

## La Paradoja de los gemelos explicada con un ejemplo sencillo

### The twin paradox explained with a simple example

Francisco López-González <sup>a</sup>, Cecilio Tapia-Ignacio <sup>b</sup>

#### Abstract:

The famous twin paradox is discussed briefly and simply for high school students. When traveling at speeds close to that of light, interesting results are obtained. Some phenomena that arise are time dilation and length contraction, which are more easily understood when applying Lorentz equations to interstellar travel. One twin stays on Earth while the other departs from Earth and travels to a planet X at a speed close to that of light. After some time, he returns to Earth, and the results predict that the twin who stayed on Earth is older than the one who went on the journey.

#### Keywords:

twin paradox, speeds close to that of light, time dilation and length contraction

#### Resumen:

Se discute de manera breve y simple la famosa paradoja de los gemelos para estudiantes de bachillerato. Cuando se viaja a rapideces cercanas a las de la luz se obtienen resultados interesantes, algunos fenómenos que surgen son: la dilatación del tiempo y la contracción de longitudes, los cuales se entienden más fácilmente al aplicar las ecuaciones de Lorentz al viaje interestelar. Un gemelo se queda en la Tierra y el otro parte de la Tierra y viaja a un planeta X a cierta velocidad cercana a la de la luz, después de cierto tiempo regresa al planeta Tierra, los resultados predicen que el gemelo que se quedó en la Tierra es más viejo que el que salió de viaje.

#### Palabras Clave:

Paradoja de los gemelos, rapideces cercanas a la luz, dilatación del tiempo y contracción de longitudes

## Introducción

En 1905, a la edad de 26 años, Albert Einstein publicó un artículo sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento. Su teoría de la relatividad especial puede deducirse de dos postulados, que enunciados en forma simple son:

Postulado 1. No puede detectarse el movimiento absoluto uniforme (Todas las leyes de la física son iguales independientemente de tu estado del movimiento).

Postulado 2. La velocidad de la luz es independiente del movimiento de la fuente (todo observador mide el mismo valor c para la velocidad de la luz).

<sup>b</sup> Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Prepa 3 | Pachuca-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0002-8660-4993>, Email: cecilio\_tapia@uaeh.edu.mx

<sup>a</sup> Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Área Académica de Matemáticas y Física | Mineral de la Reforma-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0003-1982-4344>, Email: francisco\_lopez@uaeh.edu.mx

Fecha de recepción: 03/10/2025, Fecha de aceptación: 31/10/2025, Fecha de publicación: 05/01/2026

DOI: <https://doi.org/10.29057/prepa3.v13i25.16115>



## Transformación de Lorentz

Las transformaciones descritas por

$$x = \gamma(x' + v t') \quad y = y' \quad z = z' \quad (1)$$

$$t = \gamma\left(t' - \frac{vx'}{c^2}\right) \quad (2)$$

Y las inversas:

$$x' = \gamma(x - vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad (3)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \quad (4)$$

Se denominan transformación de Lorentz. [1]

Relacionan las coordenadas de espacio y tiempo x, y, z y t de un suceso en el sistema S con las coordenadas x', y', z' y t' del mismo suceso visto en el sistema S', que se está moviendo a lo largo del eje x con velocidad v relativa al sistema S.

Si se consideran dos sucesos que se producen  $x_0'$  en los instantes  $t_1'$  y  $t_2'$  en el sistema S'. Se pueden hallar los tiempos  $t_1$  y  $t_2$  correspondientes a los mismos sucesos en S mediante la Ec. (2). Esto es:

$$t_1 = \gamma\left(t_1' - \frac{vx_0'}{c^2}\right)$$

$$t_2 = \gamma\left(t_2' - \frac{vx_0'}{c^2}\right)$$

de modo que:

$$t_2 - t_1 = \gamma(t_2' - t_1') \quad (5)$$

El tiempo transcurrido entre dos sucesos que ocurren en el mismo lugar en un sistema de referencia se denomina el tiempo propio  $t_p$ . En este caso, el intervalo de tiempo  $\Delta t_p = t_2' - t_1'$  medido en el sistema S' es el tiempo propio. El intervalo de tiempo  $\Delta t$  medido en cualquier otro sistema de referencia es siempre más largo que el tiempo propio. Este crecimiento se denomina dilatación del tiempo [1]:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_p \quad (6)$$

$$\text{donde: } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Un fenómeno estrechamente relacionado con la dilatación del tiempo es la contracción de longitudes [1]:

$$L' = \frac{L_p}{\gamma} \quad (7)$$

La longitud de un objeto medida en el sistema de referencia en que dicho objeto se encuentra en reposo se

denomina su longitud propia  $L_p$ . En un sistema de referencia en el que el objeto se está moviendo, la longitud medida es más corta que su longitud propia.

