsqueda sobre los aspectos más importantes, abarcando los conceptos más relevantes. Seguidamente se realizó un análisis de parte teórica a través de la investigación de diferentes consultas en los sitios web y electrónicos, todo con el fin de dar claridad a la parte científica y teórica.



Figure 1. Fundamentos teóricos utilizados

El problema consiste en vectores, integrales, peso y volumen específico, el cual tiene la solución a través de: Problema 1. Una represa tiene una forma rectangular con una altura de 10 m, un ancho de 30 m y un largo de 40 m.

Encuentre la fuerza que ejerce el fluido sobre la cara de la represa.

¿Cuál será la cantidad de agua que retiene esta represa?

Primer paso: Encontrar la densidad de peso.

La densidad de peso, W , se define como el peso por unidad de volumen de un fluido. Para el caso del agua a una profundidad $X = 40$ m en la represa, la densidad de peso se calcula como:

$$W = \rho g \quad (4)$$

Donde:

ρ es la densidad del agua, que para agua dulce a temperatura ambiente es aproximadamente 1000 kg/m^3 .

g es la aceleración de la gravedad, que tiene un valor de aproximadamente 9.8 m/s^2 .

Sustituyendo los valores, se obtiene:

$$W = (1000 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2) = 9800 \text{ N/m}^3 \quad (5)$$

La ecuación (5) da la densidad de peso del agua, que es 9800 N/m^2 a la profundidad de 40 m en la represa. Esta

densidad de peso representa la fuerza por unidad de área (o presión) que ejerce el fluido a esa profundidad.

Luego, para calcular la fuerza total que ejerce el fluido sobre cada cara de la represa, se debe integrar la densidad de peso a lo largo de la superficie correspondiente, considerando la geometría y dimensiones específicas del problema.

Suponiendo que la represa es así:

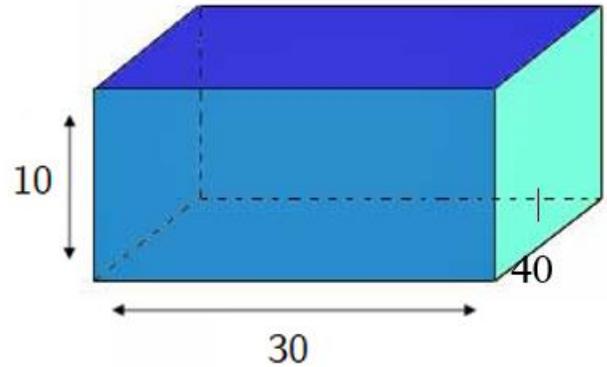


Figure 2. Representación de la represa

Entonces, para la primera cara su representación es:

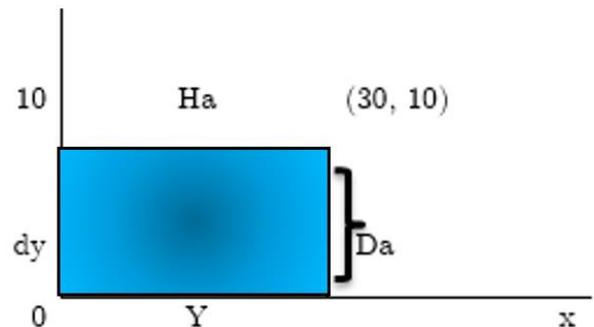


Figure 3. Representación de una de las caras de la represa

Bien, con las dimensiones proporcionadas de 30 m de ancho y 10 m de alto, se puede calcular la fuerza que ejerce el fluido sobre cada una de las caras de la represa utilizando la siguiente ecuación:

$$df = p \cdot g \cdot h \cdot dA \quad (4)$$

Donde

df = diferencia de fuerza

P = densidad

g = gravedad

h = distancia de la parte superior hasta la diferencial

dA = diferencial de área

Encontrar h^* en términos de una variable que se relaciona con el diferencial (dA)

La altura total es 10 m y la otra altura m entonces $h = (10 - y)$

Ahora encontrar $dA = \text{ancho} \times \text{el alto}$

$$dA = (30 dy) dy = \text{ancho} \\ = \text{diferencial de área del rectángulo}$$

Al sustituir en la fórmula

$df = p \cdot g \cdot h \cdot dA$ La fuerza va a ser y
 $df = p \cdot g \cdot (10 - y) \cdot (30 dy)$. La densidad y la gravedad son conocidas. $P = (1000 \text{ kg/m}^3)$ y la gravedad (9.8 m/s^2) estos valores se evaluarán al final.

La fuerza ejercida sobre la primera cara se puede calcular a través de una integral definida. Se sabe que la fuerza ejercida por un fluido es proporcional a la densidad de peso (ρg) y al área sobre la que actúa. Matemáticamente, esto se puede expresar como:

$$F = 30 pg \int_0^{10} (10 - y) dy \quad (5)$$

Donde:

- F es la fuerza
- ρ es la densidad del fluido
- g es la aceleración de la gravedad
- $(10 - y)$ representa la distancia vertical entre la superficie del fluido y la cara, que varía a lo largo de la integración.

La integral de $10 dy$ es $10y$ y la integral de una constante siempre va a hacer la constante por la variante, luego la integral de " y " va a hacer y/y^2 y este resultado se va a dirigir entre 0 y 10, pero al evaluarlo por 0 dará 0, entonces se evaluará por 10.

$$F = 30pg \left(10y - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^{10} dy \quad (6)$$

30 veces densidad por gravedad y al multiplicar $10 \times 10 = 100$ y $2 \times 10 = \frac{20}{2} = 10$

$$F = 30pg (100 - 10) \quad (7)$$

$$F = 30pg (90) \quad (8)$$

$$F = (30)(1000)(9.8)(90) \quad (9)$$

$$F = 26,460,000 \text{ N} \quad (10)$$

Esta es la fuerza ejercida sobre la primera cara del sistema.

Ahora, para calcular la fuerza ejercida sobre la segunda cara, es necesario seguir un proceso similar, pero considerando la nueva geometría y distancias involucradas.

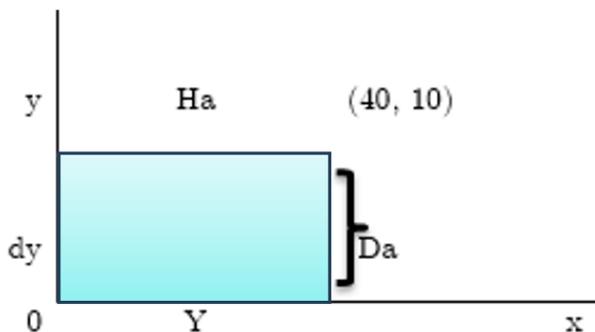


Figure 4. Representación de la segunda cara de la represa

Se utilizará la misma fórmula (6) y procedimiento, y h será igual que en la primera representación $h = (10 - y)$ y dA será $40 dy$.

Donde:

- $h = (10 - y)$ representa la distancia vertical entre la superficie del fluido y la segunda cara, que varía a lo largo de la integración.
- $dA = 40 dy$ representa el elemento diferencial de área sobre la segunda cara.

Al sustituir estos datos en la fórmula quedará de la siguiente manera.

$$df = p \cdot g \cdot (10 - y) \cdot (40dy) \quad (11)$$

Al aplicar la integral, sacar la constante que será 40 veces la densidad por gravedad y se va a integrar $(10 - y) dy$ y la integral va de 0 hasta 10 igual que en lo anterior al resolver al resolver la integral se obtiene:

Al integrar esta expresión entre los límites de 0 a 10, se tiene:

$$F = 40pg \int_0^{10} (10 - y) dy \quad (12)$$

Resolviendo la integral:

$$F = 40pg \left(10y - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^{10} \quad (13)$$

$$F = 40pg(100 - 10) \quad (14)$$

$$F = 40pg(90) \quad (15)$$

Sustituyendo los valores numéricos:

- $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

- $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

$$F = (40) (1000) (9.8) (90) \quad (16)$$

Por lo tanto, la fuerza ejercida sobre la segunda cara del sistema es de $366,880,000 \text{ N}$. La unidad de la fuerza siempre será en newton.