## Paradoja de los gemelos

Diego y Aaron son gemelos idénticos. Aaron realiza un viaje a una “velocidad muy grande” hacia un planeta más allá de nuestro sistema solar y vuelve a la Tierra mientras Diego permanece en ella. Cuando se reúnen de nuevo, ¿cuál de los gemelos es más viejo?. La respuesta correcta es que Diego, el gemelo que se quedó en la Tierra, es más viejo.

Supóngase que el planeta X y Diego situado en la Tierra y distante  $L_p$  del planeta están fijos en el sistema de referencia, ver Figura 1. Despreciamos el movimiento de la Tierra. Los sistemas de referencia S' y S'' se están moviendo con velocidad v hacia el planeta y alejándose de él respectivamente. Aaron acelera rápidamente hasta alcanzar la velocidad v; luego viaja con velocidad constante, en reposo respecto a S' hasta que alcanza el planeta, que es cuando se detiene quedando momentáneamente en reposo respecto a S. Para volver, acelera rápidamente hasta la velocidad v hacia la Tierra y viaja en S'' hasta que la alcanza, deteniéndose finalmente. Se puede suponer además que los tiempos de aceleración son despreciables en comparación con los tiempos de vuelo a velocidad constante. Véase un ejemplo particular y seamos exagerados: Supongamos que el planeta X se encuentra a 10 años Luz de distancia de la Tierra, esto es  $L_p = 10 \text{ años} \cdot \text{luz} = 10 \text{ años} \cdot c$  y que Aarón viaja al 96% de la rapidez de la luz, esto es  $v = 0.96 c$ ; por lo tanto:

$$\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{0.96 \cdot c}{c}\right)^2} = 7/25, \text{ entonces } \gamma = 25/7.$$

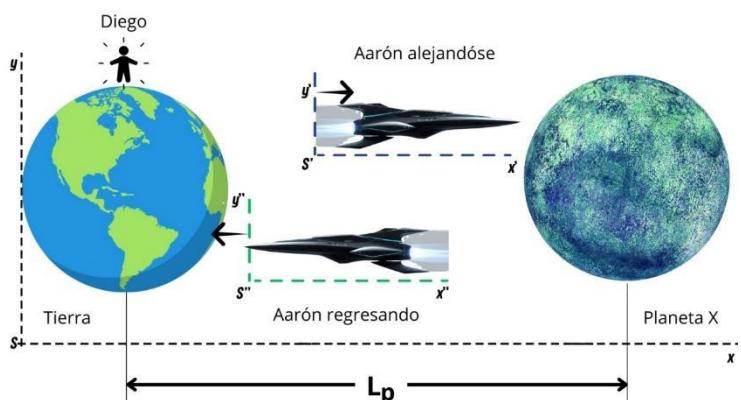


Figura 1. Diego y Aarón son dos gemelos. La tierra y un planeta X lejano están fijos en un sistema S. Aarón viaja en el sistema S' hacia el planeta y luego regresa a la Tierra en el sistema S''. Su gemelo Diego permanece en la Tierra. Cuando Aarón regresa es más joven que su gemelo.

Se resolverá el problema desde el punto de vista de Diego, el gemelo que se quedó en la Tierra. De acuerdo con el reloj de Diego, Aarón está viajando en  $S'$  durante un tiempo  $t' = \frac{L_p}{v} = \frac{10\text{años} \cdot c}{0.96c} = \frac{125}{12}\text{años} \approx 10.42\text{ años}$  y en  $S''$  durante otro tiempo igual. Así pues, Diego es aproximadamente 20.84 años más viejo cuando Aarón regresa. El intervalo de tiempo en  $S'$  entre el momento de abandonar la Tierra y llegar al planeta es más corto debido a su tiempo propio. El tiempo para alcanzar el planeta según el reloj de Aarón es de acuerdo con la Ec. (6):

$$\Delta t'_p = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{10.42\text{ años}}{25} \approx 2.92\text{ años}$$

Ya que se requiere el mismo tiempo para el viaje de vuelta, Aarón habrá notado 5.84 años para el viaje de ida y vuelta y será 15 años más joven que Diego.

Desde el punto de vista de Aarón, la distancia de la Tierra al planeta X está contraída y es sólo de acuerdo con la Ec. (7):

$$L' = \frac{L_p}{\gamma} = \frac{10\text{ años} \cdot \text{luz}}{25/7} = 2.8\text{ años} \cdot \text{luz}$$

Para una velocidad de  $v = 0.95c$  se requeriría sólo 2.92 años en cada parte del viaje.

Como comentario final, es importante mencionar que aunque existen detalles más técnicos en este problema. Ambos gemelos estarán de acuerdo en que, cuando se reúnan, el que ha sido acelerado será más joven que el que ha permanecido en casa. Las predicciones de la teoría especial de la relatividad respecto a la paradoja de los gemelos han sido contrastadas muchas veces utilizando partículas pequeñas que pueden acelerarse a velocidades tan grandes que  $\gamma$  es apreciablemente mayor que 1.

Para evaluar su comprensión resuelva los siguientes problemas similares, considerando:

- Que el planeta X se encuentra ahora a sólo 5 años luz de la Tierra y que Aarón viaja al 80% de la velocidad de la luz.

Respuesta: Diego es 12.5 años más viejo cuando Aarón regresa. Aarón habrá notado 7.5 años para el viaje de ida y vuelta y será 5 años más joven que Diego. Desde el punto de vista de Aarón la distancia de la Tierra al planeta X está contraída y es sólo 3 años luz. Para  $v = 0.8c$  emplearía sólo 3.75 años en cada parte del viaje.

- Que el planeta X se encuentra ahora a sólo 10 años luz de la Tierra y que Aarón viaja al 99% de la velocidad de la luz.

Respuesta: Diego es 20.20 años más viejo cuando Aarón regresa. Aarón habrá notado 2.84 años para el viaje de ida y vuelta y será 17.36 años más joven que Diego. Desde el punto de vista de Aarón la distancia de la Tierra al planeta X está contraída y es sólo 1.41 años luz. Para  $v = 0.99c$  emplearía sólo 1.42 años en cada parte del viaje.

## Conclusión

Considerando las dimensiones del universo es común utilizar los años luz para medir las distancias entre estrellas. Así entonces nótese que conforme  $v \rightarrow c$ ,  $\gamma \rightarrow \infty$  implica que desde el punto de vista de Diego es aproximadamente  $2z$  años más viejo cuando Aarón regresa, aquí  $2z$  representa el tiempo total en años que toma Aarón al viajar del planeta Tierra al planeta X y luego el viaje de regreso del planeta X al planeta Tierra (de acuerdo con Diego, Aarón está viajando al planeta X durante  $\frac{L_p}{v} = \frac{z\text{ años} \cdot \text{luz}}{0.999999c} = \frac{z\text{ años} \cdot c}{0.999999c} \approx z\text{ años}$ ). Pero, además, de acuerdo con la Ec. (6) implicaría que el tiempo para alcanzar al planeta X según Aarón es aproximadamente cero, esto significaría que para Aarón el haber viajado al planeta X de ida y regreso a la Tierra a una rapidez muy cercana a  $c$  no habría notado envejecimiento alguno en él. Y de acuerdo con la Ec. (7) también implicaría que, desde el punto de vista de Aarón, la distancia de la Tierra y el planeta X es prácticamente cero años luz. En la práctica, sin embargo, estamos imposibilitados con nuestra tecnología actual a viajar a rapideces cercanas a las de la Luz.

## Referencias

- [1] Tipler, P. A., & Mosca, G. (2025). Física para la ciencia y la tecnología, Vol. 2C: Mecánica. Reverte.