Se conocen los datos:

- Volumen total de la represa: $v = 12,000 \text{ m}^3$

- Densidad del agua: $\rho = 1,000 \text{ kg/m}^3$

Ahora el problema indica calcular el volumen, o sea la cantidad de agua que retiene la represa y se va a calcular con la siguiente fórmula:

$$V = \frac{v}{m} \quad (17)$$

Donde v es el volumen total de $(a) \times (b) \times (c)$, m = la masa

Pero al no tener la masa se calculará de la siguiente manera:

$$m = p \cdot v \quad (18)$$

Donde masa va a ser igual a la densidad por el volumen total y se obtendrá:

$$v = (a)X(b)X(c), m = (10\text{ m})(30\text{ m})(40\text{ m}) = 12,000\text{ m}^3 \quad (19)$$

Tener en cuenta que:

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (20)$$

Entonces,

$$m = \rho \cdot v = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (12000\text{m}^3) \quad (21)$$

$$m = 12,000,000\text{ kg} \quad (22)$$

Al obtener la masa, se podrá calcular el volumen y se obtendrá de la siguiente manera:

$$V = \frac{v}{m} \quad (23)$$

$$V = \frac{12000\text{ m}^3}{12,000,000\text{ kg}} \quad (24)$$

$$V = 0,01 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad (25)$$

Por lo tanto, el volumen de agua retenido por la represa es de $0.001\text{ m}^3/\text{kg}$ o $144,057,623\text{ kg}/\text{m}^3$.

Ahora, con respecto a la profundidad del océano y las condiciones de presión y peso específico:

- Profundidad del océano: 8 km
- Presión a 8 km de profundidad: 81.8 MPa
- Peso específico del agua de mar en superficie: $10.05\text{ kN}/\text{m}^3$
- Coeficiente de compresibilidad: $2.34 \times 10^9\text{ N}/\text{m}^2$

Estos datos proporcionan información sobre las propiedades físicas del agua de mar a gran profundidad, pero no se relacionan directamente con el cálculo del volumen de la represa. Si se necesita algún análisis o cálculo relacionado con estas condiciones oceánicas, se deberá solicitar información adicional.

En resumen, se ha detallado el proceso de cálculo del volumen de agua retenido por la represa, utilizando los datos proporcionados anteriormente. Si se requiere alguna otra información o aclaración, no dude en solicitarla.

Problema 2. ¿Cuál será el cambio de volumen específico entre la superficie y dicha profundidad?, ¿Cuál será el volumen específico a dicha profundidad?, ¿Cuál será el peso específico a dicha profundidad?

Solución: Para determinar el cambio de volumen específico se utiliza la relación para el cálculo del volumen específico en la superficie

$$v = \frac{1}{p} = \frac{8}{y} = \frac{9,8}{10.05 \times 10^3} = 9.76 \times 10^{-4} \text{m}^3/\text{kg} \quad (26)$$

Se calcula ahora el cambio de volumen

$$\Delta v = -v \frac{\Delta P}{E} = 9.76 \times 10^{-4} \frac{81.8 \times 10^6}{2.34 \times 10^9} = -3.4 \times 10^{-3} \text{m}^3/\text{kg} \quad (27)$$

El volumen específico a dicha profundidad se obtiene de:

$$v = v + \Delta v = 9.76 \times 10^{-4} - 3.4 \times 10^{-1} = 9.42 \times 10^{-4} \text{m}^3/\text{kg} \quad (28)$$

Finalmente, el peso específico valdrá:

$$\gamma = \frac{g}{v} = \frac{9.8}{9.42 \times 10^{-4}} = 10.4 \text{KN}/\text{m}^3 \quad (29)$$

Problema 3. Un tanque contenedor tiene forma de un cilindro elíptico con ángulo recto de 10 metros de ancho y 6 metros de alto y contiene un fluido que tiene una densidad de masa $P = 680\text{ Kg}/\text{m}^3$. El fluido llena el tanque hasta la altura de 3 metros como se muestra en la figura. ¿Cuál es la fuerza que ejerce el líquido en cada extremo del tanque?

Solución: La densidad de la masa es $p = 680\text{ kg}/\text{m}^3$, la densidad del m peso es $w = pg = 6664\text{ N}/\text{m}^3$.

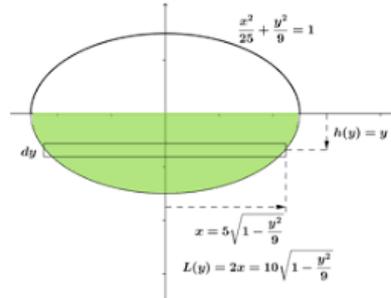


Figure 5. Representación del tercer problema

$$F = \int_c^d wh(y)L(y)dy \quad (30)$$

$$F = w \int_0^{-3} y \left(2\sqrt{5^2 - \frac{5^2}{3^2}y^2} \right) dy \quad (31)$$

$$F = w \int_0^{-3} y \left(2 \cdot \frac{5}{3} \sqrt{3^2 - y^2} \right) dy \quad (32)$$

$$F = w \frac{10}{3} \int_0^{-3} y \left(\sqrt{3^2 - y^2} \right) dy \quad (33)$$

$$F = w \frac{10}{3} \left(-\frac{1}{2} \right) \int_9^0 (\sqrt{u}) du \text{ se sustituye } u = 9 - y^2 \text{ y } du = -2ydy \quad (34)$$

$$F = -w \frac{5}{3} \left[-\int_0^9 (\sqrt{u}) du \right] \text{ Se usa la definicion } \int_a^b f(y)dy \quad (35)$$

$$F = w \frac{5}{3} \left[\frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right] \quad (36)$$

$$F = \frac{10}{9} \left[\frac{3}{2} \right] F = 30w F = 199,920 \quad (37)$$

Por último, se procedió a elaborar una rúbrica de evaluación, con este instrumento se evalúa todo el trabajo de investigación, el cual la parte fundamental es la creación de problemas inéditos aplicando el estudio vectorial de la integral definida entorno a la propiedad de peso y volumen específico de un fluido.

La incorporación de una rúbrica en este estudio es fundamental para mejorar la evaluación y comprensión del tema. Las rúbricas son herramientas valiosas que permiten evaluar los trabajos de los estudiantes de manera más objetiva y estandarizada. En este caso, la rúbrica propuesta incluye los siguientes criterios clave:

Claridad y coherencia de la argumentación: Este criterio evalúa la solidez lógica del razonamiento presentado, así como la claridad en la exposición de las ideas. Es fundamental que los argumentos estén bien estructurados y sean fácilmente comprensibles para el lector.

Fundamentación teórica: Este criterio valora la calidad y profundidad del marco teórico utilizado para respaldar los argumentos. Es importante que el estudio demuestre un sólido conocimiento de la literatura relevante y que las referencias bibliográficas sean pertinentes y actualizadas.

Originalidad y aporte al conocimiento: Este criterio mide la capacidad del estudio para generar nuevas ideas, enfoques o perspectivas que contribuyan al avance del conocimiento en el área de estudio. Se busca que el trabajo vaya más allá de una mera revisión de la literatura y aporte elementos innovadores.

Organización y presentación: Este criterio se enfoca en la estructura general del trabajo, la claridad en la exposición, la correcta utilización de tablas, gráficos y citas, así como el cumplimiento de las normas de formato establecidas.

Impacto y relevancia: Este criterio evalúa la relevancia del tema abordado y el potencial impacto que puede tener el estudio en el campo de conocimiento. Se valora la capacidad del trabajo para generar nuevas preguntas de investigación o abrir nuevas líneas de indagación.

Al aplicar esta rúbrica, se podrá evaluar de manera más integral y objetiva el desempeño de los estudiantes en la elaboración de sus argumentos. Esto permitirá identificar fortalezas y debilidades, y brindar retroalimentación más específica para mejorar su aprendizaje. Además, la rúbrica servirá como una guía clara y transparente tanto para los estudiantes como para los evaluadores, lo que contribuirá a una mayor comprensión del tema y a la mejora continua del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En resumen, la incorporación de esta rúbrica en el estudio es una estrategia fundamental para mejorar la calidad de la evaluación y la comprensión del tema por parte de los estudiantes. Espero que esta justificación detallada haya sido de utilidad. Si tienes alguna otra pregunta, no dudes en consultarme.

Conclusiones

Enfoque vectorial de la integral definida como herramienta efectiva:

El estudio del enfoque vectorial de la integral definida demostró ser una herramienta eficaz y versátil para el análisis de las propiedades de peso y volumen específico de un fluido.

Este abordaje simplificó el proceso de enseñanza y permitió a docentes y estudiantes tener una visión más amplia sobre la aplicación práctica de las ecuaciones involucradas.

Mejor comprensión de conceptos y ecuaciones:

El enfoque vectorial ayudó a entender de manera más profunda los conceptos y ecuaciones relacionados con el peso y volumen específico de un fluido.

Al enfocarse en estas propiedades desde una perspectiva vectorial, se logró una comprensión más integral de la teoría subyacente.

Apoyo mutuo y trabajo colaborativo:

El éxito de la investigación se vio respaldado por el apoyo mutuo entre docentes y estudiantes, destacando la importancia del trabajo colaborativo.

Esta sinergia favoreció el desarrollo y la aplicación del enfoque vectorial en el estudio de la integral definida.

Versatilidad y utilidad a largo plazo:

El enfoque vectorial demostró ser una herramienta versátil, no solo para docentes y estudiantes, sino también para otros tipos de documentos y usuarios interesados en el tema.

La inversión de tiempo en este proceso de investigación se justifica por los beneficios futuros que este abordaje puede aportar, convirtiéndolo en una inversión a largo plazo.

En síntesis, el artículo presenta el enfoque vectorial de la integral definida como una herramienta efectiva y versátil para el análisis de propiedades de fluidos, que mejora la comprensión de conceptos y ecuaciones, y es respaldado por el trabajo colaborativo. Además, se destaca su potencial a largo plazo como una inversión valiosa para la enseñanza y el aprendizaje en áreas como Física y Matemática.

Referencias

- [1] Acevedo Montenegro, R. S., Blandón Vindell, C. J., Picado Castillo, C., Triminio-Zavala, C. M., y Herrera-Castrillo, C. J. (2024). Resolución de problemas con integrales para el estudio del principio de Arquímedes en física vectorial. *Wani* (80). <https://doi.org/10.5377/wani.v40i80.17643>
- [2] Casco, G., y Calderón, A. D. (2020). Rúbrica, un camino para evaluar objetivamente el aprendizaje en el aula virtual. *Revista multi-ensayos*, 6(11), 8-12. <https://doi.org/10.5377/multiensayos.v6i11.9282>
- [3] Cornejo Casco, B. J., García López, H. D., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Simulador Phet Para Demostrar Ecuación de Continuidad con

- Enfoque Diferencial e Integral Incluyendo Vectores. *Revista Chilena de Educación Científica*, 24(1), 14-35. <http://revistas.umce.cl/index.php/RChEC/article/view/2665>
- [4] Delgadillo Tijerino, E. L., Torrez Silva, X. M., Espinoza Martínez, E. D., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración de la ecuación de Euler y el principio de conservación de la energía al aplicarse integrales y vectores. *Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC*, 6(2), 61-73. <https://revistarecientec.unan.edu.ni/index.php/recientec/article/view/212>
- [5] Gallardo Amaya, R. J., Jaramillo, H. Y., y Gómez Camperos, J. A. (2020). *Conceptos básicos de mecánica de fluidos e hidráulica*. Catalogación en la publicación - Biblioteca Nacional de Colombia. <https://repositorioinstitucional.ufps.edu.co/handle/20.500.14167/3147>
- [6] García, A., Villatoro, T., y Palacios, E. (2021). *Guía Didáctica Cálculo Integral*. <https://www.cobach.edu.mx/doctos/guias-academicas-propedeuticas/calculo-integral.pdf>
- [7] Herrera Castrillo, C. J. (2022). Metodologías para el aprendizaje por competencias de Ecuaciones Diferenciales aplicadas en Física al utilizar tecnología en la carrera Física Matemática. *Revista Torreón Universitario*, 35-46. <https://doi.org/10.5377/rtu.v11i32.15065>
- [8] Herrera-Castrillo, C. J. (2023). Metodología para el aprendizaje por competencias. *Revista Electrónica De Conocimientos, Saberes Y Prácticas*, 6(1), 77-90. <http://ceimm.uraccan.edu.ni/index.php/recsp/article/view/1221>
- [9] Ley Leyva, N. V., y Espinoza Freire, E. E. (2021). Características de la evaluación educativa en el proceso de aprendizaje. *Revista Universidad y Sociedad*, 13(6), 363-370. <http://scielo.sld.cu/pdf/rus/v13n6/2218-3620-rus-13-06-363.pdf>
- [10] López López, L. J., Rivera Díaz, R. E., Carrasco Sánchez, S. d., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Aplicaciones del cálculo integral en la compresibilidad de fluidos en un campo vectorial. *Revista Ciencia E Interculturalidad*, 32(1), 23-42. <https://doi.org/10.5377/rci.v32i01.16232>
- [11] Mairena Mairena, F. J., Zeledón Mairena, Y. N., Gutiérrez Herrera, A. d., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de Trabajo Práctico Experimental en la Demostración de existencia de Fluidos Miscibles desde el Cálculo Vectorial. *Revista Torreón Universitario*, 12(34), 48-61. <https://doi.org/10.5377/rtu.v12i34.16340>
- [12] Masaquiza Masaquiza, E. A., y Ninasunta Guanoquiza, F. J. (2024). Implementación de un sistema de bombeo de dos fluidos de diferente densidad para la carrera de Electromecánica de la UTC Extensión La Maná. [Tesis de Grado]. Universidad Técnica Cotopaxi. <https://repositorio.utc.edu.ec/handle/27000/12039>
- [13] Muñoz Vallecillo, L. O., Martínez González, Y. Y., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Uso de simuladores y asistente matemático en la demostración del principio de Pascal al aplicarse integrales y vectores. *Revista Científica Tecnológica*, 2(6), 48-60. <https://revistarecientec.unan.edu.ni/index.php/recientec/article/view/214>
- [14] Ortuño Blandón, A. I., Ferrufino Amador, E. A., Pérez Ruíz, G. E., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Análisis de la integral definida para el cálculo de las magnitudes, fuerza y presión de un fluido en reposo. *Revista Torreón Universitario*, 79-89. <https://doi.org/10.5377/rtu.v12i34.16342>
- [15] Ponce Herrera, G., López Valdivia, F. S., Canales Urrutia, C. I., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Implementación de la integral definida para el análisis de la viscosidad de fluidos. *Wani*, 39(79), 62-77. <https://doi.org/10.5377/wani.v39i79.16921>
- [16] Quiroga López, F. (2022). *Uso de laboratorios no convencionales para la enseñanza de la Mecánica de Fluidos*. Universidad Católica de Manizales. https://repositorio.ucm.edu.co/jspui/bitstream/10839/4048/1/QuirogaLopezFederico_2022_LMYF.TG.pdf
- [17] Raviolo, A., Carabelli, P., y Ekkert, T. (2022). Aprendizaje del concepto de densidad: la comprensión de las relaciones entre las variables. *Latin American Journal of Physics Education*, 16(2), 1-9. <https://rid.unrn.edu.ar/handle/20.500.12049/9270>
- [18] Talavera, J. I., Salmerón Herrera, J. J., Cruz Cruz, J. d., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Prototipo de trabajo práctico experimental en la demostración del principio de Pascal. *Wani*, 79(2), 27-44. <https://doi.org/10.5377/wani.v39i79.16805>
- [19] Tandayamo Anchaguano, J. A. (2022). Material didáctico para la enseñanza de Mecánica de Fluidos a los estudiantes de segundo de Bachillerato de la Unidad Educativa Teodoro Gómez de la Torre en el periodo 2021-2022. [Tesis de Grado]. Universidad Técnica del Norte. Retrieved <http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/13213>.
- [20] Tenezaca Sánchez, L. A. (2023). Influencia de los dispositivos móviles en el proceso de enseñanza y aprendizaje del área de matemática de los estudiantes del Bachillerato General Unificado, Unidad Educativa Rotary Club Machala Moderno. [Tesis de Maestría]. Universidad Politécnica Estatal del Carchi. <http://repositorio.upec.edu.ec/handle/123456789/1862>